

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

*Северо-Кавказский
регион*

ЕСТЕСТВЕННЫЕ

НАУКИ

2020

4

Журнал основан в 1972 г. Ю.А. Ждановым

Редакционная коллегия:

В.Е. Закруткин – председатель редколлегии, доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
В.А. Бабешко – академик РАН, доктор физ.-мат. наук, профессор, Кубанский государственный университет, Россия
Б.С. Карамурзов – доктор техн. наук, профессор, Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, Россия
В.И. Колесников – академик РАН, доктор техн. наук, профессор, Ростовский государственный университет путей сообщения, Россия
Ю.Ф. Коробейник – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
А.Г. Кусраев – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный математический институт ВЦ РАН, Россия
Г.Г. Матишов – академик РАН, доктор геол.-мин. наук, профессор, Федеральный исследовательский центр, Южный научный центр РАН, Россия
В.И. Минкин – академик РАН, доктор хим. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
М.Х. Рабаданов – доктор физ.-мат. наук, профессор, Дагестанский государственный университет, Россия
Э.З. Эмирбеков – доктор биол. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
В.Н. Труфанов – зам. председателя редколлегии, доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
А.В. Абанин – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
О.С. Безуглова – доктор биол. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
Н.И. Бойко – доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
А.В. Бочкарев – доктор геол.-мин. наук, профессор, Российский государственный университет нефти и газа им. И.М. Губкина, Россия
В.В. Внуков – доктор биол. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
Л.С. Ворович – кандидат физ.-мат. наук, доцент, Южный федеральный университет, Россия
О.Н. Демина – доктор биол. наук, профессор, Карачаево-Черкесский государственный университет им. У.Д. Алиева, Россия
А.Г. Захаров – доктор техн. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
Л.М. Зубов – доктор физико-математических наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
Я.М. Ерусалимский – зам. председателя редколлегии, кандидат физ.-мат. наук, доктор техн. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
М.И. Карякин – доктор физ.-мат. наук, доцент, Южный федеральный университет, Россия
С.Б. Климентов – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
С.И. Колесников – кандидат геогр. наук, доктор с.-х. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
Г.В. Куповых – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
С.В. Курбатов – доктор хим. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
А.М. Лерер – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
В.А. Миноранский – доктор с.-х. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
В.В. Онищенко – доктор геогр. наук, профессор, Карачаево-Черкесский государственный университет им. У.Д. Алиева, Россия
О.В. Назаренко – кандидат геогр. наук, доцент, Южный федеральный университет, Россия
Г.В. Пироговская – доктор с.-х. наук, профессор, Институт почвоведения и агрохимии НАН РБ, Белоруссия
В.С. Рабинович – доктор физ.-мат. наук, профессор, Национальный политехнический институт, Мексика
Э.С. Сианисян – доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
Ю.А. Устинов – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
П. Фатталь – доктор наук, профессор, Университет Нанта, Франция
Ю.А. Федоров – доктор геогр. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
А.Д. Хованский – кандидат геол.-мин. наук, доктор геогр. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
Е.А. Шинкаренко – ответственный секретарь журнала, Южный федеральный университет, Россия
Т.А. Ватульян – ответственный секретарь по издательской деятельности журнала, Южный федеральный университет, Россия

Учредители:

Дагестанский государственный технический университет,
Дагестанский государственный университет,
Донской государственный технический университет,
Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова,
Кубанский государственный технологический университет,
Ростовский государственный университет путей сообщения,
Ростовский государственный экономический университет (РИНХ),
Южно-Российский государственный политехнический университет им. М.И. Платова,
Южный федеральный университет

Над номером работали: Т.А. Ватульян, Л.С. Ворович, В.И. Литвиненко, М.С. Шипитко

Подписано в печать 21.12.2020. Выход в свет 23.12.2020. Формат 60×84 1/8. Бумага офсетная.
Шрифт Times. Усл. печ. л. 16,27. Уч.-изд. л. 17,03. Тираж 250 экз. Заказ № 7854

Адрес редакции и издателя (для переписки): 344006, г. Ростов-на-Дону, ул. Большая Садовая, 105/42, ЮФУ,
журнал «Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки»,
e-mail: izvestiya@sfedu.ru, адрес в Интернете: www.izvestiya.sfedu.ru

Адрес редколлегии: 344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1, корп. 2, к. 110,
тел.: +7 (863) 218-40-00 доб. 11-093; доб. 11-094.

Отпечатано в отделе полиграфической, корпоративной и сувенирной продукции
Издательско-полиграфического комплекса КИБИ МЕДИА ЦЕНТРА ЮФУ,
344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1, корп. 1, к. 104, тел. +7 (863) 247-80-51

Journal was founded in 1972 by Yu.A. Zhdanov

Editorial Board:

V.E. Zakrutkin - Chairman of the Editorial Board, Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Federal University, Russia
V.A. Babeshko - Academician, Russian Academy of Sciences, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Kuban State University, Russia
B.S. Karamurзов - Doctor of Technical Sciences, Professor, Berbekov Kabardino-Balkarian State University, Russia
V.I. Kolesnikov - Academician, Russian Academy of Sciences, Doctor of Technical Sciences, Professor, Rostov State Transport University, Russia
Yu.F. Korobeinik - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
A.G. Kusraev - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Mathematical Institute, Vladikavkaz Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Russia
G.G. Matishov - Academician, Russian Academy of Sciences, Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Federal Research Center the Southern Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Russia
V.I. Minkin - Academician, Russian Academy of Sciences, Doctor of Chemistry, Professor, Southern Federal University, Russia
M.H. Rabadanov - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Dagestan State University, Russia
E.Z. Emirbekov - Doctor of Biology, Professor, Southern Federal University, Russia
V.N. Trufanov - Deputy Chairman of the Editorial Board, Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Federal University, Russia
A.V. Abanin - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
O.S. Bezuglova - Doctor of Biology, Professor, Southern Federal University, Russia
N.I. Boiko - Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Federal University, Russia
A.V. Bochkarev - Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Gubkin Russian State University of Oil and Gas, Russia
V.V. Vnukov - Doctor of Biology, Professor, Southern Federal University, Russia
L.S. Vorovich - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Southern Federal University, Russia
O.N. Dyomina - Doctor of Biology, Professor, Aliev Karachay-Cherkess State University, Russia
A.G. Zakharov - Doctor of Technical Sciences, Professor, Southern Federal University, Russia
L.M. Zubov - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
Ya.M. Erusalimsky - Deputy Chairman of the Editorial Board, Candidate of Physics and Mathematics, Doctor of Technical Sciences, Professor, Southern Federal University, Russia
M.I. Karjakin - Doctor of Physics and Mathematics, Associate Professor, Southern Federal University, Russia
S.B. Klimentov - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
S.I. Kolesnikov - Candidate of Geography, Doctor of Agricultural Science, Professor, Southern Federal University, Russia
G.V. Kupovykh - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
S.V. Kurbatov - Doctor of Chemistry, Professor, Southern Federal University, Russia
A.M. Lerer - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
V.A. Minoranskiy - Doctor of Agricultural Science, Professor, Southern Federal University, Russia
V.V. Onishchenko - Doctor of Geography, Professor, Aliev Karachay-Cherkess State University, Russia
O.V. Nazarenko - Candidate of Geography, Associate Professor, Southern Federal University, Russia
G.V. Pirogovskaya - Doctor of Agricultural Science, Professor, Institute of Soil Science and Agrochemistry, National Academy of Sciences of Belarus, Belarus
V.S. Rabinovich - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, National Polytechnic Institute, Mexico
E.S. Sianisyan - Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Federal University, Russia
Yu.A. Ustinov - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
P. Fattal - PhD, Professor, University of Nantes, France
Yu.A. Fedorov - Doctor of Geography, Professor, Southern Federal University, Russia
A.D. Khovanskiy - Candidate of Geology and Mineralogy, Doctor of Geography, Professor, Southern Federal University, Russia
E.A. Shinkarenko - Assistant Editor of the Journal, Southern Federal University, Russia
T.A. Vatulyan - Assistant Editor for Publishing of the Journal, Southern Federal University, Russia

The Founders

Dagestan State Technical University,
Dagestan State University,
Don State Technical University,
Berebekov Kabardino-Balkarian State University,
Kuban State Technological University,
Rostov State Transport University,
Rostov State University of Economics,
Platov South Russian State Technical University,
Southern Federal University

Magazine released T.A. Vatulyan, L.S. Vorovich, V.I. Litvinenko, M.S. Shipitko

Signed print 21.12.2020. The publication 23.12.2020. Format 60×84 1/8. Offset paper. Font Times.
Conv. print. sheets 16.97. Publ. sign. 17.03. Edition 250 copies. Order number 7854.

Address of Editorial Board: 344006, Rostov-on-Don, Bolshaya Sadovaya St., 105/42,
SFU, journal "Bulletin of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region. Natural Science",
e-mail: izvestiya@sfedu.ru, Web Address: www.izvestiya.sfedu.ru

Address of Editorial Board: 344090, Rostov-on-Don, Stachki Ave, 200/1, build. 2, room 110,
phone +7 (863) 218-40-00 ext. 11-093; ext. 11-094.

Printed in the printing department, and corporate souvenirs,
Publishing and printing complex KIBI MEDIA CENTER, SFU,
344090, Rostov-on-Don, Stachki Ave, 200/1, build. 1, room 104, phone (863) 247-80-51

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ. СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ РЕГИОН

BULLETIN OF HIGHER EDUCATIONAL INSTITUTIONS. NORTH CAUCASUS REGION

DOI 10.18522/1026-2237-2020-4

Свидетельство о регистрации
ПИ № ФС 77 – 77252 от 25.11.2019,
выдано Федеральной службой по надзору
в сфере связи, информационных технологий
и массовых коммуникаций
Научный журнал
Издается с 1973 г.
Периодичность серии 4 номера в год
№ 4 (208) 2020 г.

Registration certificate
PI No. FS 77 - 77252 dated 25.11.2019
issued Federal Service for Supervision
of Communications, Information Technology,
and Mass Media
Science magazine
Published since 1973.
4 issues per a year
No. 4 (208) 2020

ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

NATURAL SCIENCE

СОДЕРЖАНИЕ

CONTENTS

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

<i>Белявский Г.И., Данилова Н.В., Логунов А.Д.</i> Обучение без учителя и робастная оптимизация в задаче о портфеле.....	4	<i>Beliavsky G.I., Danilova N.V., Logunov A.D.</i> Unsupervised Learning and Robust Optimization in the Portfolio Problem	4
<i>Букушева А.В.</i> Многообразия Кенмотсу с нулевым тензором Риччи – Схоутена	10	<i>Bukusheva A.V.</i> Kenmotsu Manifolds with Zero Ricci-Schouten Tensor	10
<i>Головешкина Е.В.</i> Влияние распределенных дислокаций на устойчивость полого нелинейно-упругого шара	17	<i>Goloveshkina E.V.</i> Influence of Distributed Dislocations on Stability of Hollow Nonlinearly Elastic Sphere	17
<i>Костоглотов А.А., Пеньков А.С., Лазаренко С.В.</i> Метод синтеза адаптивных алгоритмов оценки параметров динамических систем на основе принципа декомпозиции и методологии объединенного принципа максимума	22	<i>Kostoglotov A.A., Penkov A.S., Lazarenko S.V.</i> Method for the Synthesis of Adaptive Algorithms for Estimating the Parameters of Dynamic Systems Based on the Decomposition Principle and the Joint Maximum Methodology.....	22
<i>Лазаренко С.В., Костоглотов А.А., Агапов А.А., Лященко З.В.</i> Синтез квазиоптимального многорежимного закона управления на основе условия максимума функции обобщенной мощности и принципа освобожденности	29	<i>Lazarenko S.V., Kostoglotov A.A., Agapov A.A., Lyaschenko Z.V.</i> Synthesis of a Quasi-Optimal Multi-Mode Control Law Based on the Condition of the Maximum of the Function of the Generalized Power and the Principle of Release.....	29
<i>Моргулис А.Б., Ильин К.И.</i> Дрейф, стабилизация и дестабилизация систем Патлака – Келлера – Сегеля с коротковолновым внешним сигналом	36	<i>Morgulis A.B., Ilin K.I.</i> Drift, Stabilization and Destabilization of Patlak-Keller-Seegel Systems Due to a Short-Wave External Signal	36
<i>Рустанов А.Р., Полькина Е.А., Харитонов С.В.</i> Тождества тензора римановой кривизны почти $C(\lambda)$ -многообразий.....	49	<i>Rustanov A.R., Polkina E.A., Kharitonova S.V.</i> Identities of the Riemannian Curvature Tensor of Almost $C(\lambda)$ -Manifolds	49

Чеголин А.П. О применении метода коллокации в пространствах p -суммируемых функций к интегральному уравнению Фредгольма второго рода..... 55

Chegolin A.P. On the Application of the Collocation Method in Spaces of p -Summable Functions to the Fredholm Integral Equation of the Second Kind55

НАУКИ О ЗЕМЛЕ

SCIENCES OF EARTH

Аджиев А.Х., Лесев В.Н., Куповых Г.В. Аналитические оценки процесса растекания капли воды с эффектом перколяции 61

Асварова Т.А., Гасанов Г.Н., Гимбатова К.Б., Гаджиев К.М., Баширов Р.Р., Абдулаева А.С., Ахмедова З.Н. Концентрация и запасы азота в почвах полупустынных ландшафтов Кизлярских пастбищ..... 66

Закиров И.В., Боголюбов А.В. Географические аспекты демографических методов прогнозирования 75

Кушнир К.В. Параметрическая оценка туристско-рекреационного потенциала муниципальных территорий..... 81

Погорелов А.В., Лагута А.А. О циркуляции вод в долинном водохранилище (Краснодарское водохранилище..... 87

Соболева О.Н., Колошина Г.В. Анализ понятия и способов образования земельных участков..... 98

Солдатов В.П., Шхатацев А.К., Казеев К.Ш., Харитонов Т.Д., Казеев Д.К., Колесников С.И. Динамика изменения активности ферментов в почвах Адыгеи с разной степенью нарушения после сведения леса 105

Сытник Н.А. Гидрометеорологические условия в южной части Керченского пролива и предпроливной зоне Черного моря как потенциальном районе промышленного культивирования моллюсков..... 112

Тагивердиев С.С., Скрипников П.Н., Безуглова О.С., Горбов С.Н., Козырев Д.А. Содержание и распределение органического и неорганического углерода в городских почвах Ростовской агломерации..... 118

Adzhiev A.H., Lesev V.N., Kupovykh G.V. Analytical Estimates of the Water Drop Spreading Process with Percolation Effect61

Asvarova T.A., Gasanov G.N., Gimbatova K.B., Hajiev K.M., Bashirov R.R., Abdulaeva A.S., Akhmedova Z.N. Concentration and Nitrogen Stocks in the Soils of Semi-Arid Landscapes of Kizlyar Pastures.....66

Zakirov I.V., Bogolyubov A.V. Geographical Aspects of Demographic Forecasting Methods.....75

Kushnir K.V. Parametric Assessment of Tourist and Recreation Potential of Municipal Territories81

Pogorelov A.V., Laguta A.A. On Water Circulation in the Valley Reservoir (Krasnodar Reservoir).....87

Soboleva O.N., Koloshina G.V. Analysis of Definition and Methods of Land Plots Formation.....98

Soldatov V.P., Shkhapatsev A.K., Kazeev K.Sh., Kharitonova T.D., Kazeev D.K., Kolesnikov S.I. Dynamics of Enzyme Activity Change in Soils of Adygea with Various Degrees of Disturbance after Forest Reduction..... 105

Sytnik N.A. Hydrometeorological Conditions in the Southern Part of the Kerch Strait and the Pre-Strait Zone of the Black Sea as a Potential Area for Industrial Shellfish Cultivation112

Tagiverdiev S.S., Skripnikov P.N., Bezuglova O.S., Gorbov S.N., Kozyrev D.A. Content and Distribution of Organic And Inorganic Carbon in the Urban Soils of Rostov Agglomeration 118

БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

BIOLOGICAL SCIENCES

Халилова Э.А., Исламмагомедова Э.А., Котенко С.Ц., Абакарова А.А., Аливердиева Д.А. Адаптация дрожжей *S. cerevisiae* Y-503, *S. cerevisiae* DAW-3a и *S. oviformis* M-12X к различным значениям этанола. Твердые питательные среды 130

Khalilova E.A., Islammagomedova E.A., Kotenko S.C., Abakarova A.A., Aliverdieva D.A. Adaptation of the Yeast *S. Cerevisiae* Y-503, *S. Cerevisiae* Daw-3a, *S. Oviformis* M-12x to Various Ethanol Values. Solid Growth Media.....130

НАШИ ЮБИЛЯРЫ

OUR PERSONS

Доценко И.В., Михайленко А.В., Кузнецов А.Н., Назаренко О.В. Юрий Александрович Федоров: к юбилею наставника, ученого, исследователя 143

Dotsenko I.V., Mikhailenko A.V., Kuznetsov A.N., Nazarenko O.V. Yuri Alexandrovich Fedorov: on the Anniversary of the Mentor, Scientist, Researcher 143

Указатель материалов, опубликованных в журнале «Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки» в 2020 г. 146

Index of Articles Published in the Journal "Bulletin of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region" in 2020 146

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

УДК 519.2

doi 10.18522/1026-2237-2020-4-4-9

ОБУЧЕНИЕ БЕЗ УЧИТЕЛЯ И РОБАСТНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ
В ЗАДАЧЕ О ПОРТФЕЛЕ*© 2020 г. Г.И. Белявский¹, Н.В. Данилова¹, А.Д. Логунов¹¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, РоссияUNSUPERVISED LEARNING AND ROBUST OPTIMIZATION
IN THE PORTFOLIO PROBLEM**G.I. Beliavsky¹, N.V. Danilova¹, A.D. Logunov¹¹Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Белявский Григорий Исаакович – доктор технических наук, профессор, кафедра высшей математики и исследования операций, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: gbelyavski@sfedu.ru

Grigori I. Beliavsky - Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of High Mathematics and Operations Research, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: gbelyavski@sfedu.ru

Данилова Наталья Викторовна – кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра высшей математики и исследования операций, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: danilova198686@mail.ru

Natalia V. Danilova - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Department of High Mathematics and Operations Research, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: danilova198686@mail.ru

Логунов Алексей Дмитриевич – студент, кафедра высшей математики и исследования операций, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: yakudza-rnd@mail.ru

Alexey D. Logunov - Student, Department of High Mathematics and Operations Research, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: yakudza-rnd@mail.ru

Робастная оптимизация в различных задачах науки и техники возникает из-за неопределенности параметров, определяющих модель принятия решений. Судить о параметрах можно на основе большого числа наблюдаемых примеров. Задача заключается в том, чтобы на основе большого числа примеров настроить решение, которое будет хорошим для примеров, не участвующих в его настройке. В этом смысле робастная оптимизация относится к задачам машинного обучения. В работе используется алгоритм дихотомической кластеризации для определения диапазона параметров задачи об оптимальном портфеле.

Ключевые слова: оптимальный портфель, робастная оптимизация, расстояние Вассерштейна, машинное обучение.

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 17-19-01038).

** This work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 17-19-01038).

Robust optimization in various problems of science and technology arises from the uncertainty of the parameters that determine the decision-making model. The parameters can be judged on the basis of a large number of observed examples. This challenge is to customize a solution based on a large number of examples that works well for examples that were not involved in customizing the solution. In this sense, the robust optimization problem belongs to machine learning problems. The paper uses a dichotomous clustering algorithm to determine the range of parameters for the optimal portfolio problem.

Keywords: optimal portfolio, robust optimization, Wasserstein distance, machine learning.

Введение

Рассматривается задача об оптимальном портфеле в интерпретации Марковица. Диверсификация по Марковицу – одно из наиболее востребованных средств уменьшения риска. С момента публикации пионерской работы Марковица [1] насчитывается более 25 000 цитирований этой работы. Подробный анализ работ по оптимальному портфелю можно найти в [2, 3]. Задача об оптимальном портфеле заключается в выборе вектора

(портфеля) $\mathbf{x} = (x_i)_{i=1}^n$, $\sum_{i=1}^n x_i = 1$, качество которого

определяется доходностью и риском. Доходность портфеля \mathbf{x} вычисляется как среднее $E(\mathbf{R}, \mathbf{x}) = (\bar{\mathbf{R}}, \mathbf{x})$; \mathbf{R} – вектор случайных доходностей активов, входящих в портфель; $\bar{\mathbf{R}} = E\mathbf{R}$. Риск – это дисперсия $D(\mathbf{R}, \mathbf{x}) = (\mathbf{C}\mathbf{x}, \mathbf{x})$;

\mathbf{C} – ковариационная матрица $\mathbf{C} = E\mathbf{R}\mathbf{R}^T - \bar{\mathbf{R}}\bar{\mathbf{R}}^T$; (\dots) – скалярное произведение. Кроме дисперсии как показателя, оценивающего риск, могут быть использованы и другие функционалы. По этому поводу полезно ознакомиться с работами [4–6]. Портфель следует выбирать таким образом, чтобы доходность была как можно больше, а риск – как можно меньше. По своей структуре задача об оптимальном портфеле относится к задачам с векторным критерием, под решением которых обычно понимается множество неуправляемых стратегий – множество Парето. В нашем случае часть парето-оптимальных портфелей может быть найдена в результате решения параметрической задачи математического программирования:

$$\max(\bar{\mathbf{R}}, \mathbf{x}) \quad (1)$$

при ограничениях $(\mathbf{C}\mathbf{x}, \mathbf{x}) \leq a$, $\sum_{i=1}^n x_i = 1$.

Параметр a принадлежит заранее определенному множеству. Задача (1) является задачей выпуклого программирования. Её решение не составляет труда. Иной вариант вычисления парето-оптимальных портфелей заключается в скаляризации векторного критерия:

$$\max[(\bar{\mathbf{R}}, \mathbf{x}) - \lambda(\mathbf{C}\mathbf{x}, \mathbf{x})] \quad (2)$$

при ограничении $\sum_{i=1}^n x_i = 1$.

В целевую функцию входит параметр λ с заранее определенным множеством значений. Решение задачи (2) также не составляет особого труда. Проблема, возникающая при решении задач (1), (2), заключается в том, что вероятностная мера P , по которой вычисляются среднее значение и дисперсия, неизвестна. Вместо неизвестной меры можно использовать обучающую выборку $\mathbf{V} = \langle \mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \dots, \mathbf{R}_N \rangle$ и на её основе сформировать представление о вероятностной мере. Например, неизвестную меру заменить эмпирической

$P_N(dz) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_{R_i}(dz)$, в которой используется ме-

ра Дирака $\delta_a(A) = \begin{cases} 1, & a \in A \\ 0, & a \notin A \end{cases}$. Для эмпирической

меры $\bar{\mathbf{R}}$ – выборочное среднее, \mathbf{C} – выборочная ковариационная матрица. Можно использовать обучающую выборку для оценки параметров неизвестной плотности распределения вероятностей одним из статистических методов, например методом максимального правдоподобия. Подстановка выборочного среднего и выборочной ковариационной матрицы в (1) или (2) позволяет найти решение, зависящее от выборки. Как отмечают многочисленные исследователи, среди которых можно отметить работу [7], это решение не является устойчивым по отношению к изменению выборки. Поэтому естественно стремление сделать решение задачи (1) устойчивым. Для достижения этой цели возможны различные подходы. Мы остановимся на робастном программировании, которое используется при решении задач математического программирования при неполной определенности параметров задачи. В нашем контексте таким неопределённым параметром является закон распределения случайного вектора доходностей рисков активов, на основе которого вычисляются среднее и ковариационная матрица, или непосредственно среднее значение и ковариационная матрица случайного вектора доходностей рисков активов. В связи с этим возможны две постановки робастной задачи об оптимальном портфеле.

Первая связана с неопределенной вероятностью на борелевской сигма-алгебре подмножеств пространства R^n . Обычно предполагается существование некоторой номинальной вероятности P_0 , которая позволяет определить шар $B_d(P_0) = \{P: D(P, P_0) \leq d\}$, $D(.,.)$ – одно из возможных расстояний (псевдорасстояний) в пространстве вероятностей на борелевской сигма-алгебре. Таким образом, задача в терминах неопределенной вероятности выглядит следующим образом:

$$\max_x \min_{P \in B_d(P_0)} \left[\langle \mathbf{x}, \bar{\mathbf{R}}_P \rangle - \lambda(C_P \mathbf{x}, \mathbf{x}) \right] \quad (3)$$

при ограничениях $\sum_{i=1}^n x_i = 1$.

В (3) $\bar{\mathbf{R}}_P, C_P$ – среднее и ковариационная матрица, вычисленные для вероятности P . Наиболее популярным является расстояние Вассерштейна, которое вычисляется как решение бесконечномерной транспортной задачи:

$$D^q(P, Q) = \sqrt[q]{\min_{\pi} \iint (d(x, y))^q \pi(dx, dy)} \quad \text{при ограничениях} \quad \int_{y \in R^n} \pi(dx, dy) = P(dx), \quad \int_{x \in R^n} \pi(dx, dy) = Q(dy),$$

где π – вероятность на сигма-алгебре подмножеств декартового произведения $R^n \times R^n$; $d(.,.)$ – расстояние в R^n . Достаточно полный обзор работ по оптимальному портфелю, в которых используется расстояние Вассерштейна, приведен в [8]. Задача (2) обладает рядом преимуществ, одно из которых заключается в возможности использовать параметрический и непараметрический методы статистической оценки неизвестной вероятностной меры по выборке. Несомненным недостатком является бесконечная размерность внутренней задачи в (2). По этому поводу смотрите работу [9].

Бесконечная размерность предполагает использование специальных приемов сведения бесконечномерной оптимизационной задачи к конечномерной. Например, в работе [10] предлагается в качестве вероятностей рассматривать вероятности с конечным носителем, с атомами, порождаемыми выборкой.

Обратим внимание на еще один недостаток методов, связанных с неопределенной вероятностью. Знание вероятности при вычислении среднего и ковариационной матрицы избыточно, поскольку оценки этих элементов могут быть вычислены непосредственно в выборке.

Вторая постановка робастной задачи об оптимальном портфеле заключается в описании неопределенности набором возможных значений парамет-

ров задачи, т.е. в использовании нескольких наборов средних и ковариационных матриц, характеризующих выборку лучше, чем один набор. По своему смыслу такая постановка задачи относится к робастному программированию, которое является лидирующим методом при решении задач в условиях неопределенности. Содержание робастной оптимизации и некоторые приложения изложены в монографии [11]. Приложение робастной оптимизации к задачам финансовой математике можно найти в работе [12].

Робастное программирование

Рассмотрим случай, когда множество значений параметров задачи (среднее и ковариационная матрица) конечно. Пусть $\langle \bar{\mathbf{R}}_1, \dots, \bar{\mathbf{R}}_K \rangle$ – множество значений выборочных средних; $\langle \mathbf{C}_1, \dots, \mathbf{C}_K \rangle$ – соответствующее множество значений выборочных ковариационных матриц. Каждое из значений, входящих в эти множества, вычислено для соответствующей подвыборки $\mathbf{V}_j = \langle \mathbf{R}_{j_1}, \dots, \mathbf{R}_{j_L} \rangle \subset V$. В задаче робастного математического программирования ограничения должны быть выполнены при любом значении параметра, который определяет ограничения. В данном случае – при любом значении выборочной ковариационной матрицы из заданного множества значений. Целевая функция определяется для наихудшего значения параметра, её определяющего. В данном случае – для наихудшего значения выборочного среднего. Таким образом, задача об оптимальном портфеле будет выглядеть следующим образом:

$$\max_j \min(\bar{\mathbf{R}}_j, \mathbf{x})$$

при ограничениях $\max_j (C_j \mathbf{x}, \mathbf{x}) \leq a, \sum_{i=1}^n x_i = 1$.

Задача (2), являясь задачей выпуклого программирования, трансформируется в эквивалентную:

$$\max Z \quad \text{при ограничениях} \quad \langle \mathbf{x}, \bar{\mathbf{R}}_j \rangle \geq Z,$$

$$\langle C_j \mathbf{x}, \mathbf{x} \rangle \leq a, \quad \sum_{i=1}^n x_i = 1. \quad (4)$$

В (4) – j_1 – минимайзер скалярного произведения $\langle \mathbf{x}, \bar{\mathbf{R}}_j \rangle$; j_2 – максимайзер квадратичной формы $\langle C_j \mathbf{x}, \mathbf{x} \rangle$. Они могут не совпадать, поэтому комбинация $\langle \bar{\mathbf{R}}_{j_1}, C_{j_2} \rangle$ должна считаться допустимой для параметров задачи, что не всегда оправдано.

Более корректна следующая задача робастного программирования:

$$\max_x \min_j [(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{R}}_j) - \lambda(\mathbf{C}_j, \mathbf{x})] \quad (5)$$

при ограничении $\sum_{i=1}^n x_i = 1$.

Задача (5) трансформируется в эквивалентную $\max z$ при ограничениях

$$[(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{R}}_j) - \lambda(\mathbf{C}_j, \mathbf{x})] \geq z, \quad \sum_{i=1}^n x_i = 1.$$

Применение подвыборок, формируемых из основной выборки, для получения устойчивых решающих правил – прием, широко распространенный в машинном обучении.

Следует различать однородные и неоднородные основные выборки. Для однородной выборки можно использовать случайный выбор элементов из основной выборки при формировании подвыборок – случайное размещение элементов основной выборки по ячейкам.

Более интересным, или, точнее, более реалистичным, является случай неоднородной (состоящей из кластеров) основной выборки. Для неоднородной выборки необходима предварительная обработка данных, направленная на её разбиение на кластеры. Эта задача хорошо известна в машинном обучении как обучение без учителя или кластерный анализ. Существует строгая статистическая постановка задачи обучения без учителя, которая рассматривается как задача статистической оценки параметров смеси. К её решению можно применить метод максимального правдоподобия. Алгоритм, вычисляющий максимально правдоподобные оценки параметров смеси, монотонный и сходящийся, известен с давних времен. Однако он не гарантирует сходимости к максимально правдоподобным оценкам, для него необходимо знание с точностью до параметров плотностей распределения вероятностей законов, формирующих смесь, а также число кластеров или число законов распределения смеси. Кроме этого, сходимость алгоритма к максимально правдоподобным оценкам зависит от начального разбиения.

В качестве базового рассмотрим алгоритм для смеси многомерных нормальных законов распределения.

Многомерный нормальный закон распределения $N(\mathbf{m}, \Sigma)$ определяется плотностью распределения вероятностей:

$$p(\mathbf{z}, \mathbf{m}, \Sigma) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |\Sigma|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} (\Sigma^{-1}(\mathbf{z} - \mathbf{m}), \mathbf{z} - \mathbf{m})\right). \quad (6)$$

В формуле (6) \mathbf{m} – вектор средних; Σ – ковариационная матрица. Плотность смеси задается формулой $p(\mathbf{z}) = \sum_{j=1}^K p_j p(\mathbf{z}, \mathbf{m}_j, \Sigma_j)$.

Параметрами смеси, подлежащими оценке при обучении без учителя, являются p_j, \mathbf{m}_j и Σ_j . Максимально правдоподобные оценки параметров доставляют максимум функции

$$F(\{p_j\}_{j=1}^K, \{\mathbf{m}_j\}_{j=1}^K, \{\Sigma_j\}_{j=1}^K) = \sum_{i=1}^N \ln \sum_{j=1}^K p_j p(\mathbf{R}_i, \mathbf{m}_j, \Sigma_j).$$

Рекуррентные формулы, позволяющие обновить оценки параметров, имеют следующий вид:

$$\alpha_j^{t+1}(\mathbf{R}_i) = \frac{p_j^t p(\mathbf{R}_i, \mathbf{m}_j^t, \Sigma_j^t)}{\sum_{k=1}^K p_k^t p(\mathbf{R}_i, \mathbf{m}_k^t, \Sigma_k^t)},$$

$$\mathbf{m}_j^{t+1} = \sum_{i=1}^N \alpha_j^{t+1}(\mathbf{R}_i) \mathbf{R}_i / \sum_{k=1}^N \alpha_j^{t+1}(\mathbf{R}_k),$$

$$\Sigma_j^{t+1} = \sum_{i=1}^N \alpha_j^{t+1}(\mathbf{R}_i) \mathbf{R}_i (\mathbf{R}_i)^T / \sum_{k=1}^N \alpha_j^{t+1}(\mathbf{R}_k) - \mathbf{m}_j^{t+1} (\mathbf{m}_j^{t+1})^T,$$

$$p_j^{t+1} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \alpha_j^{t+1}(\mathbf{R}_i).$$

Как уже отмечалось выше, алгоритм является монотонным $\left\{ F\left(\{p_j^t\}_{j=1}^K, \{\mathbf{m}_j^t\}_{j=1}^K, \{\Sigma_j^t\}_{j=1}^K\right) < \right.$

$\left. < F\left(\{p_j^{t+1}\}_{j=1}^K, \{\mathbf{m}_j^{t+1}\}_{j=1}^K, \{\Sigma_j^{t+1}\}_{j=1}^K\right) \right\}$ и сходящимся.

Для $K=2$ алгоритм сходится к максимально правдоподобным оценкам. О сходимости алгоритма можно прочитать подробно в работе [13].

Допустим, что число кластеров заранее неизвестно, но оно больше, чем два. Заметим, что при неизвестном числе кластеров, как правило, применяются иерархические методы кластеризации [14]. При этом используются расстояния внутри кластера и между кластерами. Расстояние внутри кластера – для его формирования, между кластерами – для определения числа кластеров и остановки иерархического алгоритма.

Нетрудно представить синтетический алгоритм, основанный на дихотомии и использующий идеологию иерархической кластеризации. Для измерения качества кластеризации (расстояние внутри кластера) будем использовать объем эллипсоида рассеивания: $W = \text{const} |\mathbf{C}|$, где $|\mathbf{C}|$ – определитель ковариационной матрицы.

На первом шаге выборка разбивается на два кластера $V = V_1 \cup V_2$. Используется базовый алгоритм. Кластер $V_1 = \{\mathbf{R} : \alpha_1(\mathbf{R}) \geq \alpha_2(\mathbf{R})\}$.

На k -м шаге из имеющихся выбирается кластер с наибольшим определителем ковариационной матрицы. Выбранный кластер разбивается на два кластера.

Остановка происходит, например, в момент достижения требуемого числа кластеров.

Замечание. При разбиении на два кластера используется базовый алгоритм.

Экспериментальная часть

Цель – сравнение стандартного метода вычисления оптимального портфеля с одной ковариационной матрицей и одним средним значением и предложенным робастным методом при различном числе кластеров и различных значениях параметра λ в робастной задаче (5).

Выборка доходностей трех активов Apple, IBM, Microsoft объемом 1700 случайным образом разбивается на две выборки (объемом 1275 и 425 соответственно). Первая часть выборки используется для вычисления среднего и ковариационной матрицы в стандартном методе, для обучения без учителя и вычисления нескольких средних и нескольких ковариационных матриц в робастном методе. Результаты расчетов приведены в таблице.

В первом столбце таблицы приведены значения λ , в соответствующей значению λ строке – доходности одношаговых оптимальных портфелей, полученные на контрольной выборке в соответствии с числом кластеров. Первая доходность в строке соответствует классическому портфелю (один кластер).

Доходность одношаговых оптимальных портфелей
/ Return on one-step optimal portfolios

λ	Доходность				
	Число кластеров				
	1	2	3	4	5
0,2	-0,0016	-0,0013	-0,0013	0,0045	0,0044
0,4	-0,0016	-0,0013	-0,0012	0,0046	0,0044
0,6	-0,0016	-0,0014	-0,0013	0,0046	0,0044

По результатам реального эксперимента можно сделать следующие выводы:

1. Метод справляется с поставленной перед ним задачей вычисления робастного портфеля.

Доходность растет во всех строках таблицы вплоть до третьего столбца. Дальше доходность уменьшается.

2. Метод требует дальнейшей верификации для объяснения этого, несомненно, полезного эффекта.

Заключение

Данная статья является ответом на многочисленные призывы научной общественности к использованию интеллектуальных технологий в различных задачах экономической практики. Предложенный алгоритм сочетает в себе обучение без учителя и робастную оптимизацию. Это, на взгляд авторов, является естественным сочетанием в задаче об оптимальном портфеле. По крайней мере, результаты реального эксперимента оказались успешными.

Литература

1. Markowitz H. Portfolio selection // J. Financ. 1952. Vol. 7 (1). P. 77–91.
2. Brandt M. Portfolio choice problems. Handbook Financ. Economet. 1. 2009. P. 269–336.
3. Steinbach M.C. Markowitz revisited: mean-variance models in financial portfolio analysis // SIAM Rev. 2001. Vol. 43 (1). P. 31–85.
4. Konno H., Yamazaki H. Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to tokyo stock market // Manag. Sci. 1991. Vol. 37 (5). P. 519–531.
5. Basak S., Shapiro A. Value-at-risk-based risk management: optimal policies and asset prices // Rev. Financ. Stud. 2001. Vol. 14 (2). P. 371–405.
6. Rockafellar R.T., Uryasev S. Optimization of conditional value-at-risk // J. Risk. 2000. № 2. P. 21–42.
7. Fabozzi F.J., Huang D., Zhou G. Robust portfolios: contributions from operations research and finance // Ann. Oper. Res. 2010. Vol. 176 (1). P. 191–220.
8. Pflug Pohl. A Review on Ambiguity in Stochastic Portfolio Optimization // Set-Valued Var. Anal. 2018. Vol. 26. P. 733–757.
9. Wozabal D. A framework for optimization under ambiguity // Ann. Oper. Res. 2012. Vol. 193 (1). P. 21–47.
10. Pflug G.C., Wozabal D. Ambiguity in portfolio selection // Quant. Finan. 2007. Vol. 7 (4). P. 435–442.
11. Ben-Tal, Ghaoui, Nemirovski. Robust Optimization. Princeton University Press, 2009. 542 p.
12. Bandi Bertsimas. Robust option pricing // European J. of Operational Research. 2014. Vol. 239. P. 842–853.

13. Шлезингер М., Главач В. Десять лекций по структурному и статистическому распознаванию образов. Киев: Наукова думка, 2004. 546 с.

14. Rokach Lior, Oded Maimon. Clustering methods. Data mining and knowledge discovery handbook. Springer US, 2005. P. 321–352.

References

1. Markowitz H. (1952). Portfolio selection. *J. Financ.*, vol. 7 (1), pp. 77-91.

2. Brandt M. (2009). *Portfolio choice problems*. Handbook Financ. Economet, 1, pp. 269-336.

3. Steinbach M.C. (2001). Markowitz revisited: mean-variance models in financial portfolio analysis. *SIAM Rev.*, vol. 43 (1), pp. 31-85.

4. Konno H., Yamazaki H. (1991). Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market. *Manag. Sci.*, vol. 37 (5), pp. 519-531.

5. Basak S., Shapiro A. (2001). Value-at-risk-based risk management: optimal policies and asset prices. *Rev. Financ. Stud.*, vol. 14 (2), pp. 371-405.

6. Rockafellar R.T., Uryasev S. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *J. Risk*, No. 2, pp. 21-42.

7. Fabozzi F.J., Huang D., Zhou G. (2010). Robust portfolios: contributions from operations research and finance. *Ann. Oper. Res.*, vol. 176 (1), pp. 191-220.

8. Pflug Pohl. (2018). A Review on Ambiguity in Stochastic Portfolio Optimization. *Set-Valued Var. Anal.*, vol. 26, pp. 733-757.

9. Wozabal D. (2012). A framework for optimization under ambiguity. *Ann. Oper. Res.*, vol. 193 (1), pp. 21-47.

10. Pflug G.C., Wozabal D. (2007). Ambiguity in portfolio selection. *Quant. Finan.*, vol. 7 (4), pp. 435-442.

11. Ben-Tal, Ghaoui, Nemirovski. (2009). *Robust Optimization*. Princeton University Press, 542 p.

12. Bandi Bertsimas. (2014). Robust option pricing. *European J. of Operational Research*, vol. 239, pp. 842-853.

13. Schlesinger M., Glavach V. (2004). *Ten lectures on structural and statistical pattern recognition*. Kiev, Naukova dumka Publ., 546 p. (in Russian).

14. Rokach Lior, Oded Maimon. (2005). *Clustering methods. Data mining and knowledge discovery handbook*. Springer US, pp. 321-352.

УДК 514.76

doi 10.18522/1026-2237-2020-4-10-16

МНОГООБРАЗИЯ КЕНМОЦУ С НУЛЕВЫМ ТЕНЗОРОМ РИЧЧИ – СХОУТЕНА© 2020 г. А.В. Букушева¹¹Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия**KENMOTSU MANIFOLDS WITH ZERO RICCI-SCHOUTEN TENSOR**A.V. Bukusheva¹¹Chernyshevsky Saratov National Research State University, Saratov, Russia

Букушева Алия Владимировна – кандидат педагогических наук, доцент, кафедра геометрии, механико-математический факультет, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, ул. Астраханская, 83, г. Саратов, 410012, Россия, e-mail: bukusheva@list.ru

Aliya V. Bukusheva - Candidate of Pedagogics, Associate Professor, Department of Geometry, Faculty of Mathematics and Mechanics, Chernyshevsky Saratov National Research State University, Astrakhanskaya St., 83, Saratov, 410012, Russia, e-mail: bukusheva@list.ru

Исследуются инварианты внутренней геометрии многообразий Кенмоцу M . Под внутренней геометрией многообразия M понимается совокупность тех свойств многообразия, которые зависят только от оснащения D^\perp распределения D многообразия Кенмоцу, а также от параллельного перенесения векторов, принадлежащих распределению D , вдоль произвольных кривых многообразия. Инвариантами внутренней геометрии многообразия Кенмоцу являются тензор кривизны Схоутена; 1-форма η , порождающая распределение D ; производная Ли $L_\xi g$ метрического тензора g вдоль структурного векторного поля ξ ; допустимое тензорное поле Схоутена – Вагнера, компоненты которого в адаптированных координатах выражаются с помощью равенств $P_{bc}^a = \partial_n \Gamma_{bc}^a$; структурный эндоморфизм φ ; эндоморфизм N , с помощью которого внутренняя связность продолжается до связности в векторном расслоении. Особое внимание уделяется тензору Риччи – Схоутена. В частности, утверждается, что многообразие Кенмоцу с нулевым тензором Риччи – Схоутена является многообразием Эйнштейна. Справедливо и обратное, если M – η -эйнштейново многообразие Кенмоцу и $b \in \mathbb{R}$, $\tilde{r} = ag + b\eta \otimes \eta$, то M является многообразием Эйнштейна с нулевым тензором Риччи – Схоутена. Доказывается, что тензор Риччи – Схоутена обращается в нуль тогда и только тогда, когда многообразие Кенмоцу M локально Риччи симметрично. Следствием этого результата является хорошо известный факт: многообразие Кенмоцу является многообразием Эйнштейна тогда и только тогда, когда оно локально Риччи симметрично. Вводится в рассмотрение N -связность ∇^N с кручением, которая является Риччи плоской тогда и только тогда, когда M – многообразие Эйнштейна.

Ключевые слова: многообразие Кенмоцу, внутренняя связность, тензор Риччи – Схоутена, η -эйнштейново многообразие.

The paper is dedicated to the investigation of the interior geometry of the Kenmotsu manifolds M . By the interior geometry of the manifold M we mean the aggregate of the properties of the manifold that depend only on the closing D^\perp of the distribution D of the Kenmotsu manifold as well as on the parallel transport of the vectors from the distribution D along arbitrary curves of the manifold. The invariants of the interior geometry of a Kenmotsu manifold are the following: the Schouten curvature tensor; the 1-form η generating the distribution D ; the Lie derivative $L_\xi g$ of the metric tensor g along the structure vector field ξ ; the Schouten-Wagner admissible tensor fields with the components $P_{bc}^a = \partial_n \Gamma_{bc}^a$ with respect to adapted coordinates; the structural endomorphism φ ; the endomorphism N that allows to prolong the interior connection to a connection in a vector bundle. A special attention is paid to the Ricci-Schouten tensor. In particular, it is stated that a Kenmotsu manifold with zero Ricci-Schouten tensor is an Einstein manifold. Conversely, if M is an η -Einstein Kenmotsu manifold and $b \in \mathbb{R}$, $\tilde{r} = ag + b\eta \otimes \eta$ then M is an Einstein manifold with zero Ricci-Schouten tensor. It is proved that the Ricci-Schouten tensor

is zero if and only if the Kenmotsu manifold M is locally Ricci-symmetric. This implies the following well-known result: a Kenmotsu manifold is an Einstein manifold if and only if it is locally Ricci-symmetric. An N -connection ∇^N with torsion, is introduced; this connection is Ricci-flat if and only if M is an Einstein manifold.

Keywords: Kenmotsu manifold, interior connection, Ricci-Schouten tensor, η -Einstein manifold.

Введение

Внутренняя геометрия почти контактных метрических многообразий исследовалась в работах [1–9]. Понятие внутренней геометрии неголономных многообразий введено в научный обиход Схоутеном, а затем получило более широкое толкование в фундаментальной работе Вагнера [10]. Если Схоутен использовал при построении моделей динамических систем с ограничением внутренней связности, реализующую параллельный перенос допустимых векторов вдоль допустимых кривых, то Вагнеру для решения подобных задач понадобилась связность, осуществляющая параллельный перенос допустимых векторов вдоль произвольных кривых неголономного многообразия. Обращение в нуль тензора кривизны связности Вагнера позволяет упрощать уравнения механических систем с линейными связями. Для построения своей связности Вагнер использовал имеющее специальное строение тензорное поле типа $(1,1)$. Конструкция Вагнера использовалась затем в работах, посвященных исследованию геометрии почти контактных метрических многообразий и их обобщений [3, 5, 6, 9, 11]. Опираясь на идеи Вагнера, авторы указанных работ разработали алгоритм перехода от внутренней связности ∇ к продолженной N -связности ∇^N . N -связность определяется на почти контактном метрическом многообразии, наделенном внутренней связностью ∇ и эндоморфизмом $N:TM \rightarrow TM$ касательного расслоения TM таким, что $N\xi = \mathbf{0}$, $N(D) \subset D$. N -связность – это единственная связность, удовлетворяющая следующим условиям [4]:

- 1) $\nabla_X^N Y \in \Gamma(D)$;
- 2) $\nabla_X^N \xi = \mathbf{0}$;
- 3) $\nabla_X^N Y = [\xi, Y] + NY$;
- 4) $\nabla_Y^N Z = \nabla_Y Z$, $X \in \Gamma(TM)$, $Y, Z \in \Gamma(D)$.

Выбирая класс почти контактного метрического многообразия или конкретный эндоморфизм $N:TM \rightarrow TM$, можно привести N -связность к одному из хорошо известных типов связности: полусимметрической, четвертьсимметрической, связности Танака – Вебстера и т.д. [4, 12–16]. В предла-

гаемой работе приводится оригинальный метод построения N -связности. Доказывается, что независимо от выбора эндоморфизма $N:TM \rightarrow TM$,

тензор Риччи N -связности ∇^N обращается в нуль тогда и только тогда, когда M – многообразие Эйнштейна.

Данная работа является продолжением работ [1, 2], где начато изучение внутренней геометрии многообразий Кенмоцу. В частности, было доказано, что многообразие Кенмоцу с нулевым тензором Схоутена является многообразием Эйнштейна. В настоящей работе доказывается, что многообразие Кенмоцу с нулевым тензором Риччи – Схоутена является многообразием Эйнштейна. Справедливо и обратное. Если M – η -эйнштейново многообразие Кенмоцу и $b \in R$, то M является многообразием Эйнштейна с нулевым тензором Риччи – Схоутена.

Основные сведения из геометрии многообразий Кенмоцу

Почти контактным метрическим многообразием называется гладкое многообразие M нечетной размерности $n=2m+1$, $m \geq 1$, с заданной на нём почти контактной метрической структурой $(M, \xi, \eta, \varphi, g)$ [1, 4]. Здесь, в частности, η – 1-форма, порождающая распределение $D: D^\perp = \ker(\eta)$, ξ – векторное поле, порождающее оснащение D^\perp распределения $D: D^\perp = \text{span}(\xi)$. Гладкое распределение D будем называть распределением почти контактного метрического многообразия. Имеет место разложение $TM = D \oplus D^\perp$. Почти контактное метрическое многообразие называется нормальным, если выполняется условие $N_\varphi + 2d\eta \otimes \xi = 0$, где

$$N_\varphi(X, Y) = [\varphi X, \varphi Y] + \varphi^2[X, Y] - \varphi[\varphi X, Y] - \varphi[X, \varphi Y]$$

– тензор Нейенхейса эндоморфизма φ . Нормальное почти контактное метрическое многообразие называется многообразием Кенмоцу, если $d\eta = 0$, $d\Omega = 2\eta \wedge \Omega$ [16–18]. Здесь $\Omega(X, Y) = g(X, \varphi Y)$ – фундаментальная форма почти контактной метрической структуры.

Имеет место

Теорема 1 [16]. Почти контактное метрическое многообразие M является многообразием Кенмоцу тогда и только тогда, когда

$$(\tilde{\nabla}_X \varphi)Y = -\eta(Y)\varphi X - g(X, \varphi Y)\xi.$$

Для многообразий Кенмоцу выполняются следующие условия [16]:

$$(\tilde{\nabla}_X \eta)Y = g(X, Y) - \eta(X)\eta(Y), L_{\tilde{\xi}}g = 2(g - \eta \otimes \eta).$$

Большой вклад в изучение многообразий Кенмоцу внес В.Ф. Кириченко [17].

Определяемые далее адаптированные координаты эффективно применяются для исследования геометрии многообразий, оснащенных гладким распределением. По-видимому, адаптированные координаты впервые использовались в работе [10].

Карту $K(x^\alpha)$ ($\alpha, \beta, \gamma = 1, \dots, n$; $a, b, c = 1, \dots, n-1$) многообразия M будем называть адаптированной к распределению D , если $\partial_n = \xi$ [7]. Пусть $P: TM \rightarrow D$ – проектор, определяемый разложением $TM = D \oplus D^\perp$, и $K(x^\alpha)$ – адаптированная карта.

Векторные поля $P(\partial_a) = \mathbf{e}_a = \partial_a - \Gamma_a^n \partial_n$ порождают распределение $D: D = \text{span}(\mathbf{e}_a)$. Мы будем активно использовать неголономное поле базисов $(\mathbf{e}_a) = (\mathbf{e}_a, \partial_n)$. Непосредственно проверяется, что $[\mathbf{e}_a, \mathbf{e}_b] = 2\omega_{ba}\partial_n$. Условие $\xi \in \ker \omega$ влечет справедливость равенства $\partial_n \Gamma_a^n = 0$. Пусть $K(x^\alpha)$ и $K'(x^{\alpha'})$ – адаптированные карты, тогда получаем следующие формулы преобразования координат: $x^a = x^a(x^{\alpha'})$, $x^n = x^{n'} + x^n(x^{\alpha'})$.

Преобразование компонент допустимого тензорного поля t в адаптированных координатах подчиняется следующему закону [7]: $t_b^a = A_{a'}^a A_b^{b'} t_{b'}^{a'}$,

$$\text{где } A_{a'}^a = \frac{\partial x^a}{\partial x^{a'}}.$$

Из формул преобразования компонент допустимого тензорного поля следует, что производные $\partial_n t_b^a$ являются компонентами допустимого тензорного поля. Заметим, что обращение в нуль производных $\partial_n t_b^a$ не зависит от выбора адаптированных координат.

Пусть $\psi: TM \rightarrow TM$ – эндоморфизм, определяемый равенством $\omega(X, Y) = g(\psi X, Y)$.

Будем использовать следующие обозначения для связности и коэффициентов связности Леви – Чивита тензора $g: \tilde{\nabla}, \tilde{\Gamma}^\alpha_{\beta\gamma}$.

Имеет место следующее

Предложение 1 [7]. Коэффициенты связности Леви – Чивита почти контактного метрического многообразия в адаптированных координатах имеют вид

$$\tilde{\Gamma}_{ab}^c = \frac{1}{2} g^{cd} (\mathbf{e}_b g_{cd} + \mathbf{e}_c g_{bd} - \mathbf{e}_d g_{ba}),$$

$$\tilde{\Gamma}_{ab}^n = \omega_{ba} - C_{ab}, \tilde{\Gamma}_{an}^b = \tilde{\Gamma}_{na}^b = C_a^b + \psi_a^b,$$

$$\tilde{\Gamma}_{na}^n = \tilde{\Gamma}_{nn}^a = 0,$$

где $C_{ab} = \frac{1}{2} \partial_n g_{ab}$, $C_b^a = g^{da} C_{db}$, $\psi_a^c = g^{bc} \omega_{ab}$.

Для многообразия Кенмоцу в адаптированных координатах $C_{ab} = g_{ab}$, $C_a^b = \delta_a^b$, $\omega_{ba} = 0$, $\psi_a^c = 0$.

Таким образом, получаем

Предложение 2 [1]. Коэффициенты связности Леви – Чивита многообразия Кенмоцу в адаптированных координатах имеют вид

$$\tilde{\Gamma}_{ab}^c = \frac{1}{2} g^{ad} (\mathbf{e}_b g_{cd} + \mathbf{e}_c g_{bd} - \mathbf{e}_d g_{ba}),$$

$$\tilde{\Gamma}_{ab}^n = -g_{ab}, \tilde{\Gamma}_{an}^b = \tilde{\Gamma}_{na}^b = \delta_a^b, \tilde{\Gamma}_{na}^n = \tilde{\Gamma}_{nn}^a = 0.$$

Непосредственным следствием предложения 2 является

Предложение 3. Ненулевые компоненты тензора кривизны $\tilde{R}(X, Y)Z$ связности Леви – Чивита многообразия Кенмоцу в адаптированных координатах принимают вид

$$\tilde{R}_{abc}^d = R_{abc}^d + \delta_b^d g_{ac} - \delta_a^d g_{bc}, \tilde{R}_{anc}^n = g_{ac},$$

$$\tilde{R}_{nan}^c = \delta_a^c.$$

Здесь R_{bad}^c – компоненты тензора Схоутена в адаптированных координатах [7]:

$$R_{abc}^d = 2\mathbf{e}_{[a} \Gamma_{b]c}^d + 2\Gamma_{[a|e|}^d \Gamma_{b]c}^e.$$

Тензор Схоутена является допустимым тензорным полем, определяемым равенством

$$R(X, Y)Z = \nabla_X \nabla_Y Z - \nabla_Y \nabla_X Z - \nabla_{P[X, Y]} Z - P[Q[X, Y]Z],$$

где $X, Y, Z \in \Gamma(D)$; $Q = I - P$; ∇ – внутренняя связность, определяемая ниже.

Тензор $R(X, Y)Z$ был назван тензором кривизны Схоутена В.В. Вагнером в работе [10]. В той же работе В.В. Вагнером был введен допустимый тензор, определяемый в адаптированных координатах следующим образом: $P_{ad}^c = \partial_n \Gamma_{ad}^c$. В нашей работе этот тензор мы называем тензором Схоутена – Вагнера. Заметим, что иногда тензором Схоутена называют также тензор одномерной кривизны, не имеющий непосредственного отношения к настоя-

щей работе. Тензор Схоутена используется, в частности, в теоретической физике [19].

Распределение D назовем распределением нулевой кривизны, если тензор Схоутена равен нулю.

Теорема 2 [1]. Многообразие Кенмоцу с нулевым тензором Схоутена является многообразием Эйнштейна.

Доказательство теоремы сводится к вычислению тензора Риччи \tilde{r} многообразия M в адаптированных координатах. Из равенств

$$\tilde{R}_{abc}^d = \delta_b^d g_{ac} - \delta_a^d g_{bc}, \quad \tilde{R}_{anc}^n = g_{ac}, \quad \tilde{R}_{nan}^c = \delta_a^c$$

следует, что $\tilde{r}_{ac} = 2mg_{ac}$, $\tilde{r}_{nn} = 2m$.

Почти контактное метрическое многообразие называется η -эйнштейновым, если выполняется условие $\tilde{r} = ag + b\eta \otimes \eta$, где a и b – гладкие функции. Хорошо известно, что если $b = const$, то η -эйнштейново многообразие является многообразием Эйнштейна. В нашем случае $a = 2m$, $b = 0$, что и доказывает теорему.

Внутренней линейной связностью ∇ на многообразии с почти контактной метрической структурой [7] называется отображение $\nabla: \Gamma(D) \times \Gamma(D) \rightarrow \Gamma(D)$, удовлетворяющее следующим условиям:

- 1) $\nabla_{f_1 X + f_2 Y} = f_1 \nabla_X + f_2 \nabla_Y$;
- 2) $\nabla_X f Y = (Xf)Y + f \nabla_X Y$;
- 3) $\nabla_X (Y + Z) = \nabla_X Y + \nabla_X Z$,

где $\Gamma(D)$ – модуль допустимых векторных полей. Коэффициенты линейной связности определяются из соотношения $\nabla_{e_a} e_b = \Gamma_{ab}^c e_c$. Из равенства

$$e_a = A_a^{a'} e_{a'}, \quad \text{где } A_a^{a'} = \frac{\partial x^{a'}}{\partial x^a},$$

следует формула преобразования для коэффициентов связности: $\Gamma_{ab}^c = A_a^{a'} A_b^{b'} A_c^{c'} \Gamma_{a'b'}^{c'} + A_c^c e_a A_b^{c'}$. Кручение S внутренней линейной связности по определению полагается равным $S(X, Y) = \nabla_X Y - \nabla_Y X - P[X, Y]$. Таким образом, в адаптированных координатах $S_{ab}^c = \Gamma_{ab}^c - \Gamma_{ba}^c$.

Заметим, что из формулы преобразования для коэффициентов связности Γ_{ab}^c следует корректность определения тензора Схоутена – Вагнера.

На почти контактном метрическом многообразии существует единственная связность ∇ с нулевым кручением, такая что $\nabla_X g(X, Y) = 0$.

Назовем связность ∇ внутренней метрической связностью. Коэффициенты внутренней метрической связности находятся по формулам

$$\Gamma_{bc}^a = \frac{1}{2} g^{ad} (e_b g_{cd} + e_c g_{bd} - e_d g_{bc}).$$

Заметим [7], что для нормального почти контактного метрического многообразия выполняется условие $\nabla \varphi = 0$.

Под внутренней геометрией [1–3, 11] почти контактного метрического многообразия M будем понимать геометрические свойства M , которые зависят только от параллельного перенесения, определяемого внутренней связностью, и от оснащения D^\perp .

К основным инвариантам внутренней геометрии относим тензор кривизны Схоутена R , тензор Схоутена – Вагнера, дифференциальную форму

$$\omega = d\eta, \quad \text{производную Ли } C = \frac{1}{2} L_\xi g \quad \text{метрического тензора } g \text{ вдоль векторного поля } \xi.$$

Теорема 3 [1]. Тензор Схоутена – Вагнера внутренней связности многообразия Кенмоцу равен нулю.

Пусть $\tilde{r}(X, Y)$, $r(X, Y)$ – соответствующие тензорам $\tilde{R}(X, Y)Z$, $R(X, Y)Z$ тензоры Риччи. Многообразии Кенмоцу называется η -эйнштейновым многообразием, если выполняется равенство $\tilde{r} = ag + b\eta \otimes \eta$, $a, b \in F(M)$.

Теорема 4.

1. Пусть M – η -эйнштейново многообразие Кенмоцу. Тогда если $b \in R$, то M является многообразием Эйнштейна с нулевым тензором Риччи – Схоутена $r(X, Y)$.

2. Пусть M – многообразие Кенмоцу с нулевым тензором Риччи – Схоутена, тогда M – многообразие Эйнштейна.

Доказательство.

1. Ненулевые компоненты тензора кривизны $\tilde{R}(X, Y)Z$ связности Леви – Чивита многообразия Кенмоцу в адаптированных координатах принимают вид $\tilde{R}_{abc}^d = R_{abc}^d + \delta_b^d g_{ac} - \delta_a^d g_{bc}$, $\tilde{R}_{anc}^n = g_{ac}$, $\tilde{R}_{nan}^c = \delta_a^c$.

Используя координатное представление тензора кривизны $\tilde{R}(X, Y)Z$ связности Леви – Чивита многообразия Кенмоцу, получаем ненулевые компоненты тензора Риччи $\tilde{r}(X, Y)$: $\tilde{r}_{ac} = r_{ac} + 2mg_{ac}$, $\tilde{r}_{nn} = 2m$.

Пусть M – η -эйнштейново многообразие Кенмоцу. Тогда получаем соотношения $r_{ac} + 2mg_{ac} = ag_{ac}$, $2m = a + b$, или $r_{ac} + 2mg_{ac} = (2m - b)g_{ac}$. После очевидных преобразований получаем $r_{ac} = -bg_{ac}$.

Если $b \in R$, то левая часть последнего равенства не зависит от координаты x^n , а правая часть – зависит. Отсюда следует, что $b=0$ и, следовательно, $r_{ac}=0$.

2. Пусть M – многообразие Кенмоцу с нулевым тензором Риччи – Схоутена. В этом случае из равенств $\tilde{r}_{ac} = r_{ac} + 2mg_{ac}$, $\tilde{r}_{nn} = 2m$ следуют равенства $\tilde{r}_{ac} = 2mg_{ac}$, $\tilde{r}_{nn} = 2m$.

Таким образом, M является многообразием Эйнштейна: $\tilde{r}_{ac} = ag$, где $a=2m$.

Теорема доказана.

Теорема 5. Тензор Риччи – Схоутена многообразия Кенмоцу M обращается в нуль тогда и только тогда, когда многообразие M локально Риччи симметрично.

Доказательство. В результате непосредственных вычислений получаем $\tilde{\nabla}_a \tilde{r}_{bc} = \nabla_a r_{bc}$, $\tilde{\nabla}_a \tilde{r}_{nb} = -r_{ab}$, $\tilde{\nabla}_n \tilde{r}_{bc} = -2r_{bc}$, что и доказывает теорему.

Следствием этого результата является хорошо известный факт: многообразие Кенмоцу является многообразием Эйнштейна тогда и только тогда, когда оно локально Риччи симметрично.

Многообразие Кенмоцу с N -связностью

Определим на многообразии M N -связность ∇^N , полагая

$$\nabla_X^N Y = \tilde{\nabla}_X Y + \eta(X)(N-I)Y - \eta(Y)X + g(X, Y)\xi.$$

Тензор I определяется следующим образом: $Ie_a = e_a$, $I\xi = 0$.

Предложение 4. Ненулевые коэффициенты $G_{\beta\gamma}^\alpha$ связности ∇^N , заданной на почти контактном метрическом многообразии M , имеют вид $G_{ab}^c = \tilde{\Gamma}_{ab}^c$, $G_{nb}^c = N_b^c$.

Используя предложение 2 и формулу $L_\xi g = 2(g - \eta \otimes \eta)$, получаем

Предложение 5. Пусть M – многообразие Кенмоцу с нулевым тензором Схоутена, тогда тензор кривизны $K(X, Y)Z$ связности ∇^N равен нулю тогда и только тогда, когда эндоморфизм N ковариантно постоянен относительно внутренней связности.

Доказательство предложения основано на том, что ненулевые компоненты тензора кривизны $K(X, Y)Z$ связности ∇^N в адаптированных координатах принимают вид $K_{abc}^d = R_{abc}^d$, $K_{bnc}^d = \nabla_b N_c^d$.

Из обращения в нуль тензора Схоутена – Вагнера и условия $\nabla\varphi = 0$ следует, что тензор Схоутена многообразия Кенмоцу наделен теми же свойствами, что и тензор кривизны кэлера многообразия. В частности, имеет место

Предложение 6 [1]. Тензор Схоутена многообразия Кенмоцу обладает следующими свойствами:

$$R(X, Y) \circ \varphi = \varphi \circ R(X, Y), \quad R(\varphi X, \varphi Y) = R(X, Y).$$

Найдем условия, при которых связность ∇^N является метрической. В адаптированных координатах равенство $\nabla^N g = 0$ переписывается в виде

$$\nabla_c^N g_{ab} = e_c g_{ab} - \Gamma_{ca}^d g_{db} - \Gamma_{cb}^d g_{ad} = 0,$$

$$\nabla_n^N g_{ab} = \partial_n g_{ab} - N_a^c g_{cb} - N_b^c g_{ac} = 0.$$

Учитывая, что для многообразия Кенмоцу $\partial_n g_{ab} = 2g_{ab}$, из последнего равенства получаем

$$2g_{ab} = N_a^c g_{cb} + N_b^c g_{ac}.$$

Тем самым убеждаемся, что справедливо

Предложение 7 [1]. N -связность ∇^N является метрической тогда и только тогда, когда выполняется следующее равенство: $2g_{ab} = N_a^c g_{cb} + N_b^c g_{ac}$.

Найдем ограничение на эндоморфизм N , при котором связность ∇^N сохраняет структурный эндоморфизм многообразия Кенмоцу.

Рассмотрим равенство

$$\nabla_n^N \varphi_a^b = \partial_n \varphi_a^b + N_c^b \varphi_a^c - N_a^c \varphi_c^b = 0.$$

Учитывая, что многообразие Кенмоцу является нормальным почти контактном метрическим многообразием, убеждаемся, что справедливо

Предложение 8 [1]. N -связность сохраняет ∇^N структурный эндоморфизм φ многообразия Кенмоцу тогда и только тогда, когда эндоморфизмы N и φ коммутируют: $N_c^b \varphi_a^c - N_a^c \varphi_c^b = 0$.

Последнее равенство выполняется, в частности, если $N=\varphi$.

Следующая теорема является обобщением известного результата из геометрии многообразий Кенмоцу [16].

Теорема 6. Тензор Риччи N -связности ∇^N , заданной на многообразии Кенмоцу M , обращается в нуль тогда и только тогда, когда M – многообразие Эйнштейна.

Доказательство. Из равенства $K_{abc}^d = R_{abc}^d$ следует $k_{ab}=r_{ab}$, что и доказывает теорему.

Литература

1. Букушева А.В. Многообразия Кенмотсу с распределением нулевой кривизны // Вестн. Томского гос. ун-та. Математика и механика. 2020. № 64. С. 5–14.

2. Букушева А.В. О тензоре Схоутена – Вагнера неголономного многообразия Кенмотсу // Тр. семинара по геометрии и математическому моделированию. 2019. № 5. С. 15–19.

3. Букушева А.В., Галаев С.В. Геометрия почти контактных гиперкэлеровых многообразий // Диф. геометрия многообразий фигур. 2017. № 48. С. 32–41.

4. Галаев С.В. Почти контактные метрические структуры, определяемые N-продолженной связностью // Мат. зам. СВФУ. 2015. Т. 22, № 1. С. 25–34.

5. Галаев С.В. Продолженные структуры на кораспределениях контактных метрических многообразий // Изв. Саратовского ун-та. Математика. Механика. Информатика. 2017. Т. 17, вып. 2. С. 138–147. DOI: 10.18500/1816-9791-2017-17-2-138-147.

6. Галаев С.В. Почти контактные метрические пространства с N-связностью // Изв. Саратовского ун-та. Математика. Механика. Информатика. 2015. Т. 15, вып. 3. С. 258–263. Doi: 10.18500/1816-9791-2015-15-3-258-264.

7. Bukusheva A.V., Galaev S.V. Almost contact metric structures defined by connection over distribution // Bulletin of the Transilvania University of Brasov Series III: Mathematics, Informatics, Physics. 2011. Vol. 4 (53), № 2. P. 13–22.

8. Galaev S.V. Intrinsic geometry of almost contact Kahlerian manifolds // Acta Mathematica Academiae Paedagogicae Nyiregyhaziensis. 2015. Vol. 31, № 1. P. 35–46.

9. Galaev S.V. Admissible Hyper-Complex Pseudo-Hermitian Structures // Lobachevskii J. of Mathematics. 2018. Vol. 39, № 1. P. 71–76.

10. Вагнер В.В. Геометрия (n-1)-мерного неголономного многообразия в n-мерном пространстве // Тр. семинара по векторному и тензорному анализу. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1941. Вып. 5. С. 173–255.

11. Букушева А.В., Галаев С.В. Почти контактные метрические структуры, определяемые связностью над распределением с допустимой финслеровой метрикой // Изв. Саратовского ун-та. Математика. Механика. Информатика. 2012. Т. 12, вып. 3. С. 17–22. Doi: 10.18500/1816-9791-2012-12-3-17-22.

12. Гордеева И.А., Паньженский В.И., Степанов С.Е. Многообразия Римана – Каргана // Итоги науки и техники (совр. математика и ее приложения). 2009. Т. 123. С. 110–141.

13. Родионов Е.Д., Славский В.В., Хромова О.П. О секционной кривизне метрических связностей с векторным кручением // Изв. АлтГУ. Математика и механика. 2020. № 1 (111). С. 124–127.

14. Agricola I., Kraus M. Manifolds with vectorial torsion // Differential Geometry and its Applications. 2016. Vol. 46. P. 130–146.

15. Golab S. On semi-symmetric and quarter-symmetric linear connections // Tensor. N.S. 1975. Vol. 29. P. 293–301.

16. Pitis G. Geometry of Kenmotsu manifolds. Brasov: Publishing House of Transilvania University of Brasov, 2007. 160 p.

17. Кириченко В.Ф. О геометрии многообразий Кенмотсу // Докл. РАН. 2001. Т. 380, № 5. С. 585–587.

18. Kenmotsu K. A class of almost contact Riemannian manifolds // Tohoku Math. J. 1972. Vol. 24. P. 93–103.

19. Крым В.Р. Уравнение Якоби для горизонтальных геодезических на неголономном распределении и тензор кривизны Схоутена // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2018. № 3. С. 64–94. URL: <https://diffjournal.spbu.ru/RU/numbers/2018.3/article.1.3.html> (дата обращения: 10.07.2020).

References

1. Bukusheva A.V. (2020). Kenmotsu manifolds with a zero curvature distribution. *Vestn. Tomskogo gos. un-ta. Matematika i mekhanika*, No. 64, pp. 5-14. (in Russian).

2. Bukusheva A.V. (2019). On the Schouten-Wagner tensor of a nonholonomic Kenmotsu manifold. *Tr. seminara po geometrii i matematicheskomu modelirovaniyu*, No. 5, pp. 15-19. (in Russian).

3. Bukusheva A.V., Galaev S.V. (2017). Geometry of almost contact hyperkähler manifolds. *Dif. geometriya mnogoobrazii figur*, No. 48, pp. 32-41. (in Russian).

4. Galaev S.V. (2015). Almost contact metric structures defined by N-prolonged connection. *Mat. zam. SVFU*, vol. 22, No. 1, pp. 25-34. (in Russian).

5. Galaev S.V. (2017). Extended Structures on Codistributions of Contact Metric Manifolds. *Izv. Saratovskogo un-ta. Matematika. Mekhanika. Informatika*, vol. 17, iss. 2, pp. 138-147, doi: 10.18500/1816-9791-2017-17-2-138-147. (in Russian).

6. Galaev S.V. (2015). Almost contact metric spaces with N-connection. *Izv. Saratovskogo un-ta. Matematika. Mekhanika. Informatika*, vol. 15, iss. 3, pp. 258-263, doi: 10.18500/1816-9791-2015-15-3-258-264. (in Russian).

7. Bukusheva A.V., Galaev S.V. (2011). Almost contact metric structures defined by connection over distribution. *Bulletin of the Transilvania University of Brasov Series III: Mathematics, Informatics, Physics*, vol. 4 (53), No. 2, pp. 13-22.

8. Galaev S.V. (2015). Intrinsic geometry of almost contact Kahlerian manifolds. *Acta Mathematica Academiae Paedagogicae Nyiregyhaziensis*, vol. 31, No. 1, pp. 35-46.

9. Galaev S.V. (2018). Admissible Hyper-Complex Pseudo-Hermitian Structures. *Lobachevskii J. of Mathematics*, vol. 39, No. 1, pp. 71-76.

10. Vagner V.V. (1941). Geometry of the $(n-1)$ -dimensional manifold in the n -dimensional space. *Trudy seminar po vektornomu i tenzornomu analizu*. Moscow, Moscow State University Press, iss. 5, pp. 173-255. (in Russian).
11. Bukusheva A.V., Galaev S.V. (2012). Almost contact metric structures defined by connection over distribution with admissible Finslerian metric. *Izv. Saratovskogo un-ta. Matematika. Mekhanika. Informatika*, vol. 12, iss. 3, pp. 17-22, doi: 10.18500/1816-9791-2012-12-3-17-22. (in Russian).
12. Gordeeva I.A., Panzhensky V.I., Stepanov S.E. (2009). Riemann-Cartan manifolds. *Itogi nauki i tekhniki (sovr. matematika i ee prilozheniya)*, vol. 123, pp. 110-141. (in Russian).
13. Rodioniv E.D., Slavsky V.V., Khromova O.P. (2020). On sectional curvature of metric connection with vectorial torsion. *Izv. AltGU. Matematika i mekhanika*, No. 1 (111), pp. 124-127. (in Russian).
14. Agricola I., Kraus M. (2016). Manifolds with vectorial torsion. *Differential Geometry and its Applications*, vol. 46, pp. 130-146.
15. Golab S. (1975). On semi-symmetric and quarter-symmetric linear connections. *Tensor. N.S.*, vol. 29, pp. 293-301.
16. Pitis G. (2007). *Geometry of Kenmotsu manifolds*. Brasov, Publishing House of Transilvania University of Brasov, 160 p.
17. Kirichenko V.F. (2001). On the geometry of Kenmotsu manifolds. *Dokl. RAS.*, vol. 380, No. 5, pp. 585-587. (in Russian).
18. Kenmotsu K. (1972). A class of almost contact Riemannian manifolds. *Tohoku Math. J.*, vol. 24, pp. 93-103.
19. Krym V.R. (2018). Jacobi equation for horizontal geodesics on a nonholonomic distribution and the Schouten curvature tensor. *Differential equations and control processes*, No. 3, pp. 64-94. Available at: <https://diffjournal.spbu.ru/RU/numbers/2018.3/article.1.3.html> (accessed July 10, 2020).

УДК 539.3

doi 10.18522/1026-2237-2020-4-17-21

ВЛИЯНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ДИСЛОКАЦИЙ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПОЛОГО НЕЛИНЕЙНО-УПРУГОГО ШАРА*

© 2020 г. Е.В. Головешкина¹¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

INFLUENCE OF DISTRIBUTED DISLOCATIONS ON STABILITY OF HOLLOW NONLINEARLY ELASTIC SPHERE**

E.V. Goloveshkina¹¹Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Головешкина Евгения Валерьевна – аспирант, кафедра теории упругости, Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул Мильчакова, 8а, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: evgeniya.goloveshkina@yandex.ru

Evgeniya V. Goloveshkina - Postgraduate, Department of Elasticity Theory, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milychakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: evgeniya.goloveshkina@yandex.ru

Изучена устойчивость полого упругого шара, содержащего распределенные дислокации и нагруженного внешним гидростатическим давлением. Исследование проведено в рамках нелинейной теории упругости и континуальной теории непрерывно распределенных дислокаций. Даны строгая постановка и решение задачи устойчивости трехмерного упругого тела с распределенными дислокациями.

Статическая задача нелинейной теории упругости для тела с распределенными дислокациями приводится к системе уравнений, состоящей из уравнений равновесия, уравнений несовместности с заданным тензором плотности дислокаций и определяющих соотношений материала. Невозмущенное состояние обусловлено внешним давлением и сферически симметричным распределением дислокаций. Для распределенных краевых дислокаций в рамках модели гармонического (полулинейного) материала невозмущенное состояние определяется как точное сферически симметричное решение нелинейной краевой задачи. Данное решение справедливо для любой функции, характеризующей плотность краевых дислокаций.

Возмущенное состояние равновесия описывается краевой задачей, линеаризованной в окрестности равновесия. Анализ осесимметричного выпучивания шара проведен с использованием бифуркационного метода. Он состоит в определении положений равновесия упругого тела, которые мало отличаются от невозмущенного состояния. Путем решения линеаризованной задачи найдено минимальное значение внешнего давления, при котором шар теряет устойчивость. Проанализировано влияние дислокаций на выпучивание тонкой и толстой сферических оболочек.

Ключевые слова: нелинейная упругость, устойчивость равновесия, большие деформации, плотность дислокаций, краевые дислокации, собственные напряжения, сферическая симметрия, полулинейный материал.

The phenomenon of stability loss of a hollow elastic sphere containing distributed dislocations and loaded with external hydrostatic pressure is studied. The study was carried out in the framework of the nonlinear elasticity theory and the continuum theory of continuously distributed dislocations. An exact statement and solution of the stability problem for a three-dimensional elastic body with distributed dislocations are given.

The static problem of nonlinear elasticity theory for a body with distributed dislocations is reduced to a system of equations consisting of equilibrium equations, incompatibility equations with a given dislocation density tensor, and constitutive equations of the material. The unperturbed state is caused by external pressure and a spherically symmetric distribution of dislocations. For distributed edge dislocations in the framework of a harmonic (semi-linear) material model, the unperturbed state is defined as an exact spherically symmetric solution to a nonlinear boundary value problem. This solution is valid for any function that characterizes the density of edge dislocations.

The perturbed equilibrium state is described by a boundary value problem linearized in the neighborhood of the equilibrium. The analysis of the axisymmetric buckling of the sphere was performed using the bifurcation method. It consists in deter-

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-31-90045.

** The reported study was funded by RFBR, project No. 19-31-90045.

mining the equilibrium positions of an elastic body, which differ little from the unperturbed state. By solving the linearized problem, the value of the external pressure at which the sphere first loses stability is found. The effect of dislocations on the buckling of thin and thick spherical shells is analyzed.

Keywords: nonlinear elasticity, equilibrium stability, large deformations, dislocation density, edge dislocations, eigenstresses, spherical symmetry, semi-linear material.

Введение

В данной работе исследуется явление потери устойчивости упругим телом с учетом дефектов микроструктуры в виде дислокаций. Дислокационные модели позволяют описывать свойства и дефекты кристаллических и наноструктурных материалов [1, 2], а также некоторые явления в упругом теле: внутреннее трение, пластическое течение, усталость, разрушение, рост кристаллов и др. При достаточно большом числе дислокаций в ограниченном объеме имеет смысл перейти от дискретного набора дефектов к их непрерывному распределению. В таком случае используют континуальную теорию непрерывно распределенных дислокаций. Она занимает важное место в ряду обобщенных моделей континуума, таких как микрополярная, микроморфная и градиентно-деформационная модели [3, 4]. Общие уравнения нелинейной континуальной теории дислокаций приведены в [5–8].

Исследование потери устойчивости упругим телом является развитой областью механики деформируемого твердого тела. Большая часть исследований касается устойчивости одномерных (прямые и кривые стержни) и двумерных (пластинки и оболочки) упругих тел. В то же время интерес представляет и явление потери устойчивости пространственными телами, допускающими большие деформации.

Устойчивость равновесия трехмерных тел с распределенными дислокациями пока остается малоизученным направлением исследований. В данной работе устойчивость изучается на примере полого шара, содержащего дислокации. Невозмущенное состояние описывается точным сферически симметричным решением. Общая постановка нелинейной задачи о равновесии упругого изотропного шара с произвольным сферически симметричным распределением дислокаций дана в работе [9].

Одним из методов для изучения устойчивости упругих тел является бифуркационный, также известный как статический метод Эйлера [10]. С его применением решен ряд задач о послекритическом поведении трехмерных упругих тел [11, 12]. Необходимым условием корректности метода является консервативность внешних нагрузок. Согласно бифуркационному методу в окрестности основного невозмущенного состояния проводится линеариза-

ция краевой задачи. Полученная линеаризованная задача о бифуркации равновесия тела однородна и позволяет определить критические значения параметров нагружения, а также формы потери устойчивости.

Исходные соотношения

Наличие в теле дислокаций зададим с помощью тензорного поля второго ранга α , называемого тензором плотности дислокаций. Он должен удовлетворять условию соленидальности $\operatorname{div} \alpha = 0$.

Здесь и далее операторы градиента, дивергенции и ротора записываются в отсчетной конфигурации.

При наличии дислокаций геометрическими соотношениями становится тензорное уравнение несовместности

$$\operatorname{rot} \mathbf{C} = \alpha. \quad (1)$$

Здесь $\mathbf{C} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{A}$ – тензор дисторсии; \mathbf{U} – тензор растяжения; \mathbf{A} – тензор поворота.

В терминах несимметричного тензора напряжений Пиолы записываем уравнение равновесия

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 0. \quad (2)$$

Для гармонического (полулинейного) сжимаемого материала определяющие соотношения имеют вид

$$\mathbf{D} = \frac{2\mu}{1-2\nu}(\nu \operatorname{tr} \mathbf{U} - 1 - \nu)\mathbf{A} + 2\mu\mathbf{C}. \quad (3)$$

В области малых деформаций постоянные μ и ν имеют смысл модуля сдвига и коэффициента Пуассона.

Невозмущенное состояние

Сферические координаты r , φ и θ введем по формулам

$$x_1 = r \cos \varphi \cos \theta, \quad x_2 = r \sin \varphi \cos \theta, \quad x_3 = r \sin \theta.$$

Обозначим через \mathbf{e}_r , \mathbf{e}_φ и \mathbf{e}_θ единичные векторы, касательные к координатным линиям.

Распределение дислокаций зададим в сферически симметричном представлении

$$\alpha = \beta(r)(\mathbf{e}_\varphi \otimes \mathbf{e}_\theta - \mathbf{e}_\theta \otimes \mathbf{e}_\varphi).$$

Тензор дисторсии будем искать в виде [9]

$$\mathbf{C} = C_1(r)\mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r + C_2(r)(\mathbf{e}_\varphi \otimes \mathbf{e}_\varphi + \mathbf{e}_\theta \otimes \mathbf{e}_\theta).$$

Тогда с учетом определяющих соотношений тензор напряжений представим в аналогичной форме

$$\mathbf{D} = D_1(r)\mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r + D_2(r)(\mathbf{e}_\varphi \otimes \mathbf{e}_\varphi + \mathbf{e}_\theta \otimes \mathbf{e}_\theta).$$

Подставив выражения для тензора дислокаций и тензора дисторсии в тензорное уравнение несовместности, после преобразований получим скалярное дифференциальное уравнение $-\frac{dC_2}{dr} + \frac{C_1 - C_2}{r} = \beta(r)$.

С учетом представления тензора напряжений векторное уравнение равновесия приводится к скалярному уравнению

$$\frac{dD_1}{dr} + \frac{2(D_1 - D_2)}{r} = 0. \quad (4)$$

Граничные условия характеризуют распределение гидростатического давления на внешней поверхности шара:

$$D_1(r_1) = 0, \quad D_1(r_0) = -pC_2^2(r_0). \quad (5)$$

Согласно условию реализуемости деформации $\det \mathbf{C} > 0$ получаем ограничение на дисторсию: $C_1(r) > 0$. При этом дисторсия C_2 может быть как положительной, так и отрицательной. Случай $C_2(r) < 0$ соответствует задаче о распределении дислокаций в оболочке, вывернутой наизнанку, и не представляет особого практического интереса. Для $C_2(r) > 0$ решением уравнения равновесия (4) является функция

$$D_1(r) = -\frac{1}{3r^3} \int_{r_1}^{r_0} \rho^4 \gamma(\rho) d\rho + \frac{1}{3} \int_{r_1}^r \rho \gamma(\rho) d\rho + A_1 + \frac{A_2}{r^3}, \quad \gamma(r) \equiv \frac{4\mu(v+1)\beta(r)}{(v-1)r},$$

A_1 и A_2 – постоянные интегрирования.

Граничное условие (5) нелинейно. Поэтому решим задачу для диапазона значений давления p , затем построим зависимость $K_0(p)$, где величина $K_0 = C_2(r_0)$ характеризует нелинейное сопротивление шара давлению. Чтобы упростить решение, будем искать обратную функцию $p(K_0)$, задавая K_0 . Поэтому для линейной краевой задачи граничные условия примут вид $D_1(r_1) = 0$, $C_2(r_0) = K_0$.

Возмущенное состояние

Устойчивость равновесия нелинейно-упругого шара изучим с помощью статического метода Эйлера. Он состоит в нахождении параметров нагружения, при которых линейризованная краевая задача имеет нетривиальные решения.

На невозмущенное (докритическое) состояние накладываем малую деформацию и определяем возможные формы равновесия.

Поскольку при наличии дислокаций векторное поле перемещений не существует, уравнения возмущенного равновесия выведем путем линейризации уравнений несовместности (1), уравнений равновесия (2), определяющих соотношений (3).

Для осуществления линейризации положим $\mathbf{D} = \mathbf{D}_0 + \eta \dot{\mathbf{D}} + O(\eta^2)$, $\dot{\mathbf{D}} = \frac{d}{d\eta} \mathbf{D}(\mathbf{C}_0 + \eta \boldsymbol{\lambda}) \Big|_{\eta=0}$,

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_0 + \eta \boldsymbol{\lambda} + O(\eta^2).$$

Здесь индекс 0 отвечает докритическому состоянию. Оставив в этих соотношениях только слагаемые первого порядка относительно η , получим соответствующие линейризованные уравнения.

Рассматриваем осесимметричную деформацию шара, поэтому тензор дисторсии имеет вид

$$\mathbf{C} = C_{\varphi\varphi} \mathbf{e}_\varphi \otimes \mathbf{e}_\varphi + C_{\theta\theta} \mathbf{e}_\theta \otimes \mathbf{e}_\theta + C_{r\theta} \mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_\theta + C_{\theta r} \mathbf{e}_\theta \otimes \mathbf{e}_r + C_{rr} \mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r.$$

Линейризованный тензор дисторсии $\boldsymbol{\lambda}$ ищем из линейризованного уравнения несовместности $\text{rot } \boldsymbol{\lambda} = 0$.

Тогда, вводя некоторое дифференцируемое векторное поле \mathbf{w} , получаем $\boldsymbol{\lambda} = \text{grad } \mathbf{w}$.

Поле квазиперемещений \mathbf{w} зададим как векторное поле в меридиональной плоскости $\mathbf{w} = u(r, \theta) \mathbf{e}_r + v(r, \theta) \mathbf{e}_\theta$, где u и v – соответствующие компоненты квазиперемещения.

Для линейризации определяющих соотношений требуется линейризовать тензоры поворота и растяжения, т.е. найти $\dot{\mathbf{A}}$ и $\dot{\mathbf{U}}$.

Подставляя линейризованный тензор напряжений $\dot{\mathbf{D}}$ в линейризованное уравнение равновесия, получим два уравнения относительно функций, зависящих от переменных r и θ .

Линейризованные граничные условия имеют форму $\mathbf{n} \cdot \dot{\mathbf{D}} = -p(J\mathbf{C}^{-1})' \cdot \mathbf{n}$. Здесь $J = \det \mathbf{C}$ – третий инвариант тензора дисторсии.

Решение краевой задачи для вектора квазиперемещений \mathbf{w} будем искать в виде [12]

$$u(r, \theta) = a_n(r) P_n(\sin \theta), \\ v(r, \theta) = b_n(r) P_n'(\sin \theta) \cos \theta,$$

где $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$, $P_n(\sin \theta)$ – ортогональный полином Лежандра степени n , а производная находится по аргументу $\sin \theta$. Целое число n определяет число перемен знака формы выпучивания по меридиану. При потере устойчивости реализуется форма выпучивания с таким номером n , которому соответствует минимум критического давления $p(n)$.

Таким образом, линейризованная краевая задача состоит из однородной системы двух обыкновенных линейных дифференциальных уравнений второго порядка относительно функций $a_n(r)$, $b_n(r)$

$$\frac{v}{1-2\nu} \left(a_n'' + \frac{2a_n'}{r} - \frac{2a_n}{r^2} \right) + a_n'' + \frac{2}{r} \left(a_n' - \frac{a_n}{r} \right) + n(n+1) \left[\frac{v}{(1-2\nu)r} \left(-b_n' + \frac{b_n}{r} \right) - \frac{v(C_1+2C_2)-1-\nu}{(1-2\nu)(C_1+C_2)r} \left(\frac{a_n-b_n}{r} - b_n' \right) - \frac{a_n-2b_n}{r^2} \right] = 0, \\ \frac{v(C_1+2C_2)-1-\nu}{(1-2\nu)(C_1+C_2)r} (-a_n' + 2b_n' + r b_n'') + \left(\frac{(C_1+C_2)[v(C_1+2C_2)-1-\nu]}{(1-2\nu)(C_1+C_2)^2} - \frac{v(C_1+2C_2)}{(1-2\nu)(C_1+C_2)} \right) \left(\frac{a_n-b_n}{r} - b_n' \right) + b_n'' + \frac{b_n'}{r} + \frac{v}{(1-2\nu)r} \left(2 \frac{a_n-b_n}{r} + a_n' \right) + \frac{1}{r} \left(2 \frac{a_n-b_n}{r} + b_n' \right) - \frac{[n(n+1)-2]b_n}{r^2} \left(1 + \frac{v}{1-2\nu} \right) = 0$$

и граничных условий относительно этих функций

$$\frac{2\mu[(C_1+2C_2)-1-\nu]}{(1-2\nu)(C_1+C_2)}\left(b'_n - \frac{a_n-b_n}{r}\right) + 2\mu b'_n - \frac{pC_2(a_n-b_n)}{r} = 0,$$

$$\frac{2\mu\nu}{1-2\nu}\left(a'_n + \frac{2a_n}{r}\right) + 2\mu a'_n + \frac{2C_2 a_n p}{r} -$$

$$-n(n+1)\left[\frac{2\mu\nu b_n}{(1-2\nu)r} + \frac{pC_2 b_n}{r}\right] = 0.$$

Анализ потери устойчивости

Обезразмерим величины, отнеся радиальную координату к внешнему радиусу r_0 (т.е. $r_0 = 1$), а напряжения – к постоянной μ . Положим $\nu = 0,3$.

Зависимость критического давления p от амплитуды β_0 для толстой оболочки $r_1 = 0,7$ с дислокациями, распределенными по синусоидальному закону $\beta(r) = \beta_0 \sin(\omega r)$, приведена в таблице.

Потеря устойчивости в случае гармонической плотности дислокаций $\beta(r) = \beta_0 \sin(\omega r)$ в толстой оболочке $r_1 = 0,7$ / Stability loss in case of harmonic dislocation density $\beta(r) = \beta_0 \sin(\omega r)$ in a thick shell $r_1 = 0.7$

ω	p			
	$\beta_0 = 0,1$	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 1$	$\beta_0 = 2$
-3	0,39	0,42	0,48	0,61
3	0,37	0,34	0,30	0,24
4	0,36	0,28	0,21	0,10
6	0,39	0,47	0,59	0,97

Рассмотрим плотность дислокаций в виде $\beta(r) = \beta_0 r^\kappa$.

Построим собственные формы потери устойчивости. В качестве примера приведем график квазиперемещения в меридиональной плоскости вдоль вектора e_r . Из рис. 1 видно, что внутри толстой оболочки существует сферическая поверхность, на которой данное квазиперемещение не зависит от плотности дислокаций. С увеличением плотности дислокаций на внутренней поверхности оболочки квазиперемещение уменьшается по абсолютной величине, а на внешней – увеличивается.

Из рис. 2, 3 видно, что для тонкой оболочки с внутренним радиусом $r_1 = 0,95$ наименьшее значение n , при котором происходит потеря устойчивости, равно 8, а для толстой оболочки с внутренним радиусом $r_1 = 0,7$ устойчивость теряется при $n = 3$. При этом область устойчивости на плоскости параметров p и β_0 для тонкой оболочки является замкнутой, а для толстой – незамкнутой. Показано, что отрицательная плотность дислокаций уменьшает критическое давление p , а положительная – увеличивает. Пересечение кривых устойчивости с осью $p = 0$ означает потерю устойчивости за счет собственных напряжений, обусловленных дислокациями.

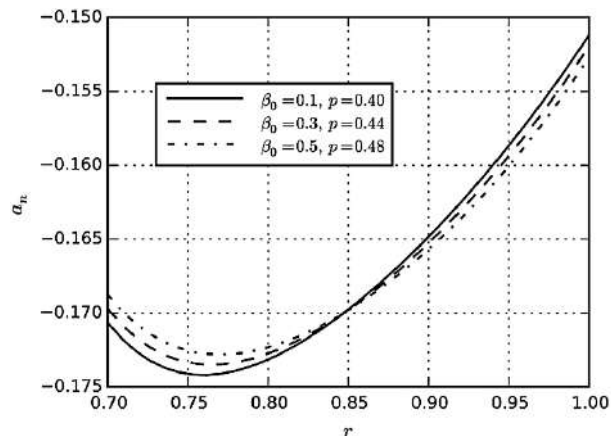


Рис. 1. Квазиперемещение в меридиональной плоскости вдоль вектора e_r в толстой оболочке $r_1 = 0,7$, $\beta(r) = \beta_0 r^\kappa$, $\kappa = 1$ / Fig. 1. Quasi-displacement in the meridional plane along the vector e_r in a thick shell $r_1 = 0.7$, $\beta(r) = \beta_0 r^\kappa$, $\kappa = 1$

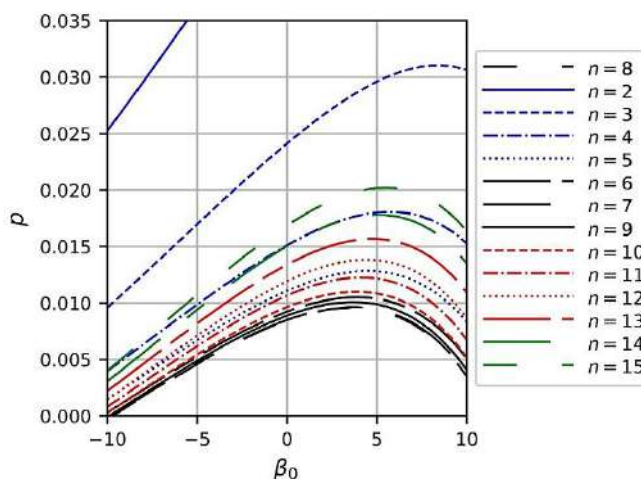


Рис. 2. Связь критического давления p и параметра плотности дислокаций β_0 в тонкой оболочке $r_1 = 0,95$, $\beta(r) = \beta_0 r^\kappa$, $\kappa = 2$ / Fig. 2. Relationship between the critical pressure p and the dislocation density parameter β_0 in a thin shell $r_1 = 0.95$, $\beta(r) = \beta_0 r^\kappa$, $\kappa = 2$

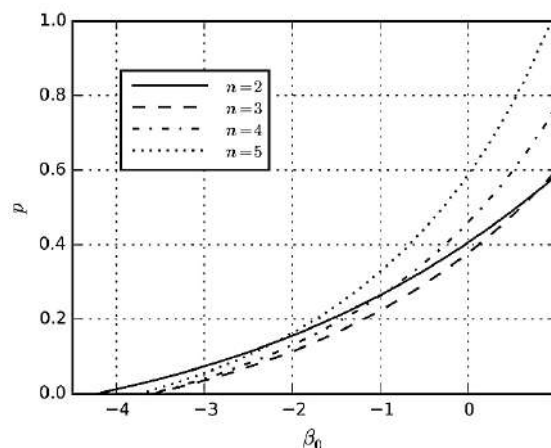


Рис. 3. Связь критического давления p и параметра плотности дислокаций β_0 в толстой оболочке $r_1 = 0,7$, $\beta(r) = \beta_0 r^\kappa$, $\kappa = 1$ / Fig. 3. Relationship between the critical pressure p and the dislocation density parameter β_0 in a thick shell $r_1 = 0.7$, $\beta(r) = \beta_0 r^\kappa$, $\kappa = 1$

Заключение

Исследована задача устойчивости равновесия нелинейно-упругого шара с распределенными краевыми дислокациями, нагруженного внешним гидростатическим давлением. Распределение дислокаций рассмотрено в сферически симметричном представлении и определяется произвольной скалярной функцией радиальной координаты. Для модели гармонического сжимаемого материала найдено точное решение, описывающее докритическое состояние. Для нахождения критических значений внешнего давления решена линеаризованная однородная краевая задача.

Установлено, что дислокации могут как уменьшать, так и увеличивать критическую нагрузку, при которой происходит выпучивание шара. Обнаружено явление потери устойчивости упругого тела при отсутствии внешних нагрузок, т.е. за счет напряжений, вызванных наличием в теле распределенных дислокаций.

Литература

1. Clayton J.D. *Nonlinear Mechanics of Crystals*. Dordrecht: Springer, 2011.
2. Maugin G.A. Defects, dislocations and the general theory of material inhomogeneity // *Generalized continua and dislocation theory*. CISM courses and lectures / Ed. by C. Sansour, S. Skatulla. Vienna: Springer, 2012. Vol. 537. P. 1–83.
3. Eremeyev V.A., Lebedev L.P., Altenbach H. *Foundations of Micropolar Mechanics*. Springer-Briefs in Applied Sciences and Technologies. Heidelberg et al.: Springer, 2013.
4. *Mechanics of Generalized Continua* / Ed. by H. Altenbach, G.A. Maugin, V. Erofeev. Berlin: Springer, 2011. Vol. 7. *Advanced Structured Materials*.
5. Kondo K. On the geometrical and physical foundations in the theory of yielding // *Proc. 2nd Jap. Nat. Congress of Appl. Mechanics*. Tokyo, 1952. P. 41–47.
6. Bilby B.A., Bullough R., Smith E. Continuous distributions of dislocations: a new application of the methods of non-Riemannian geometry // *Proc. Roy. Soc. London*. 1955. Vol. A231. P. 263–273.
7. Kröner E. Allgemeine Kontinuumstheorie der Versetzungen und Eigenspannungen // *Arch. Ration. Mech. Anal.* 1960. Vol. 4. P. 273–334.
8. Zubov L.M. *Nonlinear Theory of Dislocations and Disclinations in Elastic Bodies*. Berlin: Springer, 1997.
9. Zubov L.M. Сферически симметричные решения нелинейной теории дислокаций // *Докл. АН*. 2014. Т. 458, № 2. С. 161–164.

10. Zubov L.M., Моисеенко С.И. Устойчивость равновесия вывернутой наизнанку упругой сферы // *Механика твердого тела*. 1983. № 5. С. 148–155.

11. Зеленин А.А., Zubov L.M. Закрытые деформации упругой сферы // *Изв. АН СССР. МТТ*. 1985. № 5. С. 76–82.

12. Зеленин А.А., Zubov L.M. Поведение толстой круглой плиты после потери устойчивости // *ПММ*. 1988. Т. 52, вып. 4. С. 642–650.

References

1. Clayton J.D. (2011). *Nonlinear Mechanics of Crystals*. Dordrecht, Springer.
2. Maugin G.A. (2012). Defects, dislocations and the general theory of material inhomogeneity. C. Sansour, S. Skatulla (Eds.). *Generalized continua and dislocation theory*. CISM courses and lectures. Springer, Vienna, vol. 537, pp. 1–83.
3. Eremeyev V.A., Lebedev L.P., Altenbach H. (2013). *Foundations of Micropolar Mechanics*. Springer-Briefs in Applied Sciences and Technologies. Heidelberg et al., Springer.
4. *Mechanics of Generalized Continua*. (2011). H. Altenbach, G.A. Maugin, V. Erofeev (Eds.). Berlin, Springer, vol. 7. *Advanced Structured Materials*.
5. Kondo K. (1952). On the geometrical and physical foundations in the theory of yielding. *Proc. 2nd Jap. Nat. Congress of Appl. Mechanics*. Tokyo, pp. 41–47.
6. Bilby B.A., Bullough R., Smith E. (1955). Continuous distributions of dislocations: a new application of the methods of non-Riemannian geometry. *Proc. Roy. Soc. London*, vol. A231, pp. 263–273.
7. Kröner E. (1960). Allgemeine Kontinuumstheorie der Versetzungen und Eigenspannungen. *Arch. Ration. Mech. Anal.*, vol. 4, pp. 273–334.
8. Zubov L.M. (1997). *Nonlinear Theory of Dislocations and Disclinations in Elastic Bodies*. Springer, Berlin.
9. Zubov L.M. (2014). Spherically symmetric solutions in the nonlinear theory of dislocations. *Dokl. Phys.*, vol. 59, No. 9, pp. 419–422.
10. Zubov L.M., Moiseyenko S.I. (1983). Stability of equilibrium of an elastic sphere turned inside out. *Mekhanika tverdogo tela* (Proc. Acad. Sci. USSR. Mech. solids), No. 5, pp. 148–155.
11. Zelenin A.A., Zubov L.M. (1985). Supercritical deformations of the elastic sphere. *Mekhanika tverdogo tela* (Proc. Acad. Sci. USSR. Mech. solids), No. 5, pp. 76–82. (in Russian).
12. Zelenin A.A., Zubov L.M. (1988). The behaviour of a thick circular plate after stability loss. *PMM*, vol. 52, No. 4, pp. 642–650. (in Russian).

УДК 62-50; 519.3; 621.37

doi 10.18522/1026-2237-2020-4-22-28

МЕТОД СИНТЕЗА АДАПТИВНЫХ АЛГОРИТМОВ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА ДЕКОМПОЗИЦИИ И МЕТОДОЛОГИИ ОБЪЕДИНЕННОГО ПРИНЦИПА МАКСИМУМА*

© 2020 г. А.А. Костоглотов¹, А.С. Пеньков¹, С.В. Лазаренко²¹Ростовский государственный университет путей сообщения, Ростов-на-Дону, Россия,²Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Россия

METHOD FOR THE SYNTHESIS OF ADAPTIVE ALGORITHMS FOR ESTIMATING THE PARAMETERS OF DYNAMIC SYSTEMS BASED ON THE DECOMPOSITION PRINCIPLE AND THE JOINT MAXIMUM METHODOLOGY**

A.A. Kostoglotov¹, A.S. Penkov¹, S.V. Lazarenko²¹Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russia,²Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russia

Костоглотов Андрей Александрович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой связи на железнодорожном транспорте, Ростовский государственный университет путей сообщения, пл. Ростовского Стрелкового Полка Народного Ополчения, 2, г. Ростов-на-Дону, 344038, Россия, e-mail: kostoglotov@icloud.com

Andrey A. Kostoglotov - Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Communication on Railway Transport, Rostov State Transport University, Rostovskogo Strelkovogo Polka Narodnogo Opolcheniya Sq., 2, Rostov-on-Don, 344038, Russia, e-mail: kostoglotov@icloud.com

Пеньков Антон Сергеевич – аспирант, кафедра связи на железнодорожном транспорте, Ростовский государственный университет путей сообщения, пл. Ростовского Стрелкового Полка Народного Ополчения, 2, г. Ростов-на-Дону, 344038, Россия, e-mail: pencha_@mail.ru

Anton S. Penkov - Postgraduate, Department of Communication on Railway Transport, Rostov State Transport University, Rostovskogo Strelkovogo Polka Narodnogo Opolcheniya Sq., 2, Rostov-on-Don, 344038, Russia, e-mail: pencha_@mail.ru

Лазаренко Сергей Валерьевич – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой радиоэлектроники, Донской государственный технический университет, пл. Гагарина, 1, г. Ростов-на-Дону, 344010, Россия, e-mail: rh3311@mail.ru

Sergey V. Lazarenko - Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Radioelectronics, Don State Technical University, Gagarina Sq., 1, Rostov-on-Don, 344010, Russia, e-mail: rh3311@mail.ru

Разработан метод синтеза фильтра оценки состояния динамических систем калмановского типа с адаптивной моделью, построенной на базе принципа декомпозиции системы с использованием кинематических связей из условия постоянства инвариантов движения. Структура модели определяется из условия максимума функции обобщенной мощности с точностью до нелинейной синтезирующей функции, определяющей скорость диссипации и, соответственно, степень структурной адаптации. Полученная модель имеет явную связь с градиентом функционала ошибки оценивания, что дает возможность адаптации к интенсивности регулярных и случайных воздействий, и может быть использована для построения фильтра оценки состояния калмановской структуры. На основе разработанного метода получен дискретный алгоритм и проведен его сравнительный анализ с классическим фильтром Калмана.

Ключевые слова: адаптация, декомпозиция, объединенный принцип максимума, фильтр Калмана, оценка, динамические системы.

A method of synthesis of a filter for estimating the state of dynamic systems of Kalman type with an adaptive model built on the basis of the principle of decomposition of the system using kinematic relations from the condition of constancy of mo-

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 19-38-90273 Аспиранты, 18-08-01494 А.

** The reported study was funded by RFBR, project No. 19-38-90273, 18-08-01494 А.

tion invariants has been developed. The structure of the model is determined from the condition of the maximum function of the generalized power up to a nonlinear synthesizing function that determines the rate of dissipation and, accordingly, the degree of structural adaptation. The resulting model has an explicit relation with the gradient of the estimation error functional, which makes it possible to adapt to the intensity of regular and random influences and can be used to construct a filter for estimating the state of the Kalman structure. On the basis of the developed method, a discrete algorithm is obtained and its comparative analysis with the classical Kalman filter is carried out.

Keywords: adaptation, decomposition, unified maximum principle, Kalman filter, estimation, dynamical systems.

Введение

В процессе движения беспилотные летательные аппараты (БПЛА) испытывают воздействие ветровых порывов, турбулентностей атмосферы, возмущений, возникающих вследствие нестационарности характеристик и параметров самого аппарата и его исполнительных механизмов. Такого рода воздействие носит сложный характер, обусловленный случайными и регулярными факторами. БПЛА за счет бортовых цифровых вычислительных машин обладают потенциальной возможностью реализовать совершенные алгоритмы оценки ориентации и положения, которые способны обеспечить эффективное функционирование в таких условиях, что определяет необходимость дальнейшего развития теоретических и прикладных разработок в направлении синтеза адаптивных алгоритмов оценки параметров состояния динамических систем. Такие задачи решаются при разработке современных систем оценки, когда возникает необходимость осуществлять текущую идентификацию и адаптацию, обеспечивать инвариантность к заданному множеству возмущений.

Среди современных методов обработки измерительной информации важное место занимают методы оценивания состояния динамических систем с использованием принципов адаптации, которые связаны с изменением структуры, параметров и критериев функционирования.

Структурная адаптация предполагает использование множества моделей с процедурой направленного выбора модели при реализации процесса оценивания. Традиционные одномодельные способы оценки просты в реализации, однако позволяют достичь удовлетворительной точности только в одном режиме движения объекта. Одномодельные адаптивные алгоритмы состоят из двух этапов: принятие решения о наличии регулярного воздействия и оценка параметров с его учетом. Алгоритмы имеют широкий диапазон режимов движения, в которых сохраняется точность оценки, но обладают такими существенными недостатками, как необходимость принятия решения о выборе модели до начала фильтрации, отсутствие информации о возможной ошибке при принятии решения о выборе модели [1].

Многомодельные (ММ) алгоритмы функционируют, используя в каждый момент времени несколько моделей движения цели. Результирующая оценка вычисляется на основе использования результатов работы всех элементарных фильтров. Преимущество ММ-алгоритмов выражается в уменьшении запаздывания обнаружения начала воздействия, что приводит к снижению ошибок оценивания состояния на участке нестационарности по сравнению с одномодельными алгоритмами [2]. Недостатком ММ-алгоритмов является экспоненциальный рост возможных комбинаций состояний с течением времени, вследствие чего практическая реализация оптимального ММ-алгоритма часто не представляется возможной [3].

Адаптивные (самонастраивающиеся) системы – это системы, обеспечивающие компенсацию параметрических, сигнальных, функциональных или структурных неопределенностей динамического объекта за счет адаптации параметров модели в ходе рабочего функционирования системы. Другими словами, адаптивные системы восполняют нехватку априорной информации об объекте управления в ходе рабочего функционирования. В этом смысле они могут также называться самообучающимися системами [4].

Один из вариантов адаптации структуры и параметров исследуемого процесса основан на методологии объединенного принципа максимума [5, 6], что приводит к модели динамической системы, удовлетворяющей принципу Гамильтона – Остроградского [7]. Структура модели определяется из условия максимума функции обобщенной мощности с точностью до нелинейной синтезирующей функции, определяющей скорость диссипации и, соответственно, степень структурной адаптации [8], однако нелинейность предлагаемой модели ограничивает возможности ее применения. Одним из возможных подходов к решению задач построения моделей управляемых систем (без привлечения линейного приближения) является принцип декомпозиции.

Научная задача – разработка метода синтеза фильтра оценки состояния динамических систем калмановского типа с адаптивной моделью, построенной на базе принципа декомпозиции системы с использованием кинематических связей из условия постоянства инвариантов движения.

Цель исследования – разработка эффективного по критерию точности дискретного алгоритма оценки состояния динамических систем с возможностью адаптации модели движения на базе разработанного метода.

Постановка задачи

Основой построения фильтра оценки состояния является математическая модель динамики исследуемого процесса. В соответствии с положениями аналитической механики математическая модель движения динамической системы является следствием принципа Гамильтона – Остроградского, согласно которому выполняется [7]

$$\delta S = \int_{t_0}^{t_1} (\delta T + \delta A) dt = 0, \quad (1)$$

для интеграла действия

$$S = \int_{t_0}^{t_1} (T + A) dt, \quad (2)$$

где t_0, t_1 – время начала и окончания наблюдений.

Кинетическая энергия для динамической системы со стационарными связями [7]

$$T = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \sum_{k=1}^n a_{sk} \dot{q}_s \dot{q}_k, \quad s = \overline{1, n}, \quad k = \overline{1, n}, \quad (3)$$

где q_s, \dot{q}_s – обобщенные координаты и скорости;

a_{sk} – коэффициенты инерции – элементы матрицы квадратичной формы; n – число степеней свободы.

Работа обобщенных сил на наблюдаемой траектории определяется выражением

$$A = \int_{q_s(t_0)}^{q_s(t_1)} \sum_{s=1}^n \left(U_s - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial \Pi}{\partial q_s} \right) dq_s, \quad (4)$$

где U_s – управляющие обобщенные силы; $\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_s}$ –

диссипативные обобщенные силы; Φ – диссипативная функция; $\frac{\partial \Pi}{\partial q_s}$ –

потенциальные обобщенные силы; Π – потенциальная энергия.

Формализм Лагранжа позволяет получить уравнения движения в форме [7, 9]

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n a_{ks} \ddot{q}_k = & \quad (5) \\ = - \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n [k, m; s] \dot{q}_k \dot{q}_m + \left(U_s - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial \Pi}{\partial q_s} \right) = Q_s(q, \dot{q}, U), \\ s = \overline{1, n}, \quad q(t_0) = q_0, \quad \dot{q}(t_0) = \dot{q}_0, \end{aligned}$$

где $[k, m; s] = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial a_{ks}}{\partial q_m} + \frac{\partial a_{ms}}{\partial q_k} - \frac{\partial a_{km}}{\partial q_s} \right)$ – символы

Кристоффеля первого рода для матрицы квадратичной формы T .

Использование модели (5) для построения фильтра оценки состояния с учетом полноты и детализации описания процесса эволюции параметров исследуемого объекта является достаточно сложным, и такая модель не получила широкого распространения в практике статистического синтеза.

Динамические системы (5) представляют собой существенно нелинейные системы высокого порядка, для которых характерно наличие значительного динамического взаимодействия между элементами (степенями свободы). Интенсивность взаимовлияния характеризуется коэффициентами a_{sk} в модели кинетической энергии T . Наличие взаимовлияния и различных возмущающих факторов затрудняет решение задачи оценки параметров систем, описываемых уравнениями (5).

Одним из возможных подходов к решению задач построения моделей управляемых систем (без привлечения линейного приближения) является принцип декомпозиции. Суть этого принципа [10] состоит в том, чтобы с помощью допустимого управления полностью устранить динамическое взаимовлияние между элементами, вывести систему на движение в режиме декомпозиции и выбрать это (устраняющее взаимовлияние) управление таким образом, чтобы система (5) двигалась в соответствии с целью управления, обеспечивая заданное значение функционала, характеризующего качество процесса оценки состояния. Таким образом, за счет релейных обратных связей замкнутая система начинает двигаться в скользящем режиме, становится в смысле критерия оценки повторителем траекторий, которые определяет наблюдатель. Это значит, что рассматриваемая система (т. е. нелинейная многосвязная динамическая система высокого порядка) через конечный интервал времени начинает двигаться в силу простейшей системы [10]. Этот факт можно использовать при построении модели исследуемой системы с учетом непрерывного характера обратной связи.

Рассмотрим математическую постановку задачи. Формальное отнесение части энергии к работе обобщенных сил $Q_s(q, \dot{q}, U)$ при движении в режиме декомпозиции позволяет ввести простейшую определенно положительную квадратичную форму скоростей, которая трактуется как кинетическая энергия системы (5) [7]

$$T = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n a_{ss} \dot{q}_s^2, \quad s = \overline{1, n}. \quad (6)$$

Эта форма используется в дальнейшем для построения модели динамики оцениваемого процесса.

Положим, что уравнение наблюдения имеет вид

$$y_s = q_s + v_s, \quad s = \overline{1, n}, \quad (7)$$

где y – вектор наблюдений; v – вектор случайных воздействий на канал наблюдения с известной интенсивностью, которая определяется диагональной матрицей N . В качестве обобщенных координат выбраны координаты, в которых производятся наблюдения.

В пространстве наблюдений выбран целевой функционал [11], принимающий некоторое заданное значение, которое определяет точность измерения фазовых координат исследуемой системы

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \sum_{s=1}^n N_{ss}^{-1} [y_s - \hat{q}_s]^2 dt = \int_{t_0}^{t_1} F(\hat{q}) dt = D, \quad (8)$$

где N_{ss} – элементы диагональной весовой матрицы N , характеризующей интенсивность помех в канале наблюдений; знак $\hat{}$ означает оценку; D – взвешенная априорная дисперсия результатов измерений каналов наблюдения.

Поставим задачу построения математической модели процесса наблюдаемой (7) и управляемой по критерию (8) динамической системы с кинетической энергией (6) с учетом того, что движение динамической системы в режиме декомпозиции является следствием принципа Гамильтона – Остроградского (1). Полученная модель имеет явную связь с градиентом функционала (8) [8, 12, 13], возможность адаптации по критерию ошибки оценивания и может быть использована для построения адаптивного фильтра оценки состояния калмановской структуры.

Построение адаптивной модели

Для наблюдаемой (7) системы с кинетической энергией (6) в режиме декомпозиции за счет обратных связей модель двигается в соответствии с целью, которая определяется значением функционала (8). Потребуем, чтобы обобщенный кинетический потенциал

$$T - \lambda^{-1} F = 0, \quad (9)$$

где $\lambda(D)$ – множитель Лагранжа, выступающий в роли параметра модели. Это позволяет установить кинематическую связь

$$\frac{1}{2} \sum_{s=1}^n a_{ss} \dot{q}_s^2 = \lambda^{-1} \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n N_{ss}^{-1} (y_s - q_s)^2 dt. \quad (10)$$

В силу допущения о том, что движение в режиме декомпозиции полностью устраняет динамиче-

ское взаимовлияние между элементами, имеем соотношение

$$|\dot{q}_s| = \sqrt{a_{ss}^{-1} \lambda^{-1} N_{ss}^{-1}} |y_s - q_s|, \quad s = \overline{1, n}. \quad (11)$$

Общий вид уравнения динамической квазиопределенной оценки по критерию (8) определяется формулой [12]

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_s} = \\ = \lambda^{-1} \left[-\lambda \frac{|\dot{q}_s|}{N_{ss}^{-1} |y_s - q_s|} \dot{q}_s - N_{ss}^{-1} (y_s - q_s) \right], \\ s = \overline{1, n}. \end{aligned}$$

С учетом принятой модели кинетической энергии (6) и кинематической связи (11) получим уравнения оценки в виде

$$\begin{aligned} \ddot{\hat{q}}_s(t) = -\sqrt{\lambda_s^{-1}} \dot{\hat{q}}_s(t) - \lambda_s^{-1} (y_s(t) - \hat{q}_s(t)), \\ s = \overline{1, n}, \end{aligned} \quad (12)$$

где $\lambda_s = a_{ss} \lambda N_{ss}$ – коэффициент адаптации.

Это – уравнение управляемой по критерию (8) динамической системы с кинетической энергией (6) при движении в режиме декомпозиции.

Рассмотрим задачу построения фильтра Калмана для адаптивной модели (12) и наблюдения (7).

Синтез дискретного фильтра

Уравнение (12) может быть использовано для адаптации модели движения по параметру λ для заданного значения функционала (8) при построении адаптивного фильтра оценки параметров динамических систем [12–14].

С учетом простейшей схемы конечно-разностной аппроксимации Эйлера (12) может быть для произвольного s представлено в векторно-матричном дискретном виде

$$\mathbf{X}(i+1) = \mathbf{F}\mathbf{X}(i) + \mathbf{G}\mathbf{Y}(i), \quad (13)$$

где $\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$ – расширенный вектор состояния;

$x_1(t) = q(t)$, $x_2(t) = \dot{q}(t)$; $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & \\ \lambda^{-1} N^{-1} \Delta t & 1 - \sqrt{\lambda^{-1} N^{-1} \Delta t} \end{bmatrix}$ –

переходная матрица состояния; $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\lambda^{-1} N^{-1} \Delta t \end{bmatrix}$ –

матрица возбуждения; $\mathbf{Y}(i) = \begin{bmatrix} 0 \\ y(i) \end{bmatrix}$ – вектор наблюдения;

Δt – интервал дискретизации; λ – коэффициент

адаптации; N – спектральная плотность шума наблюдения.

Предположим, что в результате адаптации найдено значение параметра λ по результатам численного моделирования дискретной модели (13). Следовательно, имеем некоторое приближение (оценку) истинного значения параметра $\hat{q} \approx q$. Из уравнения (12) получим стохастическое дифференциальное уравнение, которое служит основой для построения модели динамики непрерывных стохастических систем и может быть описано нестрогим уравнением Ланжевена [12]

$$\ddot{\hat{q}}(t) = -\sqrt{\lambda^{-1}N^{-1}}\dot{\hat{q}}(t) - \lambda^{-1}N^{-1}w(t), \quad (14)$$

где $\hat{q}(t)$ – оценка состояния системы; $w(t)$ – входной шум [15].

Поскольку в режиме декомпозиции динамическое взаимовлияние степеней свободы устраняется (компенсируется), система начинает двигаться в силу несвязных невзаимодействующих подсистем. Это позволяет рассмотреть одномерный случай. Наблюдение для одномерного случая описывается уравнением (7).

В соответствии с [15, 16] решение задачи фильтрации требует использования формальной процедуры расширения пространства состояний, которая позволяет записать (14) в форме векторного дифференциального уравнения первого порядка:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \Phi \mathbf{X}(t) + \Gamma \mathbf{W}(t), \quad \mathbf{X}(0) = \mathbf{X}_0, \quad (15)$$

где $\Phi = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\sqrt{\lambda^{-1}N^{-1}} \end{bmatrix}$; $\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\lambda^{-1}N^{-1} \end{bmatrix}$;

\mathbf{X}_0 – вектор начальных условий; $\mathbf{W}(t)$ – вектор случайных воздействий с ковариационной матрицей \mathbf{Q} .

Дискретная модель для (15)

$$\mathbf{X}(i+1) = \mathbf{F}\mathbf{X}(i) + \mathbf{G}\mathbf{W}(i),$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ 0 & 1 - \sqrt{\lambda^{-1}N^{-1}}\Delta t \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\lambda^{-1}N^{-1}\Delta t \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \lambda^{-2}N^{-2}\Delta t^2 \end{bmatrix}.$$

Уравнение наблюдения (7) в дискретном виде

$$\mathbf{Y}(i) = \mathbf{H}\mathbf{X}(i) + \mathbf{V}(i), \quad (17)$$

где $\mathbf{V}(i)$ – вектор погрешности измерения с ковариационной матрицей \mathbf{R} , которая определяется в соответствии с (7); $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$ – проекция пространства состояний на пространство наблюдений [17].

Уравнение (16) определяет структуру фильтра Калмана [18].

Для классического фильтра Калмана соответствующие матрицы [8] имеют вид

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Delta t \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Delta t^2 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Согласно обобщенной байесовской схеме оценивания фильтр Калмана представляет собой два последовательно соединенных устройства – экстраполятор, предсказывающий состояние объекта на шаг вперед, и фильтр, уточняющий экстраполированное значение на основе нового измерения [2].

Дискретный алгоритм фильтра Калмана имеет вид

$$\hat{\mathbf{X}}(i|i-1) = \mathbf{F}\hat{\mathbf{X}}(i-1), \quad (19)$$

$$\hat{\mathbf{X}}(i) = \hat{\mathbf{X}}(i|i-1) + \mathbf{K}(i)(\mathbf{Y}(i) - \mathbf{H}\hat{\mathbf{X}}(i|i-1)),$$

$$\mathbf{K}(i) = \mathbf{P}(i|i-1)\mathbf{H}^T [\mathbf{H}\mathbf{P}(i|i-1)\mathbf{H}^T + \mathbf{R}]^{-1},$$

$$\mathbf{P}(i) = \mathbf{P}(i|i-1) - \mathbf{K}(i)\mathbf{H}\mathbf{P}(i|i-1),$$

$$\mathbf{P}(i|i-1) = \mathbf{F}\mathbf{P}(i-1)\mathbf{F}^T + \mathbf{Q},$$

где $\hat{\mathbf{X}}(i)$ – оценка вектора состояния; $\hat{\mathbf{X}}(i|i-1)$ – экстраполированная оценка вектора состояния; $\mathbf{P}(i)$ – ковариация оценки вектора состояния; $\mathbf{P}(i|i-1)$ – ковариация экстраполированной ошибки вектора состояния; \mathbf{K} – матричный коэффициент усиления фильтра; \mathbf{I} – единичная матрица.

Процедура адаптации модели и оценка эффективности функционирования разработанного фильтра

Рассмотрим процесс изменения углового положения БПЛА по углу крена. В случае, когда БПЛА находится в стационарном режиме, традиционный фильтр Калмана позволяет достичь удовлетворительной точности оценки углового положения. Однако в случае маневрирования или воздействия внешних сил (например, атмосферной турбулентности) точность оценки падает [17].

Проведен эксперимент, позволяющий определить эффективность алгоритма (19) с адаптивной моделью (16) в сравнении с традиционным фильтром Калмана (18). Рассмотрен тестовый режим с гармоническим воздействием и начальными дан-

ными для численного моделирования: $\mathbf{X}(1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$,

$$\mathbf{P}(1|1) = \begin{bmatrix} 1 & 0,5 \\ 0,5 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Delta t = 0,02 \text{ с.}$$

В результате адаптации модели по функционалу (8) получено значение параметра адаптации $\lambda = 0,0005$.

Исследование каждого из описанных алгоритмов проведено для входных воздействий с частотой от 1 до 8 Гц и среднеквадратического отклонения (СКО) шума измерения угла крена от 1° до 4° . Результаты моделирования усреднялись по совокупности 25 реализаций для каждого значения воздействия и шума измерений. График зависимости СКО оценки от частоты воздействия и шума измерения приведен на рисунке.

Выводы

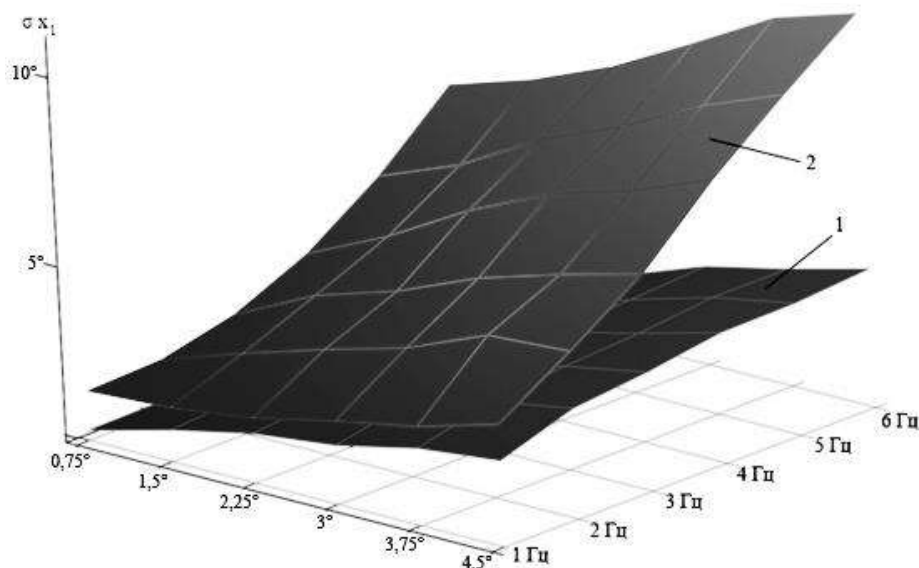
Разработан метод синтеза фильтра оценки состояния динамических систем калмановского типа с адаптивной моделью, построенной на базе принципа декомпозиции системы с использованием кинематических связей из условия постоянства инвариантов движения. Полученная модель имеет явную связь с градиентом функционала ошибки оценивания, что дает возможность адаптации к интенсивности регулярных и случайных воздействий, и может быть использована для построения фильтра оценки состояния калмановской структуры.

На основе разработанного метода получен дискретный алгоритм и проведен его сравнительный анализ с классическим фильтром Калмана. Результаты моделирования позволяют сделать вывод о повышении эффективности функционирования разработанного адаптивного фильтра в сравнении с классическим по точности в условиях увеличения шума измерения и интенсивности регулярного гармонического воздействия.

Предложенный алгоритм может быть использован при решении задач оценки в системах ориентации, навигации и управления движением подвижных объектов.

Литература

1. Li X.R., Jilkov V.P. Survey maneuvering target tracking - part V: multiple-model methods // Signal and Data Processing Small Target. 2003. No. 5204.
2. Коновалов А.А. Основы траекторной обработки радиолокационной информации. СПб.: СПбГЭТУ ЛЭТИ, 2014. 180 с.



СКО оценки состояния системы: 1 – СКО адаптивного фильтра (16); 2 – СКО классического фильтра Калмана (13) / RMS deviation of the system state: 1 - RMS of the adaptive filter (16); 2 - RMS of the classical Kalman filter (13)

3. Кудинов Ю.И., Дорохов И.Н., Пащенко Ф.Ф. Нечеткие регуляторы и системы управления // Проблемы управления. 2004. Вып. 3. С. 2–14.

4. Никифоров В.О., Слута О.В., Ушаков А.В. Интеллектуальное управление в условиях неопределенности: учебное пособие. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2011. 226 с.

5. Костоглотов А.А. Объединенный принцип Понтрягина – Гамильтона – Остроградского // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2007. № 6 (142). С. 13–17.

6. Костоглотов А.А., Костоглотов А.И., Лазаренко С.В., Шевцова Л.А. Синтез оптимального управления на основе объединенного принципа максимума // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. 2010. № 2 (154). С. 31–37.

7. Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: ГИФМЛ, 1961. 824 с.

8. Лосев В.А., Костоглотов А.А., Лазаренко С.В., Кузнецов А.А., Дерябкин И.В. Структурный синтез дискретных адаптивных следящих систем на основе объединенного принципа максимума // Вестн. ДГТУ. 2017. Т. 17, № 1. С. 105–112.

9. Костоглотов А.А., Костоглотов А.И., Лазаренко С.В., Ценных Б.М. Метод оценки параметров движения управляемого летательного аппарата на основе объединенного принципа максимума с построением опорной траектории // Успехи современной радиоэлектроники. 2012. № 6. С. 61–66.

10. Матюхин В.И. Управление механическими системами. М.: Физматлит, 2009. 320 с.

11. Костоглотов А.А., Лазаренко С.В. Негладкий анализ в задачах обработки измерительной информации // Измерительная техника. 2009. № 2. С. 6–11.

12. Костоглотов А.А., Кузнецов А.А., Лазаренко С.В. Синтез модели процесса с нестационарными возмущениями на основе максимума функции обобщенной мощности // Мат. моделирование. 2016. Т. 28, № 12. С. 133–142.

13. Костоглотов А.А., Кузнецов А.А., Лазаренко С.В., Дeryabkin И.В. Метод структурной адаптации дискретных алгоритмов объединенного принципа максимума в задачах оценки параметров движения // Информационно-управляющие системы. 2016. № 6 (85). С. 10–15.

14. Костоглотов А.А., Лазаренко С.В. Синтез адаптивных систем сопровождения на основе гипотезы о стационарности гамильтониана гиперповерхности переключения // Радиотехника и электроника. 2017. Т. 62, № 2. С. 121–125.

15. Sage A.P., Melsa J.L. System identification. N.Y.:L., 1971. 248 p.

16. Костоглотов А.А., Пеньков А.С. Оценка параметров датчиков положения с текущей адаптацией модели // Вестн. РГУПС. 2017. № 4 (68). С. 184–190.

17. Singer R.A. Estimating optimal tracking filter performance for manned maneuvering targets // IEEE Trans. on AES. 1970. No. 4. P. 473–483.

18. Костоглотов А.А., Лазаренко С.В., Пугачев И.В., Корнев А.С. Метод синтеза алгоритмов оценки при нестационарных возмущениях измерительных процессов методом объединенного принципа максимума // Вестн. РГУПС. 2018. № 2. С. 148–154.

References

1. Li X.R., Jilkov V.P. (2003). Survey maneuvering target tracking - part V: multiple-model methods. *Signal and Data Processing Small Target*, No. 5204.

2. Konovalov A.A. (2014). *Fundamentals of trajectory processing of radar information*. Saint Petersburg, SPbGETU LETI Press, 180 p. (in Russian).

3. Kudinov Yu.I., Dorohov I.N., Paschenko F.F. (2004). Fuzzy regulators and control systems. *Problemy upravleniya*, iss. 3, pp. 2-14. (in Russian).

4. Nikiforov V.O., Slita O.V., Ushakov A.V. (2011). *Intellectual management under uncertainty*. Textbook. Saint Petersburg, ITMO State University Press, 226 p. (in Russian).

5. Kostoglotov A.A. (2007). United Pontryagin-Hamilton-Ostrogradsky principle. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki (Bulletin of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region. Natural Science)*, No. 6 (142), pp. 13-17. (in Russian).

6. Kostoglotov A.A., Kostoglotov A.I., Lazarenko S.V., Shevtsova L.A. (2010). Synthesis of optimal control

based on the combined maximum principle. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Techn. nauki*, No. 2 (154), pp. 31-37. (in Russian).

7. Lurie A.I. (1961). *Analytical mechanics*. Moscow, GIFML Publ., 824 p. (in Russian).

8. Losev V.A., Kostoglotov A.A., Lazarenko S.V., Kuznetsov A.A., Deryabkin I.V. (2017). Structural synthesis of discrete adaptive tracking systems based on the combined maximum principle. *Vestn. DSTU*, vol. 17, No. 1, pp. 105-112. (in Russian).

9. Kostoglotov A.A., Kostoglotov A.I., Lazarenko S.V., Tsennykh B.M. (2012). Method for estimating the motion parameters of a controlled aircraft based on the combined maximum principle with the construction of a reference trajectory. *Uspekhi sovremennoi radioelektroniki*, No. 6, pp. 61-66. (in Russian).

10. Matyukhin V.I. (2009). *Management of mechanical systems*. Moscow, Fizmatlit Publ., 320 p. (in Russian).

11. Kostoglotov A.A., Lazarenko S.V. (2009). Non-smooth analysis in problems of measuring information processing. *Izmeritel'naya tekhnika*, No. 2, pp. 6-11. (in Russian).

12. Kostoglotov A.A., Kuznetsov A.A., Lazarenko S.V. (2016). Synthesis of a process model with non-stationary perturbations based on the maximum of the generalized power function. *Mat. modelirovanie*, vol. 28, No. 12, pp. 133-142. (in Russian).

13. Kostoglotov A.A., Kuznetsov A.A., Lazarenko S.V., Deryabkin I. V. (2016). Method of structural adaptation of discrete algorithms of the combined maximum principle in problems of estimating motion parameters. *Informatsionno-upravlyayushchie sistemy*, No. 6 (85), pp. 10-15. (in Russian).

14. Kostoglotov A.A., Lazarenko S.V. (2017). Synthesis of adaptive tracking systems based on the hypothesis of stationarity of the hypersurface Hamiltonian. *Radioelektronika i elektronika*, vol. 62, No. 2, pp. 121-125. (in Russian).

15. Sage A.P., Melsa J.L. (1971). *System identification*. New York, London, 248 p.

16. Kostoglotov A.A., Penkov A.S. (2017). Estimation of position sensor parameters with current model adaptation. *Vestn. RGUPS*, No. 4 (68), pp. 184-190. (in Russian).

17. Singer R.A. (1970). Estimating optimal tracking filter performance for manned maneuvering targets. *IEEE Trans. on AES*, No. 4, pp. 473-483.

18. Kostoglotov A.A., Lazarenko S.V., Pugahev I.V., Kornev A.S. (2018). Method of synthesis of estimation algorithms for non-stationary perturbations of measurement processes by the combined maximum principle method. *Vestn. RGUPS*, No. 2, pp. 148-154. (in Russian).

УДК 62-50

doi 10.18522/1026-2237-2020-4-29-35

СИНТЕЗ КВАЗИОПТИМАЛЬНОГО МНОГОРЕЖИМНОГО ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ УСЛОВИЯ МАКСИМУМА ФУНКЦИИ ОБОБЩЕННОЙ МОЩНОСТИ И ПРИНЦИПА ОСВОБОЖДАЕМОСТИ*

© 2020 г. С.В. Лазаренко¹, А.А. Костоглотов², А.А. Агапов², З.В. Лященко²¹Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Россия,²Ростовский государственный университет путей сообщения, Ростов-на-Дону, Россия

SYNTHESIS OF A QUASI-OPTIMAL MULTI-MODE CONTROL LAW BASED ON THE CONDITION OF THE MAXIMUM OF THE FUNCTION OF THE GENERALIZED POWER AND THE PRINCIPLE OF RELEASE**

S.V. Lazarenko¹, A.A. Kostoglotov², A.A. Agapov², Z.V. Lyaschenko²¹Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russia,²Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russia

Лазаренко Сергей Валерьевич – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой радиоэлектроники, Донской государственный технический университет, пл. Гагарина, 1, г. Ростов-на-Дону, 344010, Россия, e-mail: rh3311@mail.ru

Sergey V. Lazarenko - Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Radioelectronics, Don State Technical University, Gagarina Sq., 1, Rostov-on-Don, 344010, Russia, e-mail: rh3311@mail.ru

Костоглотов Андрей Александрович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой связи на железнодорожном транспорте, Ростовский государственный университет путей сообщения, пл. Ростовского Стрелкового Полка Народного Ополчения, 2, г. Ростов-на-Дону, 344038, Россия, e-mail: kostoglotov@icloud.com

Andrey A. Kostoglotov - Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Communication on Railway Transport, Rostov State Transport University, Rostovskogo Strelkovogo Polka Narodnogo Opolcheniya Sq., 2, Rostov-on-Don, 344038, Russia, e-mail: kostoglotov@icloud.com

Агапов Александр Андреевич – аспирант, кафедра связи на железнодорожном транспорте, Ростовский государственный университет путей сообщения, пл. Ростовского Стрелкового Полка Народного Ополчения, 2, г. Ростов-на-Дону, 344038, Россия, e-mail: agapov2794@gmail.com

Alexander A. Agapov - Postgraduate, Department of Communication on Railway Transport, Rostov State Transport University, Rostovskogo Strelkovogo Polka Narodnogo Opolcheniya Sq., 2, Rostov-on-Don, 344038, Russia, e-mail: agapov2794@gmail.com

Лященко Зоя Владимировна – старший преподаватель, кафедра связи на железнодорожном транспорте, Ростовский государственный университет путей сообщения, пл. Ростовского Стрелкового Полка Народного Ополчения, 2, г. Ростов-на-Дону, 344038, Россия, e-mail: izv_ui@rgups.ru

Zoya V. Lyaschenko - Senior Lecturer, Department of Communication on Railway Transport, Rostov State Transport University, Rostovskogo Strelkovogo Polka Narodnogo Opolcheniya Sq., 2, Rostov-on-Don, 344038, Russia, e-mail: izv_ui@rgups.ru

Разработан квазиоптимальный многорежимный закон управления на основе условия максимума функции обобщенной мощности с учетом принципа освобождаемости для объектов управления, допускающих представление уравнениями Лагранжа второго рода.

Сравнительный анализ полученного решения проведен на основе математического моделирования. Установлено, что режимы предлагаемого закона управления обеспечивают высокую точность приближения к оптимальным законам быстрогодействия и Фуллера с возможностью исключения учащающихся переключений. Разработанный закон

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 19-31-90134 Аспиранты, 18-01-00385 А.

** The reported study was funded by RFBR, project No. 19-31-90134, 18-01-00385 А.

управления за счет изменения линии переключения позволяет реализовать широкий спектр линейных и нелинейных режимов работы, что позволяет отнести полученный закон управления к многорежимным.

Ключевые слова: системы управления, многорежимное управление, функция обобщенной мощности, нелинейный закон управления.

A quasi-optimal multimode control law is developed on the basis of the condition for the maximum of the function of generalized power, taking into account the principle of exemption for control objects that can be represented by Lagrange equations of the second kind.

A comparative analysis of the obtained solution was carried out on the basis of mathematical modeling. It is found that the modes of the proposed control law provide a high accuracy of approximation to the optimal speed laws and Fuller's laws with the possibility of eliminating more frequent switching. The developed control law by changing the switching line makes it possible to implement a wide range of linear and nonlinear operating modes, which allows the resulting control law to be classified as multimode.

Keywords: control systems, multi-mode control, generalized power function, nonlinear control law.

Введение

В современных условиях увеличения сложности управляемых объектов и расширения множества критериев качества управления возросло количество законов управления. Их практическое применение часто не позволяет достигнуть требуемой эффективности в связи с неидеальностью элементов управления, ограничениями на величину управляющего воздействия и др. Проблема повышения эффективности работы реальных управляющих систем в условиях мобильности и ограниченности ресурса исполнительных устройств является актуальной в настоящее время [1–3].

Оптимальные законы управления Понтрягина и Фуллера не учитывают необходимости снижения энергетических затрат, их практическое приложение нередко требует сглаживания режимов учащающихся переключений, а также адаптации к неточностям моментов переключения и несоответствию выбранной математической модели действительной динамике протекающих процессов. Построенные таким образом решения экстремальных задач синтеза уже не являются оптимальными.

На практике часто используются линейные законы управления даже при существенной нелинейности объектов управления, из-за чего постоянного набора значений параметров регулятора недостаточно для обеспечения достаточного качества управления [2]. Использование релейных законов обеспечивает системе робастность, но приводит к энергетически напряженным скользящим режимам, которые становятся недопустимой роскошью при ограниченных ресурсах. Возникает необходимость построения квазиоптимальных управлений с возможностью реализации линейных и нелинейных режимов с максимальным использованием естественных, собственных движений объекта.

В качестве решения данной проблемы могут применяться системы с переменной структурой; системы, основанные на методе разбиения фазового пространства на зоны и использовании различных законов управления (линейных и нелинейных) в заданных зонах – многозонные системы [4]; адаптивные [5]; комбинированные (в случае доступности измерений возмущающих воздействий); регуляторы, построенные по методу нелинейной коррекции алгоритмов управления с использованием эмпирических решений и инженерного опыта исследователей [6]; интеллектуальные [7–9], являющиеся на данный момент наиболее перспективным направлением.

Одна из причин реализации интеллектуальных систем управления заключается в том, что используемые линейные регуляторы постепенно перестают удовлетворять растущим требованиям качества управления современными нелинейными объектами. Однако при этом в интеллектуальных системах так же, как и раньше, в качестве базовых структур алгоритмов управления все еще используются линейные алгоритмы, к ним лишь добавились многорежимность и нечеткая логика.

Разработка метода синтеза квазиоптимального управления по заданному критерию эффективности с возможностью реализации линейных и нелинейных алгоритмов управления позволит сократить количество используемых режимов работы регулятора в базе правил интеллектуальной системы управления, что может значительно повысить эффективность ее функционирования.

Один из подходов к решению задачи синтеза многорежимных систем – получение квазиоптимальных решений на основе условия максимума функции обобщенной мощности для широкого класса динамических систем, удовлетворяющих принципу Гамильтона – Остроградского и, соот-

ветственно, допускающих представление уравнениями Лагранжа 2-го рода [10–12].

Цель работы – построение многорежимного закона управления на основе предлагаемого подхода с использованием принципа освобождаемости и сравнительный анализ полученных режимов его работы в зависимости от формы кривой переключения.

Постановка задачи управления

Рассмотрим класс управляемых систем, движение которых в независимых координатах $q = \|q_s\|_{s=1}^n$ может быть описано дифференциальными уравнениями Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial T}{\partial q_s} = u_s(t), \quad s = \overline{1, n}, t \in [t_0, t_1]. \quad (1)$$

Кинетическая энергия T каждой системы этого класса выбирается из множества положительно определенных квадратичных форм обобщенных скоростей \dot{q}_s

$$T = \frac{1}{2} \sum_{s,k=1}^n a_{sk}(q) \dot{q}_s \dot{q}_k, \quad \eta_0 \sum_{s=1}^n \dot{q}_s^2 \leq T \leq \eta_1 \sum_{s=1}^n \dot{q}_s^2, \quad \eta_{0,1} = \text{const}, \quad \eta_{0,1} > 0 \quad (2)$$

с непрерывно дифференцируемыми коэффициентами $a_{sk}(q)$.

Допустимые управления выбираются из множества суммируемых на любом конечном интервале функций $u(t) = \|u_s(t)\|_{s=1}^n$, принимающих значения в ограниченной замкнутой выпуклой области U , $u(t) \in U$, $\text{Conv } U = U$, где $\text{Conv } U$ – выпуклое замыкание множества U . Для простоты изложения будем предполагать, что выпуклая область U изменения допустимых управлений является параллелепипедом, т.е.

$$u(t) \in U = \left\{ u_s(t), |u_s(t)| \leq h_s, s = \overline{1, n} \right\}, \quad (3)$$

t – текущее время.

Указанный класс управляемых лагранжевых систем задается множеством U и постоянными параметрами η_0 и η_1 . Конкретная система из этого класса выделяется определением квадратичной формы T в соответствии с (2). Любая такая система считается принадлежащей классу. Будем считать, что на систему могут воздействовать любые силы, включенные в множество ограниченных управлений $u(t) \in U$, т.е. система является полностью управляемой [13]: $\min_{1 \leq s \leq n} h_s > 0$.

Задача оптимального управления заключается в переводе системы (1), (2) из начального состояния

$$t = t_0, \mathbf{q}(t_0) = [q_{10}, \dots, q_{n0}]^T, \dot{\mathbf{q}}(t_0) = [\dot{q}_{10}, \dots, \dot{q}_{n0}]^T$$

в конечное

$$t = t_1, \mathbf{q}(t_1) = [q_{11}, \dots, q_{n1}]^T, \dot{\mathbf{q}}(t_1) = [\dot{q}_{11}, \dots, \dot{q}_{n1}]^T$$

при условии минимума целевого функционала

$$J(\mathbf{q}) = \int_{t_0}^{t_1} F(\mathbf{q}) dt \rightarrow \min, \quad (4)$$

где $F(\mathbf{q})$ – положительно определенная выпуклая функция обобщенных координат.

В работе ставится задача построения многорежимного управления системой (1), (2) при условиях (3), (4) на множестве квазиоптимальных законов управления, полученных из условия максимума функции обобщенной мощности [10–12].

Многорежимный закон управления

Квазиоптимальный закон управления, построенный с использованием условия максимума функции обобщенной мощности, может быть представлен с учетом ограничения управляющего сигнала (3) в виде [14]

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial T}{\partial q_s} = u_s(q_s, \dot{q}_s) = \text{sat} \left\{ \lambda^{-1} \left[\mu_s \dot{q}_s + \frac{\partial F}{\partial q_s} \right] \right\}, \quad (5)$$

$$\text{sat}(u_s(q_s, \dot{q}_s)) = \begin{cases} u_s(q_s, \dot{q}_s), & |u_s(q_s, \dot{q}_s)| \leq h_s, \\ h_s \text{sgn}(u_s(q_s, \dot{q}_s)), & |u_s(q_s, \dot{q}_s)| > h_s, \end{cases}$$

где μ_s – знакоопределенная синтезирующая функция.

Закон управления (5) позволяет найти минимум расширенного функционала [15, 16]

$$S = \int_{t_0}^{t_1} [F + \lambda(T + A)] dt \rightarrow \min, \quad \text{где } T \text{ – кинетическая энергия; } A \text{ – работа обобщенных сил.}$$

В соответствии с законом взаимности Эйлера [17] это – решение эквивалентных изопериметрических экстремальных задач, одна из которых для системы (1), (2) при условиях (3), (4) имеет вид

$$J = \int_{t_0}^{t_1} F dt \rightarrow \min \quad \text{при} \quad \int_{t_0}^{t_1} [T + A] dt = r, \quad r = \text{const.}$$

При этом на экстремальной траектории

$$\lambda = r^{-1} \int_{t_0}^{t_1} F dt = \text{const.}$$

Пусть $r \rightarrow \infty$, тогда $\lambda \rightarrow 0$. В этом случае

$$\text{sat} \left\{ \lambda^{-1} \left[\mu_s \dot{q}_s + \frac{\partial F}{\partial q_s} \right] \right\} \rightarrow |h_s| \text{sgn} \left\{ \mu_s \dot{q}_s + \frac{\partial F}{\partial q_s} \right\}$$

и при соответствующем выборе синтезирующей функции может быть реализован разрывной закон

квазиоптимального управления, который при соответствующем выборе синтезирующей функции совпадает с оптимальным законом быстрогодействия или Фуллера [14]

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial T}{\partial q_s} = h_s \operatorname{sgn} \left\{ \mu_s \dot{q}_s + \frac{\partial F}{\partial q_s} \right\}.$$

Построение синтезирующей функции с учетом принципа освобожденности

Рассмотрим вариант построения синтезирующей функции с учетом положений аналитической механики. Метод построения синтезирующей функции может быть основан на предположении о стационарности одного из первых интегралов движения системы, например обобщенной функции Гамильтона $H(q, p) = \lambda(T + A) + F = \text{const}$.

Работа A зависит от управляющих сил. Рассмотрим условия, которые при $A = 0$ определяют линию переключения $u_0 = \lambda^{-1} \left[\mu_s \dot{q}_s + \frac{\partial F}{\partial q_s} \right] = 0$,

$H_0 = \lambda T + F = \text{const}$ и, соответственно, структуру синтезирующей функции.

Функция $\mu_s \dot{q}_s + \frac{\partial F}{\partial q_s}$ зависит от координат q_s и

импульсов p_s . Если потребовать, чтобы

$$[u_0, H_0] = \frac{\partial H_0}{\partial q_s} \cdot \frac{\partial u_0}{\partial p_s} - \frac{\partial H_0}{\partial p_s} \cdot \frac{\partial u_0}{\partial q_s} = 0, \quad (6)$$

где $[u_0, H_0]$ – скобки Пуассона для величин u_0 и H_0 , то кривая

$$\mu_s \dot{q}_s + \frac{\partial F}{\partial q_s} = 0 \quad (7)$$

в фазовом пространстве определяет интеграл движения [18], который явно не зависит от времени, и позволяет получить выражение для синтезирующей функции. Таким образом, кривая переключения и синтезирующая функция определяются интегралом движения при условии отсутствия работы внешних сил.

Для случая главных обобщенных координат из (6) получим

$$\frac{\partial F}{\partial q_s} \mu_s - \lambda \dot{q}_s \frac{\partial^2 F}{\partial q_s^2} = 0, \quad \mu_s = \lambda \dot{q}_s \frac{\partial^2 F}{\partial q_s^2} / \frac{\partial F}{\partial q_s}.$$

С учетом выражения (7) и знакоопределенности синтезирующей функции [14] имеем на линии переключения

$$\sqrt{\lambda \left(\frac{\partial^2 F}{\partial q_s^2} \right)} \dot{q}_s = \frac{\partial F}{\partial q_s}. \quad (8)$$

Следовательно, на линии переключения скорости ограничены кинематическими связями.

При реализации многорежимного управления для обеспечения удерживающих кинематических связей требуется, согласно принципу освобожденности, приложить силы реакции связей [18] $R_s = \varepsilon_s l_s$, где ε_s называют множителями Лагранжа второго рода, или множителями связей;

$l_s = \sqrt{\lambda \left(\frac{\partial^2 F}{\partial q_s^2} \right)}$ – коэффициент, который определяется

видом кинематической связи (8).

Элементарная работа этих сил на виртуальных перемещениях имеет вид $\delta E = \sum_{s=1}^n R_s \delta q_s$.

Учет этих сил осуществляется путем включения их работы в интеграл действия. Расширенный функционал принимает вид

$$J = \int_{t_0}^{t_1} [\lambda T + F + E] dt = \int_{t_0}^{t_1} H'(q, p) dt.$$

Тогда для линии переключения имеем с учетом скобок Пуассона

$$\left[\frac{\partial F_s}{\partial q_s} + \varepsilon_s \sqrt{\lambda \left(\frac{\partial^2 F}{\partial q_s^2} \right)} \right] \mu_s - \lambda \dot{q}_s \frac{\partial^2 F}{\partial q_s^2} = 0,$$

$$\mu_s = -\lambda \dot{q}_s \left| \frac{\partial^2 F}{\partial q_s^2} \right| / \left[\frac{\partial F}{\partial q_s} + \varepsilon_s \sqrt{\lambda \left(\frac{\partial^2 F}{\partial q_s^2} \right)} \right].$$

Уравнение Лагранжа квазиоптимальной управляемой системы (1) по критерию (4) с ограничением (3) принимает вид

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial T}{\partial q_s} =$$

$$= \operatorname{sat} \left\{ \lambda^{-1} \left[\frac{\lambda \left| \frac{\partial^2 F}{\partial q_s^2} \right| \dot{q}_s}{\left| \frac{\partial F}{\partial q_s} + \varepsilon_s \sqrt{\lambda \left(\frac{\partial^2 F}{\partial q_s^2} \right)} \right|} \dot{q}_s + \frac{\partial F}{\partial q_s} \right] \right\}. \quad (9)$$

Рассмотрим задачу анализа близости квазиоптимального и оптимального управления и чувствительность показателей качества управляемого процесса к изменению формы кривой переключения на основе численного моделирования.

Математическое моделирование

Рассмотрим задачу управления объектом $\ddot{x} = u$ с ограничением на управление $|u| \leq h$, $h = 1$, и при

$$\text{заданных начальных условиях } \begin{bmatrix} x_0 \\ \dot{x}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(0) \\ \dot{x}(0) \end{bmatrix}.$$

Оптимальным решением для задачи быстродействия

$$J(u(x, \dot{x})) = \int_{t_0}^{t_1} d\tau \rightarrow \inf \quad (10)$$

является закон управления Понтрягина [14]

$$u_{pon}(x, \dot{x}) = h \operatorname{sign} \left[x + \frac{\dot{x}|\dot{x}|}{2h} \right]. \quad (11)$$

Оптимальным по критерию квадрата отклонения (задача Фуллера)

$$J(u(x, \dot{x})) = \int_{t_0}^{t_1} x^2 d\tau \rightarrow \inf \quad (12)$$

является решение в виде управления с учащающимися переключениями [19]

$$u_{full}(x, \dot{x}) = h \operatorname{sign} \left[x + 0,4446 \frac{\dot{x}|\dot{x}|}{h} \right]. \quad (13)$$

Закон управления, полученный на основе условия максимума обобщенной мощности (9), имеет вид

$$u_{cmp}(x, \dot{x}) = \operatorname{sat} \left[k_1 \left(x + k_2 \frac{\dot{x}|\dot{x}|}{|x| + k_3} \right) \right], \quad (14)$$

где k_1 , k_2 , k_3 – параметры закона управления;

$$\operatorname{sat}(f) = \begin{cases} f, & |f| \leq h, \\ h \operatorname{sgn}(f), & |f| > h. \end{cases}$$

В рамках численного моделирования рассмотрено несколько режимов функционирования регулятора (14) для начальных условий $\begin{bmatrix} x_0 \\ \dot{x}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,5 \end{bmatrix}$ и интервала дискретизации $\Delta t = 0,001$, терминальная точка определена с точностью 0,001.

Оценка близости процессов квазиоптимального и оптимального управления проведена на основе следующих показателей.

Относительное отклонение функционала быстродействия

$$\delta J_{time} = \frac{J_{time}(u_{cmp}) - J_{time}(u_{aim})}{J_{time}(u_{aim})} \cdot 100\%, \quad (15)$$

где J_{time} – значение функционала быстродействия

(10); u_{cmp} – предлагаемый закон управления;

u_{aim} – оптимальный закон управления.

Относительное отклонение квадратичного функционала

$$\delta J_x = \frac{J_x(u_{cmp}) - J_x(u_{aim})}{J_x(u_{aim})} \cdot 100\%, \quad (16)$$

где J_x – значение квадратичного функционала (12).

Относительное отклонение функционала квадрата скорости определено в соответствии с выражением

$$\delta J_{x'} = \frac{J_{x'}(u_{cmp}) - J_{x'}(u_{aim})}{J_{x'}(u_{aim})} \cdot 100\%, \quad (17)$$

где $J_{x'}$ – значение функционала $J(u(x, \dot{x})) = \int_{t_0}^{t_1} \dot{x}^2 dt$.

Относительное изменение энергетических затрат определено в соответствии с выражением

$$\delta J_u = \frac{J_u(u_{cmp}) - J_u(u_{aim})}{J_u(u_{aim})} \cdot 100\%, \quad (18)$$

где J_u – значение функционала

$$J(u(x, \dot{x})) = \int_{t_0}^{t_1} u^2 dt. \quad (19)$$

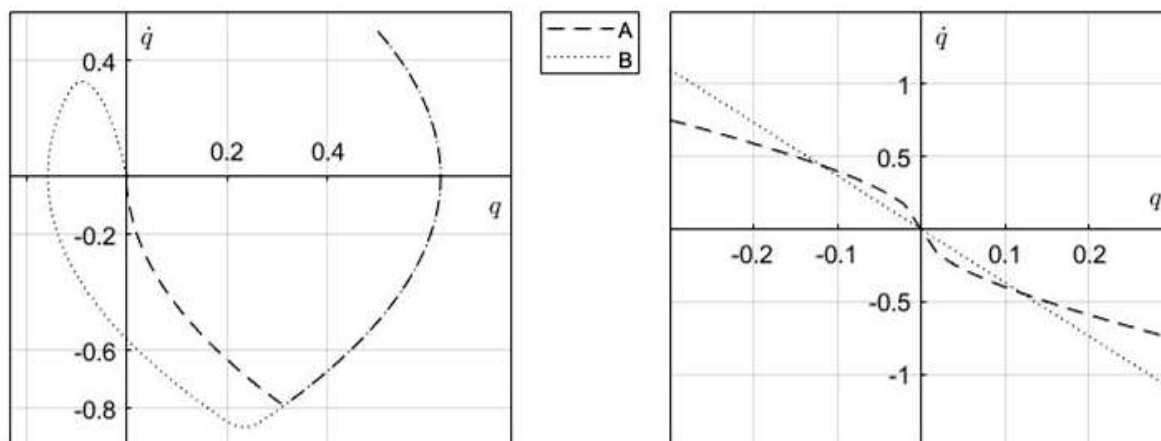
Рассмотрим различные режимы управляемой по предлагаемому закону (19) системы (13).

Выбор параметров $k_1 = 1000$, $k_2 = 0,65$, $k_3 = 1$ реализует квазиоптимальный режим при близости к оптимальному по критерию быстродействия (11) с точностью $\delta J_{time} = 0,193\%$.

Выбор параметров $k_1 = 1060$, $k_2 = 0,53$, $k_3 = 1$ реализует квазиоптимальный режим по квадратичному критерию (13) с точностью $\delta J_x = 0,097\%$.

Структура синтезированного закона управления на основе условия максимума функции обобщенной мощности позволяет менять форму линии переключения путем выбора значений параметров закона. Рассмотрим линейный режим переключения с параметрами $k_1 = 15$, $k_2 = 0,074$, $k_3 = 0$ и нелинейный, кривая переключения которого определяется параметрами $k_1 = 1000$, $k_2 = 0,69$, $k_3 = 1$. Поведение системы и кривые переключения рассматриваемых режимов работы представлены на рисунке.

Результаты моделирования показывают, что изменение режима переключения доставляет выигрыш по критерию быстродействия (15) – 38,411%, по критерию (16) – 2,696%, по критерию (17) – 32,423%, по критерию энергетических затрат (18) – 20,55%.



Траектории управляемой системы на фазовой плоскости и соответствующие линии переключения: А – нелинейный режим; В – линейный режим / Trajectories of the controlled system on the phase plane and the corresponding switching lines: A - nonlinear mode; B - linear mode

Заключение

Разработан квазиоптимальный многорежимный закон управления на основе условия максимума функции обобщенной мощности с учетом принципа освобождаемости для объектов управления, допускающих представление уравнениями Лагранжа второго рода.

Установлено, что режимы предлагаемого закона управления обеспечивают высокую точность приближения к оптимальным законам быстрогодействия и Фуллера с возможностью исключения учащающихся переключений. Разработанный закон управления позволяет реализовать за счет изменения линии переключения широкий спектр линейных и нелинейных режимов работы. Это даёт возможность отнести полученный закон управления к многорежимным, что может быть использовано для его интеграции в базу знаний интеллектуальных систем управления.

Литература

1. Вагин Г.Я. К вопросу о повышении энергетической эффективности промышленных предприятий // Промышленная энергетика. 2013. № 5. С. 2–6.
2. Глущенко А.И. Об эффективности настройки отдельных параметров ПИ-регулятора с помощью нейросетевого настройщика для компенсации возмущений при управлении нагревательными объектами // Управление большими системами. 2019. № 78. С. 71–105.
3. Сыров А.С., Рутковский В.Ю., Глузов В.М., Пучков А.М., Соловьев А.С. Особенности синтеза системы угловой стабилизации высокоточных беспилотных летательных аппаратов // Проблемы управления. 2017. № 2. С. 56–67.

4. Филимонов Н.А. Энергетический подход и принцип многорежимности в задачах управления лагранжевыми динамическими системами : автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 2006. 182 с.
5. Александров А.Г. Методы построения систем автоматического управления. М.: Физматлит, 2008. 232 с.
6. Топчев Ю.И. Нелинейные корректирующие устройства в системах автоматического управления. М.: Машиностроение, 1971. 466 с.
7. Булатов Ю.Н. Интеллектуальные системы управления установками распределенной генерации // Вестн. Иркутского гос. техн. ун-та. 2017. Т. 21, № 10. С. 78–94.
8. Zhigang Y., Zhijing W., Wentao S., Jian Z. Vulti-mode control method based on fuzzy selector in the four wheel steering control system // IEEE ICCA 2010. Xiamen, China, 2010. P. 1221–1226.
9. Vassilyev S.N., Kelina A.Y., Kudinov Y.I., Pashchenko F.F. Intelligent control systems // Procedia Computer Science. 2017. No. 103. P. 623–628.
10. Костоглотов А.А., Лазаренко С.В. Синтез адаптивных систем сопровождения на основе гипотезы стационарности гамильтониана гиперповерхности переключения // Радиотехника и электроника. 2017. Т. 62, № 2. С. 121–125.
11. Костоглотов А.А., Лазаренко С.В., Пугачев И.В., Кириллов И.Е. Синтез дискретных алгоритмов оценки параметров возмущенных измерительных процессов на основе максимума обобщенной мощности // Информатизация и связь. 2018. № 6. С. 19–25.
12. Костоглотов А.А. Объединенный принцип Понтрягина – Гамильтона – Остроградского // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2007. № 6. С. 13–17.
13. Пятницкий Е.С. Управляемость классов лагранжевых систем с ограниченными управлениями // Автоматика и телемеханика. 1996. № 12. С. 29–37.
14. Костоглотов А.А., Костоглотов А.И., Лазаренко С.В., Шевцова Л.А. Синтез оптимального управ-

ления на основе объединенного принципа максимума // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. 2010. № 2. С. 31–37.

15. Агапов А.А., Костоглотов А.А., Лазаренко С.В., Лященко А.М., Лященко З.В. Анализ и синтез нелинейных многорежимных законов управления с использованием объединенного принципа максимума // Вестн. РГУПС. 2019. № 1. С. 119–125.

16. Kostoglotov A.A., Agapov A.A., Lazarenko S.V. Method for Synthesis of Intelligent Controls Based on Fuzzy Logic and Analysis of Behavior of Dynamic Measures on Switching Hypersurface // Proceedings of the Third International Scientific Conference “Intelligent Information Technologies for Industry” (IITI’18). Cham, Switzerland, 2019. Vol. 1156. P. 531–540.

17. Ахиезер Н.И. Лекции по вариационному исчислению. М.: Гос. изд-во техн.-теорет. лит.-ры, 1955. 248 с.

18. Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: Физматлит, 1961. 824 с.

19. Беллман Р., Гликсберг И., Гросс О. Некоторые вопросы математической теории процессов управления. М.: ИЛ, 1962. 336 с.

References

1. Vagin G.Ya. (2013). On the issue of increasing the energy efficiency of industrial enterprises. *Promyshlennaya energetika*, No. 5, pp. 2-6. (in Russian).

2. Gluschenko A.I. (2019). On the efficiency of tuning individual parameters of the PI controller using a neural network tuner to compensate for disturbances in the control of heating objects. *Upravlenie bol'shimi sistemami*, No. 78, pp. 71-105. (in Russian).

3. Syrov A.S., Rutkovsky V.U., Glumov V.M., Puchkov A.M., Solovyov A.S. (2017). Features of the synthesis of the angular stabilization system of high-precision unmanned aerial vehicles. *Problemy upravleniya*, No. 2, pp. 56-67. (in Russian).

4. Filimonov N.A. (2006). *Energy approach and the principle of multimodality in control problems for the Lagrangian dynamic systems*. Dissertation Thesis. Moscow, 182 p. (in Russian).

5. Alexandrov A.G. (2008). *Methods for constructing automatic control systems*. Moscow, Fizmatlit Publ., 232 p. (in Russian).

6. Topcheev Yu.I. (1971). *Nonlinear correcting devices in automatic control systems*. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 466 p. (in Russian).

7. Bulatov Yu.N. (2017). Intelligent control systems for distributed generation installations. *Vestn. Irkutskogo gos. tekhn. un-ta*, vol. 21, No. 10, pp. 78-94. (in Russian).

8. Zhigang Y., Zhijing W., Wentao S., Jian Z. (2010). Multimode control method based on fuzzy selector in the four wheel steering control system. *IEEE ICCA 2010*. Xiamen, China, pp. 1221-1226.

9. Vassilyev S.N., Kelina A.Y., Kudinov Y.I., Pashchenko F.F. (2017). Intelligent control systems. *Procedia Computer Science*, No. 103, pp. 623-628.

10. Kostoglotov A.A., Lazarenko S.V. (2017). Synthesis of adaptive tracking systems based on the hypothesis of stationarity of the Hamiltonian of the switching hypersurface. *Radiotekhnika i elektronika*, vol. 62, No. 2, pp. 121-125. (in Russian).

11. Kostoglotov A.A., Lazarenko S.V., Pugachev I.V., Kirillov I.E. (2018). Synthesis of discrete algorithms for estimating the parameters of disturbed measuring processes based on the maximum of the generalized power. *Informatizatsiya i svyaz'*, No. 6, pp. 19-25. (in Russian).

12. Kostoglotov A.A. (2007). The combined Pontryagin-Hamilton-Ostrogradsky principle. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki (Bulletin of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region. Natural Science)*, No. 6, pp. 13-17. (in Russian).

13. Pyatnitsky E.S. (1996). Controllability of classes of the Lagrangian systems with bounded controls. *Avtomatika i telemekhanika*, No. 12, pp. 29-37. (in Russian).

14. Kostoglotov A.A., Kostoglotov A.I., Lazarenko S.V., Shevcova L.A. (2010). Optimal control synthesis based on the combined maximum principle. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Techn. nauki*, No. 2, pp. 31-37. (in Russian).

15. Agapov A.A., Kostoglotov A.A., Lazarenko S.V., Lyashchenko A.M., Lyashchenko Z.V. (2019). Analysis and synthesis of nonlinear multimode control laws using the combined maximum principle. *Vestnik RGUPS*, No. 1, pp. 119-125. (in Russian).

16. Kostoglotov A.A., Agapov A.A., Lazarenko S.V. (2019). Method for Synthesis of Intelligent Controls Based on Fuzzy Logic and Analysis of Behavior of Dynamic Measures on Switching Hypersurface. *Proceedings of the Third International Scientific Conference “Intelligent Information Technologies for Industry” (IITI’18)*. Cham, Switzerland, vol. 1156, pp. 531-540.

17. Akhiezer N.I. (1955). *Lectures on the calculus of variations*. Moscow, State Publishing House of Technical and Theoretical Literature, 248 p. (in Russian).

18. Lur'e A.I. (1961). *Analytical mechanics*. Moscow, Fizmatlit Publ., 824 p. (in Russian).

19. Bellman R., Glixberg I., Gross O. (1962). *Some questions of the mathematical theory of control processes*. Moscow, IL Publ., 336 p. (in Russian).

УДК 51-73/76

doi 10.18522/1026-2237-2020-4-36-48

ДРЕЙФ, СТАБИЛИЗАЦИЯ И ДЕСТАБИЛИЗАЦИЯ СИСТЕМ ПАТЛАКА – КЕЛЛЕРА – СЕГЕЛЯ С КОРОТКОВОЛНОВЫМ ВНЕШНИМ СИГНАЛОМ

© 2020 г. А.Б. Моргулис^{1,2}, К.И. Ильин³¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия,² Южный математический институт – филиал Владикавказского научного центра РАН, Владикавказ, Россия,³Йоркский университет, Йорк, Великобритания

DRIFT, STABILIZATION AND DESTABILIZATION OF PATLAK-KELLER-SEGEL SYSTEMS DUE TO A SHORT-WAVE EXTERNAL SIGNAL

A.B. Morgulis^{1,2}, K.I. Ilin³¹Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia,² Southern Mathematical Institute - Branch of the Vladikavkaz Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Vladikavkaz, Russia,³University of York, York, UK

Моргулис Андрей Борисович – доктор физико-математических наук, профессор, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия; ведущий научный сотрудник, Южный математический институт – филиал Владикавказского научного центра РАН, ул. Маркуса, 22, г. Владикавказ, РСО-Алания, 362027, Россия, e-mail: abmorgulis@sfedu.ru

Andrey B. Morgulis - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia; Leading Researcher, Southern Mathematical Institute - Branch of the Vladikavkaz Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Marcusa St., 22, Vladikavkaz, Republic of North Ossetia-Alania, 362027, Russia, e-mail: abmorgulis@sfedu.ru

Ильин Константин Иванович – кандидат физико-математических наук, доцент, Йоркский университет, г. Йорк, Великобритания, e-mail: konstantin.ilin@york.ac.uk

Konstantin I. Ilin - Candidate of Physics and Mathematics, Lecturer, University of York, Heslington, YO10 5DD, UK, e-mail: konstantin.ilin@york.ac.uk

Рассматривается сообщество двух видов в неоднородной среде обитания, наделённое межвидовым таксисом. Предполагается, что сообщество реагирует на флуктуации окружающей среды тактическими перемещениями видов. Изучается влияние мелкомасштабных флуктуаций среды на крупномасштабную динамику сообщества по образцу теории маятника П.Л. Капицы. Единственным проводником эффекта флуктуаций оказывается своего рода дрейф видов. Когда флуктуация имеет форму бегущей волны, существуют квазиравновесия, которые, грубо говоря, являются «равновесиями в среднем». Изучение устойчивости квазиравновесия показывает, что по сравнению со случаем однородной среды увеличение амплитуды флуктуаций способно дестабилизировать квазиравновесия, а также стабилизировать их. Какой из этих эффектов имеет место, зависит только от скорости, с которой распространяется волна флуктуаций, но во всяком случае эффект экспоненциален по амплитуде этой волны.

Ключевые слова: системы Патлака – Келлера – Сегеля, хемотаксис, устойчивость, неустойчивость, бифуркация Пуанкаре – Андронова – Хопфа, усреднение, гомогенизация.

In this article, we explore a community of two species placed on the inhomogeneous environment. We assume interspecific taxis as well as responding to the environmental fluctuations by tactic movement. We study the effect of the small-scale environmental fluctuations on the large-scale dynamics of the community following the line of Kapitza's theory of the upside-down pendulum. It turns out that, the only conductor of the effect of the fluctuations on the large-scale patterns is some drift of species. When the fluctuation takes the form of a travelling wave, there exist the quasi-equilibria, which are equilibria on average, roughly speaking. Examining the stability of the quasi-equilibria shows that, compared to the case of the homogeneous environment, increasing the magnitude of the fluctuations can destabilize the quasi-equilibria as well as stabilize them. It depends only on the speed at which the fluctuation wave propagates which of these effects occurs. Anyway, the effect is exponential in the amplitude of the wave.

Keywords: Patlak-Keller-Segel systems, chemotaxis, stability, instability, Poincaré-Andronov-Hopf bifurcation, averaging, homogenization.

Введение

Данная статья представляет собой продолжение работы [1].

В математическом моделировании сообщества живых видов, клеток, биологические ткани и им подобные объекты часто рассматриваются как активные сплошные среды, способные реагировать на изменение их состояния и состояния внешней среды направленным макроскопическим движением. Такую способность называют *таксисом*. Для формально-математического описания таксиса широко используется закон Патлака – Келлера – Сегеля (PKS), который утверждает, что локальное изменение скаляра, воспринимаемого активной средой как стимул (сигнал), вызывает поток среды, параллельный градиенту этого стимула (сигнала). Благодаря закону PKS модели активной среды с таксисом можно придать вид системы типа реакция – адвекция – диффузия, где таксис выступает в роли нелинейной перекрёстной диффузии. Интерес к PKS-системам стимулируется изучением самоорганизации активных сред в нетривиальные пространственно-временные структуры. Развитие теории и приложений таких систем в последние десятилетия можно проследить по обзорам [2–5].

Однородная или, что эквивалентно, трансляционно-инвариантная система PKS может пребывать в равновесии, которое также однородно в том смысле, что плотность каждого вида постоянна. Одна из возможных причин выхода системы из такого равновесия – его неустойчивость к малым возмущениям. Возникновение неустойчивости может сопровождаться рождением нетривиальных пространственно-временных структур в результате бифуркаций. Первые примеры таких явлений в PKS-системах приведены в статьях [6, 7], где изучены локальные и нелокальные сценарии возбуждения бегущих волн. Иногда связь волновых движений с какими-либо бифуркациями неясна, как, например, в случаях полусолитонных волн, описанных в [8–10], или волн с итеративно-экспоненциальной сходимостью к пределу на бесконечности [11]. Тем не менее неустойчивости равновесий, сопровождаемые локальными бифуркациями, часто являются первыми звеньями в цепочках динамических переходов, приводящих к довольно сложным пространственно-временным структурам [12–17].

Трансляционная инвариантность систем, рассмотренных в цитированных статьях, формализует предположение однородности окружающей среды либо пренебрежение способностью видов реагировать на существующую неоднородность. Однако в биологической литературе есть много свидетельств

значимости таких реакций. Например, обсуждается дезориентирующее воздействие антропогенных акустических шумов на морских млекопитающих [18], влияние тепловых фронтов и мезомасштабных океанических вихрей на распределение популяций рыб [19–21], а также эффекты, связанные с переключением всеядных на альтернативный ресурс питания [22]. Естественно ожидать, что моделирование таких явлений приведёт к неоднородным PKS-системам, где роль однородных равновесий могут играть *квазиравновесия* – вынужденные режимы, «равновесные в среднем». В таком случае возникает вопрос о неустойчивости последних, о формировании более сложных структур в результате её наступления. Однако неоднородным моделям PKS уделяется гораздо меньше внимания, чем однородным. Статей на эту тему немного, и нацелены они в основном не на те вопросы, которые мы поставили, а на разрешимость краевых задач и свойства решений в целом (глобальная по времени ограниченность и др. [23, 24]). Исключение составляет статья [25], где рассмотрено влияние рельефа местности на возбуждение волн в пространственно распределённом живом сообществе, но без учёта таксиса.

В настоящей статье обсуждаются сообщества, наделённые как межвидовым таксисом, так и таксисом, управляемым внешним сигналом. В качестве последнего могут выступать, например, характеристики окружающей среды, такие как температура, солёность или рельеф местности. Предполагая сигнал коротковолновым, мы изучаем возникновение неустойчивости соответствующих квазиравновесий по образцу теории перевёрнутого маятника [26]. При этом классическое усреднение заменяет гомогенизация [27]. Близкий подход реализован в [25]. Система PKS в неоднородной коротковолновой среде рассмотрена в [1], где обнаружено экспоненциальное подавление интенсивности таксиса при усилении внешнего сигнала, приводящее к полной стабилизации квазиравновесия. При этом сигнал предполагался стационарным. В этом сообщении рассматриваются нестационарные сигналы, представляющие собой бегущие короткие волны. Будет показано, что эффект усиления такого сигнала инвертируется и становится дестабилизирующим, когда скорость производящей его волны превышает определённый порог. При этом экспоненциальная острота эффекта сохраняется.

1. Математическая модель

Рассмотрим систему уравнений

$$u_t = (\kappa q + f)_x - \nu u + \delta_1 u_{xx}; \quad (1)$$

$$p_t = (\delta_2 p_x - p u)_x; \quad (2)$$

$$q_t = q(1 - q - p) + \delta q_{xx}. \quad (3)$$

Система (1)–(3) записана в безразмерной форме; x, t – пространственная и временная координаты. Одноимённые нижние индексы обозначают соответствующие частные производные. Уравнения (2), (3) описывают баланс плотностей двух взаимодействующих видов, условно – хищника и жертвы. Плотности хищников и жертв обозначаются p и q соответственно. Предполагается, что размножение, смертность и потери жертв из-за хищничества подчиняются логистическому и Лотки – Вольтерра законам; вклады от размножения и смертности хищников пренебрежимы, т.е. кинетика хищника намного медленнее, чем другие рассматриваемые процессы. Уравнение баланса хищника (но не жертвы) содержит адвективный член $(up)_x$. Скорость переноса хищника, обозначаемая через u , управляется уравнением (1). Как видно из этого уравнения, локальное ускорение хищника пропорционально градиентам плотности хищника и интенсивности f внешнего сигнала, которые, следовательно, играют роль «потенциалов сил», вызывающих движение. Кроме них, во внимание принимаются диффузия скорости и сопротивление среды, которые измеряются коэффициентами δ_1 и ν соответственно. Коэффициент κ , называемый *интенсивностью таксиса*, служит мерой активности/подвижности хищника. Внешний сигнал считается известным, так что функция $f = f(x, t)$ задана.

Однородная версия системы (1)–(3) (в которой $f = 0$) введена в статьях [12, 13] с целью учёта инерции хищника при его ориентации в поиске жертв. В этом её отличие от классических PKS-моделей, которые предполагают мгновенное ориентирование тактического потока. Этим же она родственна модели хемосенситивного движения каттанеовского (Cattaneo) типа [28, 29]. Тем не менее система (1)–(3) приводится к PKS-форме подстановкой $u = \kappa\phi_x$, т.е. введением потенциала скорости [16]. Указанная подстановка приводит к системе

$$\begin{aligned}\phi_t &= q + \kappa^{-1}f - \nu\phi + \delta_1\phi_{xx}; \\ p_t &= (\delta_2 p_x - \kappa p\phi_x)_x; \\ q_t &= q(1 - q - p) + \delta q_{xx}.\end{aligned}\quad (4)$$

Как видно из уравнения (4), стимул тактического движения хищников – не концентрация жертвы, а иной сигнал, ϕ , но первая регулирует рост второго. Такой вид таксиса называют *косвенным (indirect)*. Системы с косвенным таксисом рассматривались в статьях [30, 31] с акцентом на существовании нетривиальных стационарных состояний и глобальной ограниченности решений. При этом, однако, не обсуждалось рождение волновых движений, хотя о таких явлениях сообщалось в предшествующих статьях [12, 13]. Следует отметить,

что в последних рассматривалась инерциальная модель (1)–(3) вне связи с косвенным таксисом.

2. Гомогенизация

В дальнейшем рассматриваем инерциальную систему (1)–(3). Предполагаем, что внешний сигнал – короткая волна. Коэффициенты диффузии в уравнениях (1), (2) – порядка длины этой волны, т.е.

$$\begin{aligned}f &= f(x, t, \xi, \tau), \xi = \omega x, \tau = \omega t, \omega \rightarrow \infty, \\ \delta_1 &= \nu_1 \omega^{-1}, \delta_2 = \nu_2 \omega^{-1}, \nu_1 = \text{const} > 0, \\ \nu_2 &= \text{const} > 0.\end{aligned}\quad (5)$$

В работе [1] показано, что при выполнении условий (5) коротковолновая асимптотика системы (1)–(3) имеет вид

$$q(x, t) = \bar{q}(x, t) + O(\omega^{-1}), \omega \rightarrow +\infty; \quad (6)$$

$$u(x, t) = \bar{u}(x, t) + \tilde{u}(x, t, \tau, \xi) + O(\omega^{-1}), \omega \rightarrow +\infty; \quad (7)$$

$$p(x, t) = \bar{p}(x, t)P(x, t, \tau, \xi) + O(\omega^{-1}), \omega \rightarrow +\infty; \quad (8)$$

$$\tilde{u}_\tau = (f + \nu_1 \tilde{u}_\xi)_\xi, \langle \tilde{u} \rangle = 0; \quad (9)$$

$$P_\tau = (\nu_2 P_\xi - P(\bar{u} + \tilde{u}))_\xi, \langle P \rangle = 1; \quad (10)$$

$$\bar{u}_t = (\kappa \bar{q} + \bar{f})_x - \nu \bar{u}, \bar{f} = \langle f \rangle; \quad (11)$$

$$\bar{p}_t + (\bar{p}(\bar{u} + \langle \tilde{u}P \rangle))_x = 0; \quad (12)$$

$$\bar{q}_t = \bar{q}(1 - \bar{p} - \bar{q}) + \delta \bar{q}_{xx}. \quad (13)$$

В (6)–(13) все функции от быстрых координат (ξ, τ) понимаются как функции на двумерном торе \mathbb{T}^2 , так что, в частности, задачи (9), (10) должны быть решены на \mathbb{T}^2 ; косые скобки обозначают усреднение: $\langle g \rangle = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} g(x, t, \xi, \tau) d\xi d\tau$.

Как видно из уравнений (9), (10), распределение хищников в главном приближении представляет собой коротковолновой пакет с медленно меняющейся амплитудой, обозначенной \bar{p} . Переменные \bar{u} , \bar{q} выражают среднюю скорость хищника и плотность жертвы. Баланс амплитуды \bar{p} выражает уравнение (12). Из него следует, что имеется дрейф хищников со скоростью, равной $\langle \tilde{u}P \rangle$, и именно он отвечает за эффект коротковолнового сигнала. При заданном сигнале f значение скорости дрейфа однозначно определяется из решения задач (9), (10) для каждого значения средней скорости \bar{u} . Поэтому система (11)–(13) замкнута относительно неизвестных \bar{u} , \bar{q} и \bar{p} . Эту систему называем *гомогенизированной*. Она содержит нелокальную нелинейность, выражающую дрейф хищников. Если $f = 0$, то гомогенизированная система совпадает с однородной версией системы (1).

3. Квазиравновесия и остаточный дрейф

Далее полагаем

$$\begin{aligned}f &= A\tilde{f}(\eta), \eta = \xi - c\tau, \quad A = \text{const} \geq 0, \\ c &= \text{const} \geq 0.\end{aligned}\quad (14)$$

В таком случае гомогенизированная система обладает трансляционной инвариантностью и имеет семейство однородных решений

$$\begin{aligned} \bar{p} &\equiv p_e, \quad \bar{q} \equiv q_e, \quad \bar{u} = 0, \quad p_e = \text{const} > 0, \\ q_e &= \text{const} > 0, \quad p_e + q_e = 1. \end{aligned} \quad (15)$$

В силу формул (6)–(8) каждое из этих решений отождествляется с *квазиравновесием* – коротковолновым режимом, вынуждаемым внешним сигналом и потому стационарным в медленном времени. Оказывается, дрейф хищников имеет место и в квазиравновесном состоянии. Этот дрейф далее называем *остаточным*.

Рассмотрим остаточный дрейф подробнее. Учтём соотношения

$$\partial_\eta \partial_\eta^{-1} w = w, \quad \int_0^{2\pi} \partial_\eta^{-1} w \, d\eta = 0, \quad \int_0^{2\pi} w \, d\eta = 0.$$

При рассмотрении бегущих волн предполагаем $2\pi/c$ -периодичность по τ вместо 2π -периодичности и, соответственно, переопределяем усреднение, $\langle \cdot \rangle$.

Через $g * h$ обозначим свёртку функций g и h на \mathbb{R} . Положим

$$\exp_\pm(\sigma) = \begin{cases} e^\sigma, & \pm\sigma > 0, \\ 0, & \mp\sigma < 0, \end{cases} \quad (16)$$

$$s = -\partial_\eta^{-1} \exp_+^{-\frac{c}{v_1}} * \tilde{f},$$

где верхний индекс обозначает возведение в степень. Тогда $\tilde{u} = v_1^{-1} A \partial_\eta s$.

Далее полагаем

$$\begin{aligned} E(\cdot) &= e^{a\cdot}, \quad a = (v_1 v_2)^{-1} A, \\ R(\sigma) &= \langle E(\cdot) E^{-1}(\cdot - \sigma) \rangle, \quad z = (c - \bar{u}) v_2^{-1}. \end{aligned} \quad (17)$$

Пусть $z \neq 0$. Периодическое решение уравнения (10) имеет вид

$$\begin{aligned} P(z, \cdot) &= \Gamma_\pm^{-1}(z) E(\cdot) (\exp_\pm^{-z} * E^{-1}(\cdot)), \quad \pm z > 0; \\ \Gamma_\pm(z) &= \int_{\mathbb{R}} \exp_\pm^{-z}(\sigma) R(\sigma) \, d\sigma, \quad \pm z > 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Сошьём выражения (18) и (19) в точке $z = 0$. Пусть \hat{E}_k и \check{E}_k – коэффициенты Фурье функций E и E^{-1} соответственно. Тогда

$$\begin{aligned} P(z, \eta) &= \frac{E(\eta)}{\Gamma(z)} \left(\check{E}_0 + z \sum_{k \neq 0} \frac{\check{E}_k e^{ik\eta}}{z + ik} \right), \\ \Gamma(z) &= (\check{E}_0 \hat{E}_0) + z \sum_{k \neq 0} \frac{(\hat{E}_k^* \check{E}_k)}{z + ik}. \end{aligned} \quad (20)$$

Учитывая (20), преобразуем скорость дрейфа

$$\begin{aligned} \langle \tilde{u} P \rangle &= -v_2 z \Gamma^{-1}(z) \sum_{k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}} \frac{ik (\hat{E}_k^* \check{E}_k)}{z + ik} = \\ &= v_2 z (1 - \Gamma^{-1}(z)). \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь использовано равенство

$\sum_{k \in \mathbb{Z}} \hat{E}_k^* \check{E}_k = \langle E E^{-1} \rangle = 1$. С помощью (12) записываем полную скорость адвекции хищников $v = \bar{u} + \langle \tilde{u} P \rangle$ в виде

$$v = v(z) = c - \frac{z v_2}{\Gamma(z)}. \quad (22)$$

Так как $\Gamma(z) = \pm z \Gamma_\pm(z)$, $\pm z > 0$, имеет место равенство

$$v(z) = c \mp \frac{v_2}{\Gamma_\pm(z)}, \quad \pm z > 0. \quad (23)$$

Полагая $z = c/v_2 > 0$ в формуле (23), находим скорость остаточного дрейфа

$$c - \frac{v_2}{\Gamma_+(c/v_2)} \stackrel{\text{def}}{=} v_e, \quad c > 0. \quad (24)$$

При $c < 0$ имеет место аналогичное выражение. Таким образом, $v_e \neq 0$ при $c \neq 0$. Поэтому остаточный дрейф имеет место для любого сигнала, имеющего вид бегущей волны (14). Случай $c = 0$ – особый. Непосредственная проверка с использованием выражений (20) и (22) показывает, что в этом случае остаточный дрейф исчезает, т.е. $v_e = 0$ (в соответствии с тем, что установлено в статье [1]). Там же установлена аналитичность отображения $\bar{u} \mapsto \langle \tilde{u} P \rangle$ в окрестности $\bar{u} = 0$. Соответственно, выражения (20) и (22) обеспечивают аналитическое продолжение полной адвективной скорости через вещественную ось z -плоскости.

4. Возникновение неустойчивости

Условимся о терминологии. В наших рассмотренных устойчивости и неустойчивости понимаются в смысле теории Ляпунова. В частности, линейный анализ устойчивости состояния равновесия вещественнозначной системы $\dot{y} = F(y)$ означает изучение поведения малых возмущений, имеющих вид $\exp(\lambda t)y$, или, для большей общности, полугруппы $\exp(tA)$, порожденной дифференциалом A отображения F , вычисленным в этом состоянии равновесия. При этом решения спектральной задачи $Au = \lambda u$ взаимно однозначно соответствуют собственным модам малых возмущений указанного выше вида. Мы называем такую спектральную задачу спектральной задачей устойчивости. Собственная мода устойчива (неустойчива, нейтральна), если действительная часть соответствующего собственного значения λ отрицательна (положительна, равна нулю). Равновесие устойчиво (неустойчиво), если все его собственные моды устойчивы (хотя бы одна неустойчива).

Допустим, рассматривается некоторый режим движения вещественной системы (например, равновесие), гладко зависящий от её параметров. Гладкий путь в пространстве этих параметров определяет однопараметрическое семейство указанных режимов. Линеаризация системы вблизи режимов этого семейства порождает 1-параметрическое семейство линейных операторов. Поверхность в пространстве параметров системы называем нейтральной, если её пересечение любым трансверсальным ей путём влечёт за собой трансверсальное пересечение мнимой оси ветвью собственных значений семейства операторов линеаризации, соответствующего данному пути. На плоскостях пар параметров нейтральная поверхность высекает нейтральные кривые. При пересечении нейтральной поверхности рождаются/гибнут экспоненциально неустойчивые собствен-

ные моды малых возмущений, т.е. возникает неустойчивость. Её называют монотонной (колебательной), если соответствующая ветвь собственных значений вещественна (невещественна).

Как известно, возникновение неустойчивости в семействе положений равновесия гладкого семейства векторных полей указывает на локальные бифуркации. Если дополнительных вырождений нет, то монотонную неустойчивость сопровождает ветвление семейства равновесий, а колебательную – ответвление предельного цикла от гладкого семейства. Последнее явление называют бифуркацией Пуанкаре – Андронова – Хопфа. Более сложные бифуркации происходят в случае дополнительного вырождения, например когда нейтральный спектр кратен. Подробности см. в монографиях [32–34].

Рассмотрим семейство неоднородных систем (1)–(3), где внешние сигналы имеют вид волн (14) с одинаковыми профилями, заданными гладкой функцией \tilde{f} . Такие сигналы определяются двумя параметрами: скоростью волны c и амплитудой A . Последняя входит в гомогенизированную систему только в составе эффективной амплитуды a , введённой равенствами (17), которая, таким образом, выступает единственной мерой интенсивности внешнего сигнала. Сказанное следует из явных выражений скорости дрейфа, найденных в разделе 3.

При выключении сигнала, т.е. при $a = 0$, система (1)–(3) однородна. Квазиравновесия (15) становятся однородными. Их устойчивость и неустойчивость уже исследованы в статьях [12, 13]. Изучим влияние постепенного усиления сигнала на устойчивость и неустойчивость квазиравновесий. Ввиду сдвиговой инвариантности однородной и гомогенизированной систем достаточно рассмотреть только так называемые нормальные моды малых возмущений, которые имеют вид

$$(\hat{u}, \hat{p}, \hat{q}) \exp(iax + \lambda t), \lambda = \lambda(\alpha) \in \mathbb{C}, \alpha \in \mathbb{R}. \quad (25)$$

Случай равновесий. Суммируем результаты линейного анализа устойчивости однородных равновесий (15) однородной системы (1)–(3), проведённого в работах [12, 13].

Заметим, что каждое равновесие (15) имеет нейтральную однородную моду (что соответствует $\lambda = \alpha = 0$), но это не приводит к какой-либо длинноволновой неустойчивости. Чтобы избавиться от этого и других нежелательных вырождений, предполагаем

$$\beta > 0, 0 < p_e < 1, \nu(\delta_1 + \delta_2 + \delta) > 0. \quad (26)$$

При выполнении условий (26) нейтральная поверхность равновесия с плотностью хищников p_e задаётся уравнением $\kappa_c(p_e, \beta, \bar{\delta}) = \kappa$, где κ_c – алгебраическая функция (она может быть записана явно); $\beta = \alpha^2$, $\alpha > 0$ – волновое число возмущения;

$\bar{\delta} = (\nu, \delta, \delta_1, \delta_2)$ – набор диссипативных параметров. Неустойчивость на указанной поверхности – колебательная. Нейтральные кривые представлены на рис. 1.

При данном $\bar{\delta}$ равновесие $p = p_e \equiv \text{const}$ (не имеет) имеет экспоненциально неустойчивые моды с волновым числом $\alpha = \pm\sqrt{\beta}$ при условии ($\kappa < \kappa_c(p_e, \beta, \bar{\delta})$) $\kappa > \kappa_c(p_e, \beta, \bar{\delta})$. При этом определена пороговая тактическая интенсивность $\kappa_* = \kappa_*(\bar{\delta}) = \min\{\kappa_c(p_e, \beta, \bar{\delta}), p_e \in (0, 1), \beta > 0\} > 0$, такая, что при $0 < \kappa < \kappa_*(\bar{\delta})$ все однородные равновесия коллективно устойчивы в том смысле, что устойчивы все нормальные моды, связанные с любым равновесием. Заметим, что $\kappa_*(\bar{\delta}) > 0$ даже при $\bar{\delta} = (\nu, \delta, 0, 0)$, если $\delta > 0, \nu > 0$.

Колебательная неустойчивость однородных равновесий возникает в ответ на увеличение плотности хищников p_e при условии, что интенсивность таксиса выше порогового значения, т.е. при условии $\kappa > \kappa_*(\bar{\delta})$ (рис. 1). Численные эксперименты [12, 13] продемонстрировали, что эта неустойчивость приводит к возбуждению миграционных волн, которые периодичны по времени для слабонадкритических значений p_e , и постепенно хаотизируется при увеличении p_e . Кроме того, миграционные волны в любом случае позволяют хищникам увеличить потребление, сохраняя при этом большой запас жертв. В этом смысле миграции всегда более выгодны, чем равновесия. В свете сказанного коллективная устойчивость равновесий выражает неспособность сообщества приспособиться к дефициту ресурса путём перехода к волновым миграциям ввиду недостаточной тактической подвижности.

В системах, рассмотренных в статьях [6, 7, 35], колебательная неустойчивость и возникновение бегущих волн типа «волновых поездов» невозможны при выполнении хотя бы одного из следующих двух условий: хищник (=производитель) консервативен или интенсивность таксиса (=хемотаксическая эффективность) постоянна. Оба этих условия не выполняются для системы (1)–(3). Следовательно, в ней колебательная неустойчивость возникает только из-за косвенности (или инерции) таксиса. Кроме того, в этой системе невозможна монотонная неустойчивость, по крайней мере, если параметры удовлетворяют условиям (26). Напротив, в «классических» системах PKS неустойчивость однородных равновесий обязательно монотонна. Довольно обширный список таких систем составлен в обзоре [4]. Там же описаны соответствующие нейтральные подмногообразия в пространстве параметров. В статье [15] численно показано, что эта неустойчивость тоже может запустить переход к сложным пространственно-временным режимам.

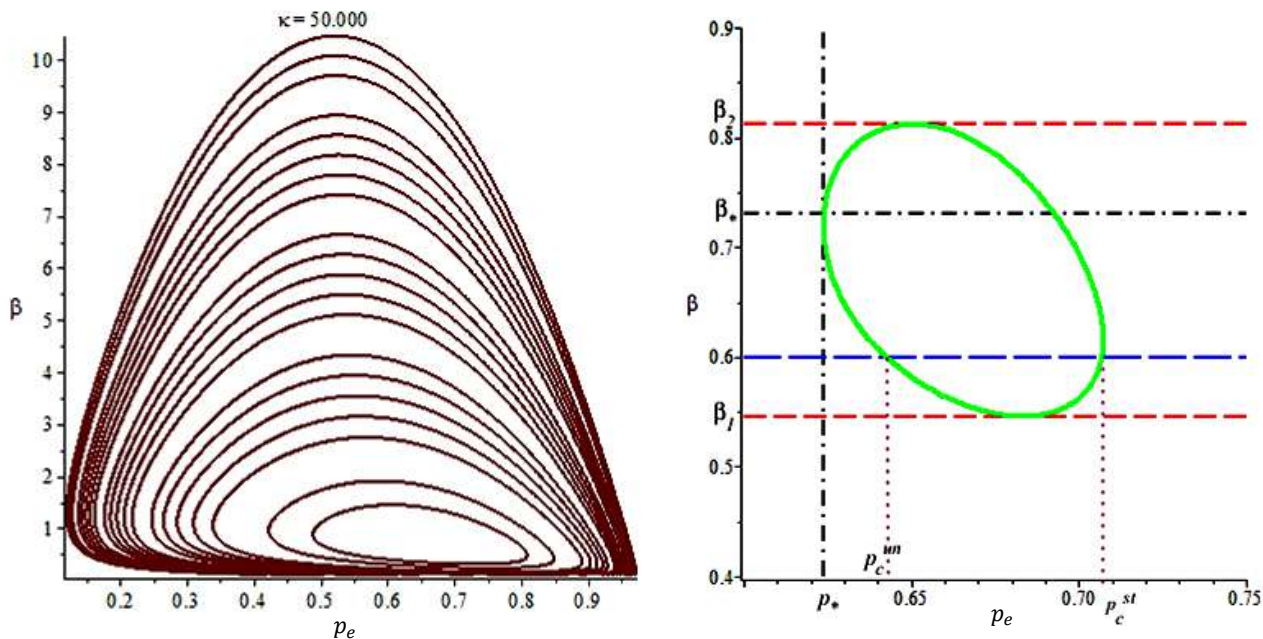


Рис. 1. Слева – типичная картина нейтральных кривых $\kappa_c(p_e, \beta, \delta) = \kappa \in (15, 12 \dots 50, 0)$ при $\bar{\delta} = (1, 1, 0, 0)$, $\{0 < p_e < 1, \beta > 0\}$; справа – одна нейтральная кривая при $\kappa = 13,56$; $p_* \approx 0,624$; $p_c^{un} \approx 0,642$, $p_c^{st} \approx 0,707$, $\beta_1 \approx 0,546$, $\beta_2 \approx 0,812$
 / Fig. 1. On the left - a typical pattern of neutral curves $\kappa_c(p_e, \beta, \delta) = \kappa \in (15, 12 \dots 50, 0)$ for $\bar{\delta} = (1, 1, 0, 0)$, $\{0 < p_e < 1, \beta > 0\}$. On the right is one neutral curve at $\kappa = 13,56$; $p_* \approx 0,624$; $p_c^{un} \approx 0,642$, $p_c^{st} \approx 0,707$, $\beta_1 \approx 0,546$, $\beta_2 \approx 0,812$

В статье [36] аналитическими методами исследовано возникновение вторичных неоднородных режимов, сопровождающих монотонную неустойчивость в системах PKS с таксисом к жертве.

Нейтральный спектр, с которым мы сталкиваемся при колебательной неустойчивости равновесия однородной системы (1)–(3), всегда кратен. А именно чисто мнимая пара собственных значений двукратно, и имеется простое нулевое собственное значение. Причины такого вырождения – зеркальная симметрия и закон сохранения плотности хищников. Благодаря последнему однородные равновесия не изолированы, а образуют непрерывное 1-параметрическое семейство. В упомянутых статьях [12, 13] исследовалась начально-краевая задача для однородной системы (1)–(3) в ограниченной пространственной области с граничными условиями Неймана (выражающими отсутствие потоков обоих видов через границу). При таких граничных условиях система теряет зеркальную симметрию и кратность мнимой пары собственных значений, но по-прежнему имеет место закон сохранения и существует семейство равновесий. В такой ситуации можно рассмотреть ограничение системы на множество уровня сохраняющейся величины и применить к этому ограничению общую теорию бифуркации Пуанкаре – Андронова – Хопфа или сразу применить общие результаты по бифуркации, сопровождающей колебательную неустойчивость в семействе векторных полей, обладающих так называемой косимметрией [37]. Ввиду косимметрии

рождение цикла при колебательной неустойчивости значительно отклоняется от сценария Пуанкаре – Андронова – Хопфа. Лишь в исключительном случае так называемой интегрируемой косимметрии цикл рождается «как обычно» (если нет дополнительного вырождения). Указанное исключение эквивалентно закону сохранения.

Недавно несколько авторов [14, 16, 17] исследовали колебательную неустойчивость и создаваемые ею вторичные режимы движения более общих однородных систем PKS, учитывающих, в частности кинетику хищников. Они рассматривали конечные области и ставили граничные условия Неймана. В результате упомянутые выше вырождения исчезают, и бифуркация рождения цикла следует обычному сценарию Пуанкаре – Андронова – Хопфа.

Случай квазиравновесий. Линеаризация гомогенизированной системы вблизи квазиравновесия с плотностями видов p_e и q_e имеет вид

$$\bar{u}_t + v\bar{u} - \bar{\kappa}\bar{q}_x = 0; \quad \bar{\kappa} = \mu(f)\kappa, \tag{27}$$

$$\bar{p}_t + (v_e\bar{p} + p_e\bar{u})_x = 0; \tag{28}$$

$$\bar{q}_t + q_e(\bar{p} + \bar{q}) - \delta\bar{q}_{xx} = 0,$$

где $v_e = v_e(f)$ выражается формулой (24),

$$\mu(f) = \frac{1}{\Gamma_+^2(\frac{c}{v_2})} \int_0^\infty R(\sigma) e^{-\frac{c\sigma}{v_2}} d\sigma = \left. \frac{d\Gamma_+^{-1}(z)}{dz} \right|_{z=\frac{c}{v_2}}, \tag{29}$$

$c > 0$.

Вывод линеаризованной системы (27), (28) основан на явном выражении скорости дрейфа через среднюю скорость (формула (21)).

Как видно из уравнения (27), интенсивность таксиса заменяет её эффективный аналог $\bar{\kappa} = \mu(f)\kappa$. При этом $\mu(f) > 0$, $\mu(0) = 1$.

Если $v_e = 0$, то всё сказанное выше об устойчивости однородного равновесия переносится на квазиравновесия с точностью до замены κ на $\bar{\kappa}$. При этом следует положить $\delta_1 = \delta_2 = 0$. Заметим, что ограничения (27) допускают это.

Пусть $v_e \neq 0$. Декремент λ нормальной моды (26) – корень характеристического многочлена $\lambda^3 + (iU + d_1)\lambda^2 + (d_2 + iUd_1)\lambda + iUd_2 + r$, $U = \alpha v_e$, $d_1 = v + q_e + \delta_q \beta$, $d_2 = v(q_e + \delta_q \beta)$, $r = \beta p_e q_e \bar{\kappa}$.

Заметим, что $r > 0$, $d_1 > 0$ и $d_2 > 0$ для всех допустимых значений параметров задачи. Отсюда, в частности, вытекает невозможность монотонной неустойчивости.

Подсчитаем число корней указанного характеристического многочлена в правой полуплоскости с помощью комплексной теоремы Гурвица. Цепь ганкелевых миноров

$$1, d_1, d_1(d_2 d_1 - r), r((r - d_1 d_2)^2 - U^2 d_1^2 d_2).$$

В этой цепи возможны четыре распределения знаков миноров:

$$+ + + +, + + + -, + + --, + + - +.$$

Переходы между диаграммами происходят, когда путь в пространстве параметров пересекает графики функций $\bar{\kappa} = \kappa_c^{(j)}(v_e, p_e, \beta, v, \delta)$, $j \in \{+, -, 0\}$, где $\kappa_c^{(0)} = \kappa_c|_{\delta_1=\delta_2=0}$, а график функции κ_c – нейтральное многообразие в пространстве параметров однородной задачи, рассматриваемой при $\delta_1 = \delta_2 = 0$. Функции $\kappa_c^{(\pm)}$ могут быть выражены явно; $\kappa_c^- < \kappa_c^{(0)} < \kappa_c^+$ для всех допустимых значений параметров задачи при условии $v_e \neq 0$. Если $v_e = 0$, то $\kappa_c^- = \kappa_c^{(0)} = \kappa_c^+$. Переход эффективной интенсивности таксиса через значения κ_c^- , $\kappa_c^{(0)}$ и κ_c^+ в порядке возрастания вызывает переключения приведенных выше диаграмм слева направо (при условии, что значения всех остальных параметров остаются неизменными). При этом переход через значение $\kappa_c^{(0)}$ не меняет количество неустойчивых корней. Таким образом, количество корней в правой комплексной полуплоскости – 0, 1, 2 при условии, что $\bar{\kappa}$ принадлежит интервалам $(0, \kappa_c^-)$, (κ_c^-, κ_c^+) и (κ_c^+, ∞) соответственно.

Подведём итог. При $v_e \neq 0$ нейтральная поверхность квазиравновесия двулистка; листы – графики функций $\bar{\kappa} = \kappa_c^\pm(v_e, p_e, \beta, v, \delta)$. Условие устойчивости моды с $\alpha = \pm\sqrt{\beta}$ имеет вид

$$\mu(f)\kappa < \kappa_c^\pm(v_e, p_e, \beta, \delta). \quad (30)$$

При $v_e = 0$ (т.е. когда дрейфа нет) имеет место равенство $\kappa_c^\pm = \kappa_c^{(0)}$; $\kappa_c^- < \kappa_c^{(0)} < \kappa_c^+$, если $v_e \neq 0$.

Введём в рассмотрение величины

$$\kappa_*^-(a, c, v, \delta) = \inf\{\kappa_c^-, 0 < p_e < 1, \beta > 0\},$$

$$c_* = \sqrt{v(q_e + \delta\beta)}/\beta.$$

Если $\kappa_*^- > 0$, то при $\bar{\kappa} < \kappa_*^-$ однородные квазиравновесия коллективно устойчивы в том же смысле, что и равновесия. Из явного выражения κ_c^- и формулы (24) вытекает, что $\kappa_c^- < 0$ для всех $\beta > \beta_* = \inf\{\beta > 0: |v_e| > c_*\}$. Следовательно, неравенство $|v_e| > c_*$ при $\beta > \beta_*$ исключает коллективную устойчивость и влечёт за собой неустойчивость всех мод с волновыми числами $\alpha: |\alpha| > \sqrt{\beta}$. Таким образом, сильный остаточный дрейф может, вообще говоря, дестабилизировать сразу все коротковолновые моды. Реализация описанных возможностей зависит от соотношений между скоростью и амплитудой сигнальной волны.

5. Асимптотика больших амплитуд

Найдём асимптотики коэффициентов v_e и μ при $a \rightarrow \infty$ в случае бегущих волн (14). Пусть $c > 0$. Оценим методом Лапласа интеграл Γ_+ , входящий в выражение (24) для остаточного дрейфа. Запишем его в виде

$$\frac{1}{2\pi} \int_{(0,\infty) \times (0,2\pi)} e^{-z\sigma} e^{as(\eta,\sigma)} d\sigma d\eta,$$

$$S(\eta, \sigma) = s(\eta) - s(\eta - \sigma), \quad z > 0.$$

Функцию s считаем заданной, гладкой, периодической и не имеющей вырожденных критических точек. Полагаем $\text{osc}(s) = \sup s - \inf s$, где \sup и \inf берутся по \mathbb{R} . Локальные максимумы функции S имеют вид $(\eta, \sigma) \in \mathbb{R}^2: s'(\eta) = s'(\eta - \sigma) = 0$, $s''(\eta)s''(\eta - \sigma) < 0$.

Благодаря множителю $e^{-z\sigma}$ и периодичности функции S по переменной σ достаточно учесть вклады только таких точек максимума, для которых $(\eta, \eta - \sigma) \in M = \{(x, y): 0 < x \leq 2\pi, 0 < x - y < 2\pi, \text{osc}(s) = s(x) - s(y)\}$.

Таким образом, приходим к оценке

$$\Gamma_+(z) \sim \frac{e^{a\text{osc}(s)}}{a(1-e^{-2\pi z})} \sum_{(x,y) \in M} \frac{e^{-z(x-y)}}{\sqrt{-s''(x)s''(y)}}, \quad (31)$$

$a \rightarrow \infty, z = c/v_2 > 0$.

Сопоставив оценку (31) с формулами (24) и (29), заключаем, что имеют место предельные равенства $\mu \rightarrow +0$ и $v_e - c \rightarrow 0$ при $a \rightarrow \infty$. При этом сходимость к предельным значениям экспоненциальна. Кроме того, приведённые предельные равенства выдерживают предельный переход при $c \rightarrow +0$, причём второе из них становится точным для всех a , что согласуется с тем, что было установлено в работе [1]. Сказанное распространяется на все внешние сигналы (14) с профилем общего положения: требуется лишь, чтобы при подстановке в формулу (16) он приводил к функции s , не имеющей вырожденных критических точек. В частности, профиль $\bar{f} = \sin \eta$ – общего положения.

6. Стабилизация и дестабилизация

Ранее мы сформулировали критерий устойчивости индивидуальной моды индивидуального равновесия из семейства (15). Его сравнение с условием (30) показывает, что внешний сигнал стабилизирует эту моду при условии

$$\mu(f) < \kappa_c^- / \kappa_c^{(0)}, \quad (32)$$

а при выполнении противоположного неравенства – дестабилизирует. Сравнение критериев коллективной устойчивости равновесий и квазиравновесий приводит к выводу, что внешний сигнал способствует коллективной устойчивости последних при условии

$$\mu(f) < \frac{\kappa_*^-}{\kappa_*^{(0)}}, \quad (33)$$

а противоположное неравенство влечёт за собой противоположный эффект.

Если сигнал стационарен, т.е. $c = 0$ и $f = \tilde{f}(\xi)$, то $v_e(f) = 0$, $\kappa_c^- = \kappa_c^{(0)}$, $\kappa_*^- = \kappa_*^{(0)}$, и оба неравенства (32), (33) сводятся к $\mu(f) < 1$. Последнее неравенство верно при любом профиле стационарного сигнала $\tilde{f} \neq 0$, т.е. любой такой сигнал в какой-то мере стабилизирует любую нормальную моду, независимо от её длины волны и прочих параметров. При этом, как установлено в [1], коэффициент μ и, следовательно, эффективная интенсивность таксиса в случае общего положения убывают экспоненциально, когда $a \rightarrow \infty$ (где a – эффективная амплитуда сигнала, введённая в (17)). В частности, $\mu = I_0^{-2}(a)$ в случае профиля $\tilde{f} = \sin \xi$, $c = 0$, где $I_0(a)$ – функция Бесселя второго рода индекса 0. Данный результат согласуется с асимптотикой (31). В самом деле, пусть $\tilde{f} = \sin \eta$. Формула (31) имеет место при $\text{osc}(s) = 2$, $M = \{(\pi/2, -\pi/2)\}$ и приводит к оценке $\Gamma_+(z) \sim \frac{e^{2a} e^{-\pi z}}{a(1-e^{-2\pi z})}$, $a \rightarrow \infty$.

Отсюда с помощью (29) выводим асимптотику μ . Переходя в последней к пределу при $c \rightarrow +0$, получаем главный член асимптотики $I_0^{-2}(a)$, $a \rightarrow \infty$.

Итак, эффект усиления внешнего сигнала неоднозначен. Действительно, рассмотрим индивидуальное квазиравновесие с плотностью хищников p_e и свяжем с ним индивидуальную нормальную моду с волновым числом β . Пусть внешний сигнал задан так, что $c > c_*(p_e, \beta, \nu, \delta)$. Тогда из асимптотики скорости остаточного дрейфа v_e следует, что $v_e \approx c > c_*$ при достаточно больших значениях a , где погрешность приближённого равенства экспоненциально мала. Таким образом, при $c > c_*$ увеличение уровня внешнего сигнала приводит к дестабилизации всех мод с волновыми числами α . Это происходит экспоненциально

быстро с ростом a . Пусть теперь $c < c_*$. Тогда для всех достаточно больших значений a правая часть неравенства (32) положительна и не стремится к нулю, а левая экспоненциально мала, т.е. имеет место экспоненциальная стабилизация (рис. 2), как и в случае стационарного сигнала.

На рис. 2 показаны графики κ_c^- и $\bar{\kappa}$ как функции a . Они изображены сплошными и длинными пунктирными линиями соответственно. Для их вычисления мы применяли явные выражения, полученные в разделе 3, к конкретному профилю сигнала $\tilde{f}(\eta) = \sin \eta$ при $\nu_1 = \nu_2 = 1$. На правой (левой) панели показаны графики для $c = 1/2$ ($c = 2$). Случай однородной системы соответствует $a = 0$. Значения остальных параметров: $\delta = \nu = 1$, $p_e = \beta = 2/3$. Для них $c_* = \sqrt{3/2}$ и $\kappa_c^{(0)} = \kappa_*^{(0)} = 27/2$. Таким образом, левая (правая) панель соответствует $c > c_*$ ($c < c_*$) и предельному значению $\bar{\kappa}$ при $a \rightarrow +0$, равному $\kappa = 2\kappa_*^{(0)} = 27/4$ ($\kappa = \kappa_*^{(0)}/2 = 27$). При этом собственная мода с квадратом волнового числа $\beta = 2/3$, связанная с квазиравновесием со значением плотности хищника, равным $p_e = 2/3$, неустойчива (устойчива) для тех значений a , при которых длинная пунктирная линия находится выше (ниже) сплошной. Поэтому на левой панели рост a дестабилизирует собственную моду, которая устойчива при значениях a , близких к нулю. Дальнейшее увеличение a влечет за собой появление отрицательных значений κ_c^- (что вызывает коротковолновую дестабилизацию). На правой панели рост a стабилизирует собственную моду, которая неустойчива при значениях a , близких к нулю.

Изменение эффекта сигнала на индивидуальную нормальную моду отдельного квазиравновесия со стабилизации на дестабилизацию происходит при пересечении нулевого уровня функции $\kappa_c^{(0)} \mu(f) - \kappa_c^-$ в пространстве параметров $a, c, p_e, \alpha, \nu, \delta$. Эту возможность иллюстрирует левая панель рис. 3. При этом индивидуальная мода возмущения, квазиравновесие, профиль сигнальной волны и все прочие параметры выбраны так же, как и для рис. 2. Значения c и a находятся в диапазоне $0,025 \dots c_* = \sqrt{3/2}$ и $0,1 \dots 7$ соответственно. Сплошная красная кривая обозначает линию раздела, на которой инвертируется влияние внешнего сигнала на данную моду. Области выше (ниже) этой кривой соответствуют дестабилизации (стабилизации) в смысле условия (32). Черная горизонтальная пунктирная кривая указывает значение $c_* = \sqrt{3/2}$.

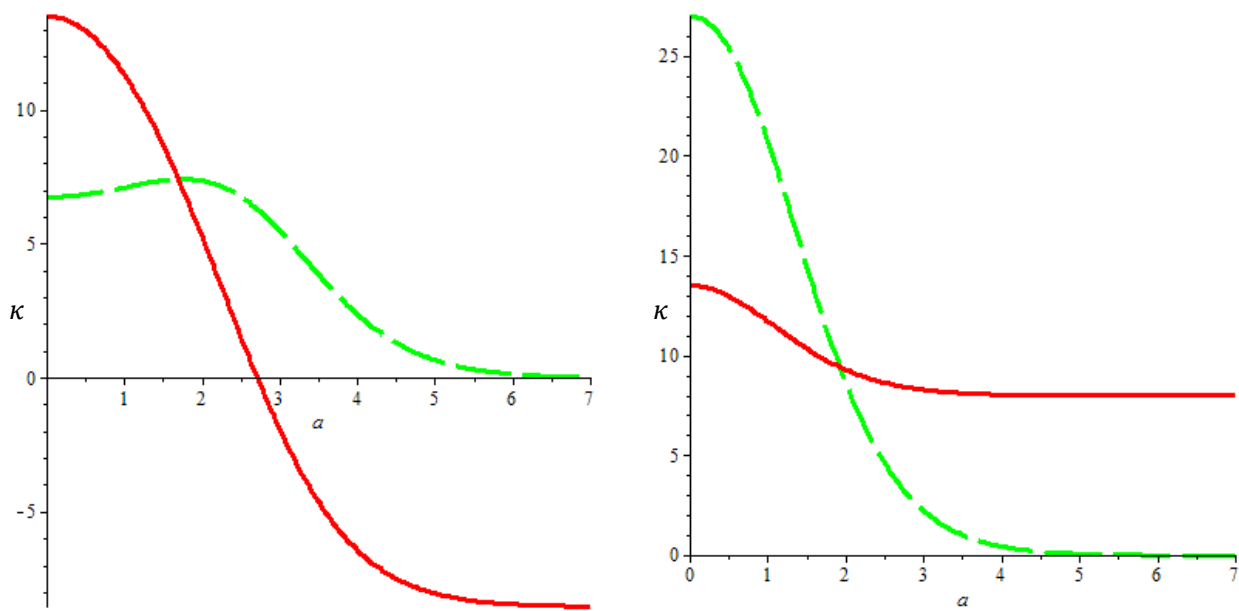


Рис. 2. Стабилизация (справа) и дестабилизация (слева) индивидуальной моды возмущения индивидуального квазиравновесия в зависимости от амплитуды сигнальной волны (a) для двух различных значений её скорости (c)
 / Fig. 2. Stabilizing or destabilizing of an individual mode of an individual equilibrium depending on the amplitude of the signal-making wave (a) for two different values of the speed of it (c)

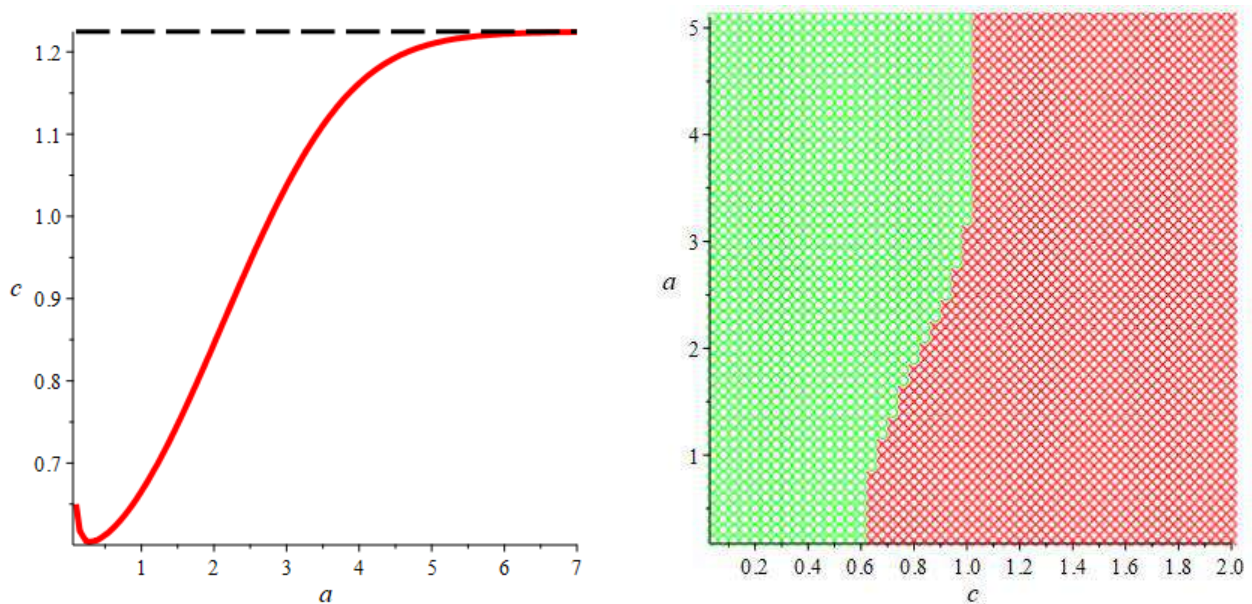


Рис. 3. Разбиение плоскости параметров $c - a$ в соответствии с инверсией эффекта внешнего сигнала
 / Fig. 3. The partition of the $c - a$ plane corresponding to the inversion of the effect of the external signal

Рассмотрим эффект сигнала на коллективную устойчивость квазиравновесий. Так как $v_e - c \rightarrow 0$ при $a \rightarrow \infty$, неравенство $\kappa_*^- > 0$ выполняется при $c < \min_{\beta} c_* = \sqrt{v\delta}$. При этом $\bar{\kappa} < \kappa_*^-$ при достаточно больших значениях a ввиду предельного тождества $\mu \rightarrow +0, a \rightarrow \infty$. Таким образом, увеличение амплитуды сигнальной волны приводит к коллек-

тивной стабилизации равновесий при достаточно малой скорости этой волны. Если же $c > \sqrt{v\delta}$, то увеличение амплитуды сигнальной волны непременно приведёт к отрицательным значениям κ_c^- при достаточно больших β . В этом случае ни одно из неравенств (30), (32), (33) не выполняется, и, следовательно, внешний сигнал, создавший такую

скорость дрейфа, непременно приводит к дестабилизации. Таким образом, плоскость параметров (a, c) разбивается на части в соответствии с тем, содействует или противодействует соответствующий сигнал коллективной устойчивости в смысле критерия (33). Пример такого разбиения представлен на правой панели рис. 3. При этом профиль сигнальной волны и все остальные параметры выбраны так же, как и для рис. 2. Значения c и a находятся в диапазоне $0,04 \dots 0,2$ и $0,1 \dots 0,5$ соответственно. Область, заполненная зелёными кружками, соответствует усилению коллективной устойчивости в смысле условия (33). Область, заполненная красными диагональными крестиками, соответствует противоположному эффекту.

Заключение

Экспоненциальное снижение интенсивности таксиса и резкий стабилизирующий эффект из-за усиления стационарного сигнала не зависят от конкретного профиля, но представляют собой типичные явления. Это утверждение следует из асимптотик, найденных в разделе 5. Механизм подавления интенсивности таксиса сильным внешним сигналом интуитивно понятен: такой сигнал способен отвлечь хищников от преследования добычи. Однако удивляет экспоненциальная острота этого эффекта. Тем не менее усиление внешнего сигнала влияет на устойчивость квазиравновесий, вообще говоря, неоднозначно, и эта неоднозначность создается остаточным дрейфом.

Остаточный дрейф приводит к двулистности нейтральной поверхности квазиравновесий. Её листы соответствуют двум различным нейтральным волнам, возникающим из распада двукратной нейтральной моды однородной системы. Волна, возникающая при нижнем (верхнем) критическом значении тактической интенсивности, распространяется вверх (вниз по потоку), т.е. быстрее (медленнее), чем остаточный дрейф. Поскольку нижнее критическое значение k_c^- является порогом устойчивости, волна, распространяющаяся вверх по потоку, более опасна. Когда дрейф исчезает, система приобретает зеркальную симметрию, верхняя и нижняя критические интенсивности сливаются, а зеркальная симметрия сопрягает соответствующие нейтральные моды, которые натягивают двумерное спектральное подпространство. При возникновении дрейфа симметрия разрушается. Двукратная нейтральная мода расщепляется на две простые. Таким образом, мы приходим к двухпараметрическому явлению, заслуживающему подробного нелинейного анализа.

Коротковолновая стабилизация или дестабилизация квазиравновесия напоминают эффекты вы-

сокочастотной вибрации, широко известные в классической механике частиц или сплошных сред. Знаменитые примеры – перевёрнутый маятник или его аналоги, возникающие из динамики стратифицированной жидкости. Вибрации оказывают свое влияние на такие системы через так называемую эффективную потенциальную энергию, которая возникает при усреднении [38, 39]. Наши примеры показывают, что коротковолновые флуктуации окружающей среды оказывают свое влияние на системы PKS совершенно иначе, а именно добавляя дрейф.

Изучение дрейфа, возникающего при усреднении адвекции некоторой плотности осциллирующей скоростью, восходит к Стоксу. Сейчас эта область является предметом очень многих исследований. Более подробная информация и ссылки изложены в статье [40]. Обычно эффект стоковского дрейфа относительно слаб и касается только долговременного переноса или перемешивания. Тем не менее мы наблюдаем стабилизацию или дестабилизацию квазиравновесия только из-за дрейфа прямо в главном приближении.

Рассмотрение систем PKS в ограниченных пространственных областях позволяет избежать некоторых трудностей, связанных с непрерывными спектрами, но подводит нас к проблеме выбора граничных условий. Например, постановка условий Неймана может привести к определенным техническим проблемам при гомогенизации и даже при выполнении линейного анализа. При этом непонятно, являются ли условия Неймана менее искусственными, чем все остальные. Кроме того, разрушение симметрии граничными условиями может исключить некоторые полезные решения. В этой ситуации более мягкие условия пространственной периодичности кажутся наилучшими. При таких условиях однородная система (1)–(3) и более общие системы PKS обладают трансляционной и зеркальной симметриями. Бифуркации в системах с указанной симметрией могут быть рассмотрены в рамках общей теории, изложенной в статье [41].

Очевидные объекты дальнейшего исследования – сигналы, представляющие собой короткие стоячие волны и медленно модулированные бегущие волны. Например, функции $f = A \sin t \sin \xi$ и $f = A \sin t \sin(\xi - ct)$ определяют представителей первого и второго видов соответственно. Оба класса сигналов создают однородные квазиравновесия, но коэффициенты гомогенизированной системы становятся переменными. В случае периодической по времени модуляции можно решить соответствующую спектральную проблему устойчивости, используя теорию Флоке.

Наконец, интересно, в какой степени эффект внешнего сигнала зависит от его профиля. В частности, возникает интересная задача оптимизации функционала $\mu(f)$ с ограничением $\langle f^2 \rangle = 1$.

Авторы глубоко благодарны И.Н. Сениной за полезные обсуждения.

Литература

1. Моргулис А.Б. Об устойчивости квазиравновесий систем типа Келлера – Сегеля в сильно неоднородной среде // Вестн. Южно-Уральского гос. ун-та. Математика. Механика. Физика. 2019. Т. 11, № 3. С. 28–40.
2. Иваницкий Г.Р., Медвинский А.Б., Цыганов М.А. От динамики популяционных автоволн, формируемых живыми клетками, к нейроинформатике // Успехи физ. наук. 1994. Т. 164, № 10. С. 1041–1072.
3. Horstmann D. From 1970 until present: the Keller-Segel model in chemotaxis and its consequences. II, Jahresbe // Deutsch. Math.-Verein. 2004. Vol. 106. P. 51–69.
4. Hillen T., Painter K.J. A user's guide to PDE models for chemotaxis // J. of Mathematical Biology. 2009. Vol. 58, № 1–2. P. 183.
5. Bellomo N.A., Bellouquid A., Tao Y., Winkler M. Toward a mathematical theory of Keller-Segel models of pattern formation in biological tissues // Mathematical Models and Methods in Applied Sciences. 2015. Vol. 25, № 09. P. 1663–1763.
6. Березовская Ф.С., Карев Г.П. Бифуркации бегущих волн в популяционных моделях с таксисом // Успехи физ. наук. 1999. Т. 169, № 9. С. 1011–1024.
7. Berezovskaya F., Karev G. Parametric portraits of travelling waves of population models with polynomial growth and auto-taxis rates // Nonlinear Analysis: Real World Applications. 2000. Vol. 1, № 1. P. 123–136.
8. Tsyganov M.A., Brindley J., Holden A.V., Biktashev V.N. Quasisoliton interaction of pursuit-evasion waves in a predator-prey system // Physical Review Letters. 2003. Vol. 91, № 21. P. 218102.
9. Tsyganov M.A., Brindley J., Holden A.V., Biktashev V.N. Soliton-like phenomena in one-dimensional cross-diffusion systems: a predator-prey pursuit and evasion example // Physica D: Nonlinear Phenomena. 2004. Vol. 197, № 1–2. P. 18–33.
10. Tsyganov M.A., Biktashev V.N. Half-soliton interaction of population taxis waves in predator-prey systems with pursuit and evasion // Physical Review E. 2004. Vol. 70, № 3. P. 031901.
11. Horstmann D., Stevens A. A constructive approach to traveling waves in chemotaxis // J. of Nonlinear Science. 2004. Vol. 14, № 1. P. 1–25.
12. Говорухин В.Н., Моргулис А.Б., Тютюнов Ю.В. Медленный таксис в модели хищник – жертва // Докл. АН. 2000. Т. 372, № 6. С. 730–732.
13. Arditi R., Tyutyunov Y., Morgulis A., Govorukhin V., Senina I. Directed movement of predators and the emergence of density-dependence in predator-prey models // Theoretical Population Biology. 2001. Vol. 59, № 3. P. 207–221.
14. Pearce I.G., Chaplain M.A.J., Schofield P.G., Anderson A.R.A., Hubbard S.F. Chemotaxis-induced spatio-temporal heterogeneity in multi-species host-parasitoid systems // J. of Mathematical Biology. 2007. Vol. 55, № 3. P. 365–388.
15. Painter K.J., Hillen T. Spatio-temporal chaos in a chemotaxis model // Physica D: Nonlinear Phenomena. 2011. Vol. 240, № 4–5. P. 363–375.
16. Tyutyunov Y.V., Titova L.I., Senina I.N. Prey-taxis destabilizes homogeneous stationary state in spatial Gause-Kolmogorov-type model for predator-prey system // Ecological Complexity. 2017. Vol. 31. P. 170–180.
17. Wang Q., Yang J., Zhang L. Time-periodic and stable patterns of a two-competing-species Keller-Segel chemotaxis model: Effect of cellular growth // Discrete & Continuous Dynamical Systems-B. 2017. Vol. 22, № 9. P. 3547.
18. Southall B.L., Finneran J.J., Reichmuth C., Nachtigall P.E., Ketten D.R., Bowles A.E., Ellison W.T., Nowacek D.P., Tyack P.L. Marine mammal noise exposure criteria: Updated scientific recommendations for residual hearing effects // Aquatic Mammals. 2019. Vol. 45, № 2. P. 125–232.
19. Hsu A.C., Boustany A.M., Roberts J.J., Chang J.H., Halpin P.N. Tuna and swordfish catch in the US north-west Atlantic longline fishery in relation to mesoscale eddies // Fisheries Oceanography. 2015. Vol. 24, № 6. P. 508–520.
20. Royer F., Fromentin J., Gaspar P. Determining bluefin tuna habitat through frontal features in the Mediterranean Sea // Collective Volume of Scientific Papers. 2005. Vol. 58, № 4. P. 1275–1284.
21. Reese D.C., O'Malley R.T., Brodeur R.D., Churnside J.H. Epipelagic fish distributions in relation to thermal fronts in a coastal upwelling system using high-resolution remote-sensing techniques // ICES J. of Marine Science. 2011. Vol. 68, № 9. P. 1865–1874.
22. Kratina P., LeCraw R.M., Ingram T., Anholt B.R. Stability and persistence of food webs with omnivory: is there a general pattern? // Ecosphere. 2012. Vol. 3, № 6. P. 1–18.
23. Black T. Boundedness in a Keller-Segel system with external signal production // J. of Mathematical Analysis and Applications. 2017. Vol. 446, № 1. P. 436–455.
24. Issa T.B., Shen W. Persistence, coexistence and extinction in two species chemotaxis models on bounded heterogeneous environments // J. of Dynamics and Differential Equations. 2019. Vol. 31, № 4. P. 1839–1871.
25. Yurk B.P., Cobbold C.A. Homogenization techniques for population dynamics in strongly heterogeneous

landscapes // *J. of Biological Dynamics*. 2018. Vol. 12, № 1. P. 171–193.

26. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Механика. 4-е изд., испр. М.: Наука; Гл. ред. физ.-мат. лит.-ры, 1988. 216 с.

27. Allaire G. A brief introduction to homogenization and miscellaneous applications // *ESAIM: Proceedings*. EDP Sciences. 2012. Vol. 37. P. 1–49.

28. Dolak Y., Hillen T. Cattaneo models for chemosensitive movement: numerical solution and pattern formation // *J. of Mathematical Biology*. 2003. Vol. 46, № 5. P. 461–478.

29. Filbet F., Laurencot P., Perthame B. Derivation of hyperbolic models for chemosensitive movement // *J. of Mathematical Biology*. 2005. Vol. 50, № 2. P. 189–207.

30. Tello J.I., Wrzosek D. Predator-prey model with diffusion and indirect prey-taxis // *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*. 2016. Vol. 26, № 11. P. 2129–2162.

31. Li H., Tao Y. Boundedness in a chemotaxis system with indirect signal production and generalized logistic source // *Applied Mathematics Letters*. 2018. Vol. 77. P. 108–113.

32. Iooss G., Joseph D.D. Elementary stability and bifurcation theory. Springer Science & Business Media, 2012. 324 p.

33. Арнольд В.И., Афраймович В.С., Ильяшенко Ю.С., Шильников Л.П. Теория бифуркаций // *Динамические системы – 5. Итоги науки и техники. Современные проблемы математики. Фундаментальные направления*. 1986. Т. 5. С. 5–218.

34. Haragus M., Iooss G. Local bifurcations, center manifolds, and normal forms in infinite-dimensional dynamical systems. Springer Science & Business Media, 2011. 329 p.

35. Berezovskaya F.S., Novozhilov A.S., Karev G.P. Families of traveling impulses and fronts in some models with cross-diffusion // *Nonlinear Analysis: Real World Applications*. 2008. Vol. 9, № 5. P. 1866–1881.

36. Li C., Wang X., Shao Y. Steady states of a predator-prey model with prey-taxis // *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*. 2014. Vol. 97. P. 155–168.

37. Юдович В.И. О бифуркации рождения цикла из семейства равновесий динамической системы и её затягивании // *ПММ*. 1998. Т. 62, № 1. С. 22–34.

38. Юдович В.И. Вибродинамика систем со связями // *Докл. РАН*. 1997. Т. 354, № 5. С. 622–624.

39. Vladimirov V.A. On vibrodynamics of pendulum and submerged solid // *J. of Math. Fluid Mech*. 2005. Vol. 7, № 3. P. S397–S412.

40. Vladimirov V.A. Two-Timing Hypothesis, Distinguished Limits, Drifts, and Pseudo-Diffusion for Oscillating Flows // *Studies in Appl. Math*. 2017. Vol. 138, № 3. P. 269–293.

41. Моршнева И.В., Юдович В.И. Об ответвлении циклов от равновесий инверсионно- и вращательно-

симметричных динамических систем // *СМЖ*. 1985. Т. 26, № 1. С. 124–133.

References

1. Morgulis A.B. (2019). Stability of the quasi-equilibria of Keller-Segel systems in strictly inhomogeneous environment. *Vestn. Yuzhno-Ural'skogo gos. un-ta. Matematika. Mekhanika. Fizika*, vol. 11, No. 3, pp. 28-40. (in Russian).

2. Ivanitskii G.R., Medvinskii A.B., Tsyganov M.A. (1994). From the dynamics of population autowaves generated by living cells to neuroinformatics. *Physics-Uspekhi*, vol. 37, No. 10, p. 961.

3. Horstmann D. (2004). From 1970 until present: the Keller-Segel model in chemotaxis and its consequences. II. Jahresber. *Deutsch. Math.-Verein.*, vol. 106, pp. 51-69.

4. Hillen T., Painter K.J. (2009). A user's guide to PDE models for chemotaxis. *J. of Mathematical Biology*, vol. 58, No. 1-2, p. 183.

5. Bellomo N., Bellouquid A., Tao Y., Winkler M. (2015). Toward a mathematical theory of Keller-Segel models of pattern formation in biological tissues. *Math. Methods Appl. Sci.*, vol. 25 (09), pp. 1663-1763.

6. Berezovskaya F. S., Karev G. P. (1999). Bifurcations of travelling waves in population taxis models. *Physics-Uspekhi*, vol. 42, No. 9, p. 917.

7. Berezovskaya F., Karev G. (2000). Parametric portraits of travelling waves of population models with polynomial growth and auto-taxis rates. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, vol. 1, No. 1, pp. 123-136.

8. Tsyganov M.A., Brindley J., Holden A.V., Biktashev V.N. (2003). Quasisoliton interaction of pursuit-evasion waves in a predator-prey system. *Phys. Rev. Lett.*, vol. 91, No. 21, p. 218102.

9. Tsyganov M., Brindley J., Holden A., Biktashev V. (2004) Soliton-like phenomena in one-dimensional cross-diffusion systems: a predator-prey pursuit and evasion example. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 197, No. 1-2, pp. 18-33.

10. Tsyganov M.A., Biktashev V.N. (2004). Half-soliton interaction of population taxis waves in predator-prey systems with pursuit and evasion. *Physical Review E*, vol. 70, No. 3, p. 031901.

11. Horstmann D., Stevens A. (2004). A constructive approach to traveling waves in chemotaxis. *J. of Nonlinear Science*, vol. 14, No. 1, pp. 1-25.

12. Govorukhin V., Morgulis A., Tyutyunov Y. (2000). Slow taxis in a predator-prey model. *Doklady Mathematics*, vol. 61, No. 3, pp. 420-422.

13. Arditi R., Tyutyunov Y., Morgulis A., Govorukhin V., Senina I. (2001). Directed movement of predators and the emergence of density-dependence in predator-prey models. *Theoretical Population Biology*, vol. 59, No. 3, pp. 207-221.

14. Pearce I., Chaplain M., Schofield P., Anderson A., Hubbard S. (2007). Chemotaxis-induced spatio-temporal heterogeneity in multi-species host-parasitoid systems. *J. Math. Biol.*, vol. 55, No. 3, pp. 365-388.

15. Painter K.J., Hillen T. (2011). Spatio-temporal chaos in a chemotaxis model. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 240, No. 4-5, pp. 363-375.
16. Tyutyunov Y., Titova L., Senina I. (2017). Prey-taxis destabilizes homogeneous stationary state in spatial Gause-Kolmogorov-type model for predator-prey system. *Ecological Complexity*, vol. 31, pp. 170-180.
17. Wang Q., Yang J., Zhang L. (2017). Time-periodic and stable patterns of a two-competing-species Keller-Segel chemotaxis model: Effect of cellular growth. *Discrete & Continuous Dynamical Systems - B.*, vol. 22, No. 9, pp. 3547-3574.
18. Southall B.L., Finneran J.J., Reichmuth C., Nachtigall P.E., Ketten D.R., Bowles A.E., Ellison W.T., Nowacek D.P., Tyack P.L. (2019). Marine mammal noise exposure criteria: Updated scientific recommendations for residual hearing effects. *Aquatic Mammals*, vol. 45, No. 2, pp. 125-232.
19. Hsu A.C., Boustany A.M., Roberts J.J., Chang J.H., Halpin P.N. (2015). Tuna and swordfish catch in the US northwest Atlantic longline fishery in relation to mesoscale eddies. *Fisheries Oceanography*, vol. 24, No. 6, pp. 508-520.
20. Royer F., Fromentin J., Gaspar P. (2005). Determining bluefin tuna habitat through frontal features in the Mediterranean Sea. *Collective Volume of Scientific Papers*, vol. 58, No. 4, pp. 1275-1284.
21. Reese D.C., O'Malley R.T., Brodeur R.D., Churnside J.H. (2011). Epipelagic fish distributions in relation to thermal fronts in a coastal upwelling system using high-resolution remote-sensing techniques. *ICES J. of Marine Science*, vol. 68, No. 9, pp. 1865-1874.
22. Kratina P., LeCraw R.M., Ingram T., Anholt B.R. (2012). Stability and persistence of food webs with omnivory: is there a general pattern? *Ecosphere*, vol. 3, No. 6, pp. 1-18.
23. Black T. (2017). Boundedness in a Keller-Segel system with external signal production. *J. of Math. Analysis Appl.*, vol. 446, No. 1, pp. 436-455.
24. Issa T., Shen W. (2019). Persistence, coexistence and extinction in two species chemotaxis models on bounded heterogeneous environments. *J. of Dynamics and Differential Equations*, vol. 31, No. 4, pp. 1839-1871.
25. Yurk B., Cobbold C. (2018). Homogenization techniques for population dynamics in strongly heterogeneous landscapes. *J. of Biological Dynamics*, vol. 12, No. 1, pp. 171-193.
26. Landau L.D., Lifshits E.M. (1988). *Theoretical physics. Mechanics*. 4th ed. Moscow, Nauka Publ., Main Edition of Physical and Mathematical Literature, 216 p.
27. Allaire G. (2012). A brief introduction to homogenization and miscellaneous applications. *ESAIM: Proceedings. EDP Sciences*, vol. 37, pp. 1-49. (in Russian).
28. Dolak Y., Hillen T. (2003). Cattaneo models for chemosensitive movement: numerical solution and pattern formation. *J. of Mathematical Biology*, vol. 46, No. 5, pp. 461-478.
29. Filbet F., Laurencot P., Perthame B. (2005). Derivation of hyperbolic models for chemosensitive movement. *J. of Mathematical Biology*, vol. 50, No. 2. P. 189-207.
30. Tello I., Wrzosek D. (2016). Predator-prey model with diffusion and indirect prey-taxis. *Math. Models Methods Appl. Sci.*, vol. 26, No. 11, pp. 2129-2162.
31. Li U., Tao Y. (2018). Boundedness in a chemotaxis system with indirect signal production and generalized logistic source. *Appl. Math. Letters*, vol. 77, pp. 108-113.
32. Iooss G., Joseph D.D. (2012). *Elementary stability and bifurcation theory*. Springer Science & Business Media, 324 p.
33. Arnold V.I., Afraimovich V.S., Ilyashenko Yu.S., Shilnikov L.P. (1986). Theory of bifurcations. *Dinamicheskiye sistemy-5. Itogi nauki i tekhniki. Sovremennye problemy matematiki. Fundamental'nye napravleniya*, vol. 5, pp. 5-218. (in Russian).
34. Haragus M., Iooss G. (2010). *Local bifurcations, center manifolds, and normal forms in infinite-dimensional dynamical systems*. Springer Science & Business Media, 329 p.
35. Berezovskaya, F.S., Novozhilov A.S., Karev G.P. (2008). Families of traveling impulses and fronts in some models with cross-diffusion. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, vol. 9, No. 5, pp. 1866-1881.
36. Li C., Wang X., Shao Y. (2014). Steady states of a predator-prey model with prey-taxis. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications*, vol. 97, pp. 155-168.
37. Yudovich V.I. (1998). Cycle-creating bifurcation from a family of equilibria of a dynamical system and its delay. *J. Appl. Math. Mech.*, vol. 62, No. 1, pp. 19-29.
38. Yudovich V. (1997). The dynamics of vibrations in systems with constraints. *Doklady Physics*, vol. 42, pp. 322-325.
39. Vladimirov V. (2005). On vibrodynamics of pendulum and submerged solid. *J. of Math. Fluid Mech.*, vol. 7, No. S3, pp. S397-S412.
40. Vladimirov V. (2017). Two-Timing Hypothesis, Distinguished Limits, Drifts, and Pseudo-Diffusion for Oscillating Flows. *Studies in Appl. Math.*, vol. 138, No. 3, pp. 269-293.
41. Morshneva I., Yudovich V. (1985). Bifurcation of cycles from equilibria of inversion and rotation-symmetric dynamical systems. *Sib. Math. J.*, vol. 26, No. 1, pp. 97-104.

УДК 514.76

doi 10.18522/1026-2237-2020-4-49-54

ТОЖДЕСТВА ТЕНЗОРА РИМАНОВОЙ КРИВИЗНЫ ПОЧТИ $C(\lambda)$ -МНОГООБРАЗИЙ

© 2020 г. А.Р. Рустанов¹, Е.А. Польшкина², С.В. Харитонов³¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Россия,²Московский педагогический государственный университет, Москва, Россия,³Оренбургский государственный университет, Оренбург, Россия

IDENTITIES OF THE RIEMANNIAN CURVATURE TENSOR OF ALMOST $C(\lambda)$ -MANIFOLDS

A.R. Rustanov¹, E.A. Polkina², S.V. Kharitonova³¹National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia,²Moscow Pedagogical State University, Moscow, Russia,³Orenburg State University, Orenburg, Russia

Рустанов Алигаджи Рабаданович – кандидат физико-математических наук, старший преподаватель, кафедры прикладной математики, Институт фундаментального образования, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Ярославское шоссе, 26, г. Москва, 129337, Россия, e-mail: aligadzhi@yandex.ru

Aligadzhi R. Rustanov - Candidate of Physics and Mathematics, Senior Lecturer, Department of Applied Mathematics, Institute of Fundamental Education, National Research Moscow State University of Civil Engineering, Yaroslavskoe Highway, 26, Moscow, 129337, Russia, e-mail: aligadzhi@yandex.ru

Польшкина Елена Александровна – кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра теоретической физики имени Э.В. Шпольского, Институт физики, технологии и информационных систем, Московский педагогический государственный университет, ул. Малая Пироговская, 29/7, стр. 1, г. Москва, 119435, Россия, e-mail: Polkina.ea@mail.ru

Elena A. Polkina - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Shpolsky Department of Theoretical Physics, Institute of Physics, Technology and Information Systems, Moscow Pedagogical State University, Malaya Pirogovskaya St., 29/7, Build. 1, Moscow, 119435, Russia, e-mail: Polkina.ea@mail.ru

Харитонов³ Светлана Владимировна – кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра геометрии и компьютерных наук, Оренбургский государственный университет, пр. Победы, 13, г. Оренбург, 460018, Россия, e-mail: hcb@yandex.ru

Svetlana V. Kharitonova - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Department of Geometry and Computer Science, Orenburg State University, Pobedy Ave, 13, Orenburg, 460018, Russia, e-mail: hcb@yandex.ru

Изучается геометрия тензора римановой кривизны почти $C(\lambda)$ -многообразия. Для почти $C(\lambda)$ -многообразий получены несколько тождеств тензора римановой кривизны. Из них выделены четыре дополнительных тождества, на основе которых определяются четыре класса почти $C(\lambda)$ -многообразий. Получена локальная классификация каждого из выделенных классов почти $C(\lambda)$ -многообразий. Доказано, что множество почти $C(\lambda)$ -многообразий класса \mathcal{R}_1 совпадает с множеством почти $C(\lambda)$ -многообразий класса \mathcal{R}_2 ; множество почти $C(\lambda)$ -многообразий класса \mathcal{R}_3 совпадает с множеством почти $C(\lambda)$ -многообразий класса \mathcal{R}_4 ; почти $C(\lambda)$ -многообразия размерностью больше 3 является многообразием класса \mathcal{R}_4 тогда и только тогда, когда оно является косимплектическим многообразием, т.е. когда оно локально эквивалентно произведению кэлерова многообразия на вещественную прямую.

Ключевые слова: почти $C(\lambda)$ -многообразие, косимплектическое многообразие, многообразие класса \mathcal{R}_i , тензор римановой кривизны.

The geometry of the Riemannian curvature tensor of an almost $C(\lambda)$ -manifold is studied. We have obtained several identities of the Riemannian curvature tensor of almost $C(\lambda)$ -manifolds. Four additional identities are distinguished from these identities, on the basis of which four classes of almost $C(\lambda)$ -manifolds are determined. A local classification of each of the distinguished classes of almost $C(\lambda)$ -manifolds is obtained. It is proved that the set of almost $C(\lambda)$ -manifolds of class \mathcal{R}_1 coincides with the set of almost $C(\lambda)$ -manifolds of class \mathcal{R}_2 , and it is also proved that the set of almost $C(\lambda)$ -manifolds of class \mathcal{R}_3 coincides with the set of almost $C(\lambda)$ -manifolds of class \mathcal{R}_4 . We have found that an almost $C(\lambda)$ -manifold, dimension greater than 3, is a manifold of class \mathcal{R}_4 if and only if it is a cosymplectic manifold, i.e. when it is locally equivalent to the product of the Kähler manifold and the real line.

Keywords: almost $C(\lambda)$ -manifolds, cosymplectic manifolds, \mathcal{R}_1 -manifolds, Riemannian curvature tensor.

Введение

Понятие почти $C(\lambda)$ -многообразий введено Д. Янссеном и Л. Ванхекке [1]. З. Ольчек и Р. Роска [2] исследовали такие многообразия. В их работе почти $C(\lambda)$ -многообразия появляются как подкласс локально конформно почти косимплектических многообразий. В [3] получено необходимое и достаточное условие того, что почти контактное метрическое многообразие является почти $C(\lambda)$ -многообразием. Доказано, что конформно плоское почти $C(\lambda)$ -многообразие является многообразием постоянной кривизны λ . В [4] выделены два подкласса почти $C(\lambda)$ -многообразий и изучено их локальное строение. Исследованием почти $C(\lambda)$ -многообразий занимались А. Акбар и А. Саркар [5], А. Ашока и С.С. Багевади [6] и др.

В определенном смысле данная статья является продолжением работы [4]. Изучается геометрия тензора римановой кривизны почти $C(\lambda)$ -многообразий. На основе дополнительных тождеств тензора римановой кривизны почти $C(\lambda)$ -многообразий выделено 4 класса и дана их локальная классификация.

Пусть M^{2n+1} – гладкое многообразие размерности $2n+1$; $\mathcal{X}(M)$ – $C^\infty(M)$ -модуль гладких векторных полей на M ; d – оператор внешнего дифференцирования; знаком « \circ » будем обозначать композицию тензоров; « \otimes » – тензорное произведение. Все многообразия, тензорные поля и т.п. объекты предполагаются гладкими класса C^∞ .

Определение 1 [7, 8]. Почти контактной метрической структурой на многообразии M называется совокупность (η, ξ, Φ, g) тензорных полей на этом многообразии; η – дифференциальная 1-форма, называемая контактной формой структуры; ξ – векторное поле, называемое характеристическим; Φ – эндоморфизм модуля $\mathcal{X}(M)$, называемый структурным эндоморфизмом; $g = \langle \cdot, \cdot \rangle$ – риманова структура. При этом данные тензорные поля удовлетворяют условиям:

$$1) \eta(\xi) = 1; \quad 2) \eta \circ \Phi = 0; \quad (1)$$

$$3) \Phi(\xi) = 0; \quad 4) \Phi^2 = -id + \eta \otimes \xi;$$

$$5) \langle \Phi X, \Phi Y \rangle = \langle X, Y \rangle - \eta(X)\eta(Y), \quad X, Y \in \mathcal{X}(M).$$

Многообразие с заданной на нем почти контактной метрической структурой называется почти контактным метрическим многообразием. Будем для краткости называть его AC -многообразием.

Исследование производится с помощью метода присоединенной G -структуры. Подробное описание её построения для почти контактного метрического многообразия проведено в работах [7–10].

Пространство присоединенной G -структуры состоит из комплексных реперов, каждый из которых называется A -репером [9, 10]. Матрицы компонент тензоров Φ_p и g_p (p – произвольная точка многообразия M) в A -репере имеют вид

$$(\Phi_j^i) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{-1}I_n & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{-1}I_n \end{pmatrix},$$

$$(g_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_n \\ 0 & I_n & 0 \end{pmatrix},$$

где I_n – единичная матрица порядка n .

Используемые в данной работе индексы i, j, k, \dots принимают значения от 0 до $2n$, a, b, c, d, f, g, \dots – от 1 до n . Будем считать, что $\hat{a} = a + n$, $\hat{\hat{a}} = a$, $\hat{0} = 0$.

Почти $C(\lambda)$ -многообразия

Рассмотрим AC -многообразие $\{M^{2n+1}, \eta, \xi, \Phi, g\}$.

Определение 2 [1, 2]. Почти контактное метрическое многообразие называется почти $C(\lambda)$ -многообразием, если его тензор римановой кривизны удовлетворяет соотношению

$$\langle R(Z, W)Y, X \rangle = \langle R(\Phi Z, \Phi W)Y, X \rangle - \lambda \{g(X, W)g(Y, Z) - g(X, Z)g(Y, W) - g(X, \Phi W)g(Y, \Phi Z) + g(X, \Phi Z)g(Y, \Phi W)\},$$

где $X, Y, Z, W \in \mathcal{X}(M)$, λ – вещественное число.

Определение 3 [1, 2]. Нормальное почти $C(\lambda)$ -многообразие называется $C(\lambda)$ -многообразием.

В дальнейшем нам понадобятся

Теорема 1 [3]. АС-многообразие является почти $C(\lambda)$ -многообразием тогда и только тогда, когда компоненты его тензора римановой кривизны на пространстве присоединённой G -структуры удовлетворяют соотношениям $R_{bcd}^a = \lambda \delta_{cd}^{ab}$,

$R_{0bo}^a = \lambda \delta_b^a$, R_{bcd}^a – любое, в силу тождества Риччи удовлетворяющее тождеству

$$R_{bcd}^a - R_{cbd}^a = -\lambda \delta_{bc}^{ad}, \quad (2)$$

где λ – вещественное число, $\delta_{cd}^{ab} = \delta_c^a \delta_d^b - \delta_d^a \delta_c^b$, а остальные компоненты получаются из приведенных выше в силу свойств симметрии тензора кривизны или равны нулю.

Из теоремы 1 следует, что R_{0bo}^a , R_{bcd}^a , R_{bcd}^a – ненулевые существенные компоненты тензора римановой кривизны почти $C(\lambda)$ -многообразия. Остальные выражаются через них в силу свойств симметрии тензора римановой кривизны или равны нулю. Ненулевые существенные компоненты являются основными инвариантами почти $C(\lambda)$ -многообразий. Исследуем геометрический смысл обращения в нуль этих инвариантов.

В работе [3] выделены классы CR_1 , CR_2 и CR_3 почти $C(\lambda)$ -многообразий, полученные на основе тождеств, аналогичных тождествам А. Грея [11] для почти эрмитовых структур. В [4] получены тождества, характеризующие классы CR_1 и CR_2 почти $C(\lambda)$ -многообразий. Заметим, что последние классы отличаются от классов аналогов А. Грея, и во избежание путаницы назовём их \mathcal{R}_i соответственно. Рассмотрим ещё некоторые тождества, которым удовлетворяет тензор римановой кривизны почти $C(\lambda)$ -многообразий, и упростим тождество, характеризующее класс \mathcal{R}_2 почти $C(\lambda)$ -многообразий.

Применяя процедуру восстановления тождества, подробно описанную в [9, 10], к равенствам $R_{00b}^0 = -\lambda \delta_b^0 = 0$, $R_{00b}^a = -\lambda \delta_b^a$, $R_{00b}^{\hat{a}} = -\lambda \delta_b^{\hat{a}} = 0$, получим [4]

$$R(\xi, X)\xi = -\lambda \Phi^2 X, \quad \forall X \in \mathcal{X}(M). \quad (3)$$

Определение 4 [4]. Почти $C(\lambda)$ -многообразие назовем многообразием класса \mathcal{R}_1 , если его тензор римановой кривизны удовлетворяет тождеству $R(\xi, X)\xi = 0, \forall X \in \mathcal{X}(M)$.

Для почти $C(\lambda)$ -многообразия класса \mathcal{R}_1 имеет место

Теорема 2 [4]. Почти $C(\lambda)$ -многообразие является многообразием класса \mathcal{R}_1 тогда и только тогда, когда оно косимплектическое, т.е. когда оно локально эквивалентно произведению кэлерова многообразия на вещественную прямую.

Применяя процедуру восстановления тождества к равенствам $R_{0ab}^i = 0$, получим

$$R(\Phi^2 X, \Phi^2 Y)\xi - R(\Phi X, \Phi Y)\xi = 0, \quad (4)$$

$\forall X, Y \in \mathcal{X}(M)$.

Если применить процедуру восстановления тождества к равенствам $R_{0ab}^i = 0$, то получим

$$R(\Phi^2 X, \Phi^2 Y)\xi + R(\Phi X, \Phi Y)\xi = 0, \quad (5)$$

$\forall X, Y \in \mathcal{X}(M)$.

Из (4) и (5) имеем:

$$1) R(\Phi^2 X, \Phi^2 Y)\xi = 0; \quad 2) R(\Phi X, \Phi Y)\xi = 0, \quad (6)$$

$\forall X, Y \in \mathcal{X}(M)$.

С учетом (1:4) и (3) равенство (6:1) можно записать в виде

$$R(X, Y)\xi = \lambda \{ \eta(Y)\Phi^2 X - \eta(X)\Phi^2 Y \},$$

$\forall X, Y \in \mathcal{X}(M)$.

Применяя процедуру восстановления тождества к равенствам $R_{a0b}^0 = 0, R_{a0b}^c = 0, R_{a0b}^{\hat{c}} = 0$, получим

$$R(\xi, \Phi^2 X)\Phi^2 Y - R(\xi, \Phi X)\Phi Y = 0, \quad (7)$$

$\forall X, Y \in \mathcal{X}(M)$.

Рассмотрим равенства

$$R_{a0b}^0 = \lambda \delta_a^b \xi^0, \quad R_{a0b}^c = \lambda \delta_a^b \xi^c = 0,$$

$$R_{a0b}^{\hat{c}} = \lambda \delta_a^b \xi^{\hat{c}} = 0, \text{ т.е. } R_{a0b}^i = \lambda \delta_a^b \xi^i.$$

Применим к ним процедуру восстановления тождества. Имеем

$$R(\xi, \Phi^2 X)\Phi^2 Y + R(\xi, \Phi X)\Phi Y = 2\lambda \langle \Phi X, \Phi Y \rangle \xi,$$

$\forall X, Y \in \mathcal{X}(M)$.

С учетом (7) из последнего равенства следует:

$$1) R(\xi, \Phi^2 X)\Phi^2 Y = \lambda \langle \Phi X, \Phi Y \rangle \xi; \quad (8)$$

$$2) R(\xi, \Phi X)\Phi Y = \lambda \langle \Phi X, \Phi Y \rangle \xi, \quad \forall X, Y \in \mathcal{X}(M).$$

Равенство (8:1) с учётом (1:4) и (3) примет вид

$$R(\xi, X)Y = \lambda \langle \Phi X, \Phi Y \rangle \xi - \lambda \eta(Y)\Phi^2 X, \quad (9)$$

$\forall X, Y \in \mathcal{X}(M)$.

Определение 5. Будем называть почти $C(\lambda)$ -многообразием многообразием класса \mathcal{R}_2 , если для его тензора римановой кривизны выполняется тождество $R(\xi, X)Y = 0, \forall X, Y \in \mathcal{X}(M)$.

Теорема 3. Почти $C(\lambda)$ -многообразие принадлежит классу \mathcal{R}_2 тогда и только тогда, когда $R_{a0b}^0 = 0$ на пространстве присоединённой G -структуры.

Доказательство. Рассмотрим почти $C(\lambda)$ -многообразие класса \mathcal{R}_2 . Согласно определению 5 справедливо тождество $R(\xi, X)Y = 0, \forall X, Y \in \mathcal{X}(M)$. На пространстве присоединённой G -структуры оно примет вид $R_{i0j}^0 Y^i X^j \xi + R_{i0j}^c Y^i X^j \varepsilon_c + R_{i0j}^{\hat{c}} Y^i X^j \varepsilon_{\hat{c}} = 0$. С учётом теоремы 1 и вида матрицы структурного эндоморфизма из последнего тождества получим $R_{a0b}^0 \xi + R_{b0a}^0 \xi = 0$, т.е. $R_{a0b}^0 = 0$.

Обратно, рассмотрим почти $C(\lambda)$ -многообразие, для которого $R_{a0b}^0 = 0$. Так как для почти $C(\lambda)$ -многообразия всегда $R_{a0b}^c = 0$ и $R_{a0b}^{\hat{c}} = 0$, то, обобщая, можно записать $R_{a0b}^i = 0$. Если применить проце-

дуру восстановления тождества к последнему равенству, получим $R(\xi, X)Y = 0, \forall X, Y \in \mathcal{X}(M)$.

Теорема 4. Классы \mathcal{R}_1 и \mathcal{R}_2 совпадают для почти $C(\lambda)$ -многообразий.

Доказательство. Рассмотрим почти $C(\lambda)$ -многообразие M класса \mathcal{R}_1 . Для M на пространстве присоединенной G -структуры $R_{00b}^a = 0$ [4]. Поскольку тензор римановой кривизны кососимметричен по первым двум индексам, то $R_{a0b}^0 = -R_{00b}^a = 0$, по теореме 3 M принадлежит классу \mathcal{R}_2 .

Обратно, рассмотрим почти $C(\lambda)$ -многообразие M класса \mathcal{R}_2 . Тогда по теореме 3 $R_{a0b}^0 = 0$. В силу свойств симметрии тензора римановой кривизны $R_{00a}^b = -R_{b0a}^0 = -R_{a0b}^0 = 0$. Поскольку для почти $C(\lambda)$ -многообразия $R_{00a}^b = 0, R_{00a}^0 = 0$, то $R_{i0a}^i = 0$. Применяя процедуру восстановления тождества к этим равенствам, получим $R(\xi, X)\xi = 0, \forall X \in \mathcal{X}(M)$, т.е. многообразие является многообразием класса \mathcal{R}_1 .

Замечание. В силу теоремы 4 для почти $C(\lambda)$ -многообразия класса \mathcal{R}_2 справедлив аналог теоремы 2.

Применяя процедуру восстановления тождества к равенствам $R_{abc}^0 = 0, R_{abc}^d = 0, R_{abc}^{\hat{a}} = 0$, получим $R(\Phi^2 X, \Phi^2 Y)\Phi^2 Z - R(\Phi^2 X, \Phi Y)\Phi Z - R(\Phi X, \Phi^2 Y)\Phi Z - R(\Phi X, \Phi Y)\Phi^2 Z = 0, \quad (10)$
 $X, Y, Z \in \mathcal{X}(M)$.

Рассмотрим равенство (2), т.е. $R_{bc\hat{a}}^a - R_{cb\hat{a}}^a = -\lambda\delta_{bc}^{ad} = \lambda(\delta_c^a \delta_b^d - \delta_b^a \delta_c^d)$. Поскольку $R_{bc\hat{a}}^{\hat{a}} - R_{cb\hat{a}}^{\hat{a}} = -\lambda\delta_{bc}^{\hat{a}\hat{a}} = \lambda(\delta_c^{\hat{a}} \delta_b^{\hat{a}} - \delta_b^{\hat{a}} \delta_c^{\hat{a}}) = 0, R_{bc\hat{a}}^0 - R_{cb\hat{a}}^0 = -\lambda\delta_{bc}^{00} = \lambda(\delta_c^0 \delta_b^0 - \delta_b^0 \delta_c^0) = 0$, то $R_{bc\hat{a}}^i - R_{cb\hat{a}}^i = \lambda(\delta_c^i \delta_b^{\hat{a}} - \delta_b^i \delta_c^{\hat{a}})$, т.е. $R(\varepsilon_c, \varepsilon_{\hat{a}})\varepsilon_b - R(\varepsilon_b, \varepsilon_{\hat{a}})\varepsilon_c = \lambda\{\langle \varepsilon_b, \varepsilon_{\hat{a}} \rangle \varepsilon_c - \langle \varepsilon_c, \varepsilon_{\hat{a}} \rangle \varepsilon_b\}$. Так как $\{\varepsilon_a\}$ и $\{\varepsilon_{\hat{a}}\}$ – базисы подпространств $D_{\Phi}^{\sqrt{-1}}$ и $D_{\Phi}^{-\sqrt{-1}}$ соответственно, а проекторами $\mathcal{X}(M)$ на подпространства $D_{\Phi}^{\sqrt{-1}}$ и $D_{\Phi}^{-\sqrt{-1}}$ являются эндоморфизмы $\pi = \sigma \circ l = -\frac{1}{2}(\Phi^2 + \sqrt{-1}\Phi)$ и $\bar{\pi} = \bar{\sigma} \circ l = \frac{1}{2}(-\Phi^2 + \sqrt{-1}\Phi)$ [8, 9], то $R(\Phi^2 X + \sqrt{-1}\Phi X, -\Phi^2 Y + \sqrt{-1}\Phi Y)(\Phi^2 Z + \sqrt{-1}\Phi Z) - R(\Phi^2 Z + \sqrt{-1}\Phi Z, -\Phi^2 Y + \sqrt{-1}\Phi Y)(\Phi^2 X + \sqrt{-1}\Phi X) = \lambda\{(\Phi^2 X + \sqrt{-1}\Phi X)(\Phi^2 Z + \sqrt{-1}\Phi Z, -\Phi^2 Y + \sqrt{-1}\Phi Y) - (\Phi^2 Z + \sqrt{-1}\Phi Z)(\Phi^2 X + \sqrt{-1}\Phi X, -\Phi^2 Y + \sqrt{-1}\Phi Y)\}, \forall X, Y, Z \in \mathcal{X}(M)$.

Выделяя действительную и мнимую части из последнего равенства, получим тождества, эквивалентные тождеству:

$$\begin{aligned} & -R(\Phi^2 X, \Phi^2 Y)\Phi^2 Z - R(\Phi^2 X, \Phi Y)\Phi Z + \\ & + R(\Phi X, \Phi^2 Y)\Phi Z - R(\Phi X, \Phi Y)\Phi^2 Z + \\ & + R(\Phi^2 Z, \Phi^2 Y)\Phi^2 X + R(\Phi^2 Z, \Phi Y)\Phi X - \\ & - R(\Phi Z, \Phi^2 Y)\Phi X + R(\Phi Z, \Phi Y)\Phi^2 X = \\ & = \lambda\{-\Phi^2 X\langle \Phi^2 Z, \Phi^2 Y \rangle - \Phi^2 X\langle \Phi Z, \Phi Y \rangle - \\ & - \Phi X\langle \Phi^2 Z, \Phi Y \rangle + \Phi X\langle \Phi Z, \Phi^2 Y \rangle + \Phi^2 Z\langle \Phi^2 X, \Phi^2 Y \rangle + \\ & + \Phi^2 Z\langle \Phi X, \Phi Y \rangle + \Phi Z\langle \Phi^2 X, \Phi Y \rangle - \\ & - \Phi Z\langle \Phi X, \Phi^2 Y \rangle\}; \forall X, Y, Z \in \mathcal{X}(M). \end{aligned}$$

С учетом (10) его можно переписать в виде $R(\Phi^2 X, \Phi^2 Y)\Phi^2 Z - R(\Phi X, \Phi^2 Y)\Phi Z - R(\Phi^2 Z, \Phi^2 Y)\Phi^2 X + R(\Phi Z, \Phi^2 Y)\Phi X = \lambda\{\Phi^2 X\langle \Phi^2 Z, \Phi^2 Y \rangle - \Phi X\langle \Phi Z, \Phi^2 Y \rangle - \Phi^2 Z\langle \Phi^2 X, \Phi^2 Y \rangle + \Phi Z\langle \Phi X, \Phi^2 Y \rangle\}, \quad (11)$
 $\forall X, Y, Z \in \mathcal{X}(M)$.

Определение 6. Будем называть почти $C(\lambda)$ -многообразие многообразием класса \mathcal{R}_3 , если для его тензора римановой кривизны верно тождество $R(\Phi^2 X, \Phi^2 Y)\Phi^2 Z - R(\Phi X, \Phi^2 Y)\Phi Z = R(\Phi^2 Z, \Phi^2 Y)\Phi^2 X - R(\Phi Z, \Phi^2 Y)\Phi X, \quad (12)$
 $\forall X, Y, Z \in \mathcal{X}(M)$.

Теорема 5. Почти $C(\lambda)$ -многообразие принадлежит классу \mathcal{R}_3 тогда и только тогда, когда $R_{bc\hat{a}}^a - R_{cb\hat{a}}^a = 0$ на пространстве присоединенной G -структуры.

Доказательство. Рассмотрим почти $C(\lambda)$ -многообразие класса \mathcal{R}_3 . По определению 6 для такого многообразия верно тождество (12). Последнее на пространстве присоединенной G -структуры примет вид

$$\begin{aligned} & (R_{ijk}^0 \Phi_l^i \Phi_s^l Z^s \Phi_t^j \Phi_m^t X^m \Phi_r^k \Phi_n^r Y^n - \\ & - R_{ijk}^0 \Phi_s^i Z^s \Phi_m^j X^m \Phi_r^k \Phi_n^r Y^n - \\ & - R_{ijk}^0 \Phi_l^i \Phi_s^l X^s \Phi_t^j \Phi_m^t Z^m \Phi_r^k \Phi_n^r Y^n + \\ & + R_{ijk}^0 \Phi_s^i X^s \Phi_m^j Z^m \Phi_r^k \Phi_n^r Y^n)\xi + \\ & + (R_{ijk}^a \Phi_l^i \Phi_s^l Z^s \Phi_t^j \Phi_m^t X^m \Phi_r^k \Phi_n^r Y^n - \\ & - R_{ijk}^a \Phi_s^i Z^s \Phi_m^j X^m \Phi_r^k \Phi_n^r Y^n - \\ & - R_{ijk}^a \Phi_l^i \Phi_s^l X^s \Phi_t^j \Phi_m^t Z^m \Phi_r^k \Phi_n^r Y^n + \\ & + R_{ijk}^a \Phi_s^i X^s \Phi_m^j Z^m \Phi_r^k \Phi_n^r Y^n)\varepsilon_a + \\ & + (R_{ijk}^{\hat{a}} \Phi_l^i \Phi_s^l Z^s \Phi_t^j \Phi_m^t X^m \Phi_r^k \Phi_n^r Y^n - \\ & - R_{ijk}^{\hat{a}} \Phi_s^i Z^s \Phi_m^j X^m \Phi_r^k \Phi_n^r Y^n - \\ & - R_{ijk}^{\hat{a}} \Phi_l^i \Phi_s^l X^s \Phi_t^j \Phi_m^t Z^m \Phi_r^k \Phi_n^r Y^n + \\ & + R_{ijk}^{\hat{a}} \Phi_s^i X^s \Phi_m^j Z^m \Phi_r^k \Phi_n^r Y^n)\varepsilon_{\hat{a}} = 0. \end{aligned}$$

Учитывая теорему 1 и вид матрицы структурного эндоморфизма, получим

$$\begin{aligned} & -2(R_{bc\hat{a}}^a - R_{cb\hat{a}}^a)Z^bX^cY^d\varepsilon_a - \\ & -2(R_{\hat{b}cd}^a - R_{\hat{c}bd}^a)Z^{\hat{b}}X^cY^d\varepsilon_{\hat{a}} = 0, \end{aligned}$$

т.е. $R_{bc\hat{a}}^a - R_{cb\hat{a}}^a = 0$ и $R_{\hat{b}cd}^a - R_{\hat{c}bd}^a = 0$.

Обратно, рассмотрим почти $C(\lambda)$ -многообразие, для которого $R_{bc\hat{a}}^a - R_{cb\hat{a}}^a = 0$. Как показано выше, $R_{bc\hat{a}}^a - R_{cb\hat{a}}^a = 0$, $R_{bc\hat{a}}^0 - R_{cb\hat{a}}^0 = 0$ для почти $C(\lambda)$ -многообразия. Следовательно, можно рассмотреть равенства $R_{bc\hat{a}}^i - R_{cb\hat{a}}^i = 0$ и применить к ним процедуру восстановления тождества. С учетом (10) получим тождество (12).

В заключение рассмотрим равенства $R_{bcd}^a = \lambda\delta_{cd}^{ab}$, $R_{bcd}^{\hat{a}} = 0$, $R_{bcd}^0 = 0$, справедливые для почти $C(\lambda)$ -многообразия. К $R_{bcd}^i = \lambda\delta_{cd}^{ib}$ применим процедуру восстановления тождества. С учетом (10) получим

$$\begin{aligned} & R(\Phi^2X, \Phi^2Y)\Phi^2Z + R(\Phi^2X, \Phi Y)\Phi Z + \\ & + R(\Phi X, \Phi^2Y)\Phi Z - R(\Phi X, \Phi Y)\Phi^2Z = \\ & = 2\lambda\{\Phi^2X\langle\Phi Y, \Phi Z\rangle - \Phi X\langle\Phi Y, \Phi^2Z\rangle - \\ & - \Phi^2Y\langle\Phi X, \Phi Z\rangle + \Phi Y\langle\Phi X, \Phi^2Z\rangle\}, \end{aligned}$$

$\forall X, Y, Z \in \mathcal{X}(M)$.

Последнее тождество с учетом (10) запишется в виде

$$\begin{aligned} & R(\Phi^2X, \Phi^2Y)\Phi^2Z - R(\Phi X, \Phi Y)\Phi^2Z = \\ & = \lambda\{\Phi^2X\langle\Phi Y, \Phi Z\rangle - \Phi X\langle Y, \Phi Z\rangle - \\ & - \Phi^2Y\langle\Phi X, \Phi Z\rangle + \Phi Y\langle X, \Phi Z\rangle\}, \end{aligned} \quad (13)$$

$\forall X, Y, Z \in \mathcal{X}(M)$.

Определение 7. Будем называть почти $C(\lambda)$ -многообразие многообразием класса \mathcal{R}_4 , если для его тензора римановой кривизны верно тождество $R(\Phi^2X, \Phi^2Y)\Phi^2Z - R(\Phi X, \Phi Y)\Phi^2Z = 0$, $\forall X, Y, Z \in \mathcal{X}(M)$.

Теорема 6. Почти $C(\lambda)$ -многообразие принадлежит классу \mathcal{R}_4 тогда и только тогда, когда $R_{bcd}^a = 0$ на пространстве присоединенной G -структуры.

Данная теорема доказывается аналогично теореме 5.

Теорема 7. Классы \mathcal{R}_3 и \mathcal{R}_4 совпадают для почти $C(\lambda)$ -многообразий.

Доказательство. Рассмотрим почти $C(\lambda)$ -многообразие класса \mathcal{R}_3 . По теореме 5 для него $R_{bc\hat{a}}^a - R_{cb\hat{a}}^a = 0$. Это равенство в силу свойств симметрии тензора римановой кривизны запишется в виде $R_{bc\hat{a}}^a + R_{c\hat{a}b}^a = -R_{\hat{a}bc}^a = 0$, т.е. $R_{\hat{a}bc}^a = 0$. Из теоремы 6 следует, что многообразие является почти $C(\lambda)$ -многообразием класса \mathcal{R}_4 .

Обратно, рассмотрим почти $C(\lambda)$ -многообразие класса \mathcal{R}_4 . Тогда в силу теоремы 6 и свойств тензора римановой кривизны

$$R_{bc\hat{a}}^a - R_{cb\hat{a}}^a = R_{bc\hat{a}}^a + R_{c\hat{a}b}^a = -R_{\hat{a}bc}^a = 0, \text{ т.е.}$$

$R_{bc\hat{a}}^a - R_{cb\hat{a}}^a = 0$. Следовательно, согласно теореме 5 данное почти $C(\lambda)$ -многообразие является многообразием класса \mathcal{R}_3 .

Теорема 8. Почти $C(\lambda)$ -многообразие размерностью больше 3 принадлежит классу \mathcal{R}_4 тогда и только тогда, когда оно является косимплектическим, т.е. когда оно локально эквивалентно произведению кэлерова многообразия на вещественную прямую. Если многообразие односвязно, то указанные локальные эквивалентности можно выбрать глобальными.

Литература

1. Janssen D., Vanhecke L. Almost contact structures and curvature tensors // Kodai Math. J. 1981. Vol. 4. P. 1–27.
2. Olszak Z., Rosca R. Normal locally conformal almost cosymplectic manifolds // Publ. Math. Debrecen. 1991. Vol. 39. P. 315–323.
3. Харитоновна С.В. Почти $C(\lambda)$ -многообразия // Фундаментальная и прикладная математика. 2010. Т. 16, вып. 2. С. 139–146.
4. Рустанов А.Р., Харитоновна С.В., Казакова О.Н. О двух классах почти $C(\lambda)$ -многообразий // Вестн. Оренбургского гос. ун-та. 2015. № 3. С. 228–231.
5. Akbar A., Sarkar A. On the Conharmonic and Con-circular curvature tensors of almost $C(\lambda)$ -Manifolds // International J. of Advanced Mathematical Sciences. 2013. Vol. 1(3). P. 134–138.
6. Ashoka S.R., Bagewadi C.S., Gurupadavva I. Curvature tensor of almost $C(\lambda)$ manifolds // Malaya J. of Matematik. 2014. Vol. 2 (1). P. 10–15.
7. Blair D.E. Contact manifolds in Riemannian geometry // Lecture Notes in Mathematics. 509. Berlin: Springer-Verlag, 1976. P. 1–146.
8. Кириченко В.Ф. Методы обобщенной эрмитовой геометрии в теории почти контактных многообразий. Итоги науки и техники. Проблемы геометрии. М.: ВИНТИ, 1986. Т. 18. С. 25–71.
9. Кириченко В.Ф., Рустанов А.Р. Дифференциальная геометрия квазисасакиевых многообразий // Мат. сб. 2002. Т. 193 (8). С. 71–100.
10. Кириченко В.Ф. Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях. 2-е изд., доп. Одесса: Печатный дом, 2013. 458 с.
11. Gray A. Curvature identities for Hermitian and almost Hermitian manifolds // Tobhoku Math. J. 1976. Vol. 28 (4). P. 601–812.

References

1. Janssen D., Vanhecke L. (1981). Almost contact structures and curvature tensors. *Kodai Math. J.*, vol. 4, pp. 1-27.
2. Olszak Z., Rosca R. (1991). Normal locally conformal almost cosymplectic manifolds. *Publ. Math. Debrecen*, vol. 39, pp. 315-323.
3. Kharitonova S. V. (2010). Almost $C(\lambda)$ -manifolds. *Fundamental'naya i prikladnaya matematika*, vol. 16, No. 2, pp. 139-146. (in Russian).
4. Rustanov A. R., Kharitonova S. V., Kazakova O. N. (2015). On two classes of almost $C(\lambda)$ -manifolds. *Vestnik Orenburgskogo gosudarstvennogo universiteta*, No 3, pp. 228-231. (in Russian).
5. Akbar A., Sarkar A. (2013). On the Conharmonic and Concircular curvature tensors of almost $C(\lambda)$ -Manifolds. *International J. of Advanced Mathematical Sciences*, vol. 1 (3), pp. 134-138.
6. Ashoka S. R., Bagewadib S. C., Gurupadavva I. (2016). Curvature tensor of almost $C(\lambda)$ manifolds. *Malaya J. Mat.*, vol. 2(1), pp. 10-15.
7. Blair D.E. (1976). Contact manifolds in Riemannian geometry. *Lecture Notes in Mathematics*, 509, Berlin, Springer-Verlag, pp. 1-146.
8. Kirichenko V. F. (1986). Methods of generalized Hermitian geometry in the theory of almost contact manifolds. *Results of science and technology. Problems of geometry*. Moscow, VINITI Press, vol. 18, pp. 25-71. (in Russian).
9. Kirichenko V. F., Rustanov A. R. (2002). Differential geometry of quasi-Sasakian manifolds. *Sbornik: Mathematics*, vol. 193 (8), pp. 1173-1201.
10. Kirichenko V. F. (2013). *Differential geometric structures on manifolds*. 2nd ed. Odessa, Printing House, 458 p. (in Russian).
11. Gray A. (1976). Curvature identities for Hermitian and almost Hermitian manifolds. *Tobhoku Math. J.*, vol. 28 (4), pp. 601-812.

Поступила в редакцию / Received

28 мая 2020 г. / May 28, 2020

УДК 517.983

doi 10.18522/1026-2237-2020-4-55-60

**О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА КОЛЛОКАЦИИ
В ПРОСТРАНСТВАХ p -СУММИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ
К ИНТЕГРАЛЬНОМУ УРАВНЕНИЮ ФРЕДГОЛЬМА ВТОРОГО РОДА**

© 2020 г. А.П. Чеголин¹

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

**ON THE APPLICATION OF THE COLLOCATION
METHOD IN SPACES OF p -SUMMABLE FUNCTIONS
TO THE FREDHOLM INTEGRAL EQUATION OF THE SECOND KIND**

A.P. Chegolin¹

¹Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Чеголин Андрей Петрович – кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра дифференциальных и интегральных уравнений, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: apchegolin@mail.ru

Andrei P. Chegolin - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Department of Differential and Integral Equation, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: apchegolin@mail.ru

Данная работа посвящена исследованию численного решения методом сплайн-коллокации уравнения Фредгольма второго рода. Для численных решений таких задач классический метод коллокации, использующий многочлены, в пространствах p -суммируемых функций не всегда реализуем, и даже в случае его реализации не всегда можно получить характеристики и оценки погрешностей таких приближений. В последнее время на практике аппроксимации строятся за счет конечно-разностных методов. Цель этого исследования – получение оценок погрешности полученного приближенного решения в указанных выше пространствах. Кроме того, получено несколько утверждений о поточечной оценке этой погрешности в коллокационных узлах в терминах нормы ядра в специально построенных пространствах функций, суммируемых по второй переменной. Для получения основных результатов применяются коллокационные сплайны третьего порядка, а также интегральные и усредненные модули гладкости. При этом полученные результаты могут быть стать отправной точкой для работы с коллокационными сплайнами более высоких порядков. В случае третьего порядка получены точные константы, участвующие в оценках. Эти результаты могут быть распространены и на случай линейных, параболических коллокационных сплайнов, а также сплайнов порядка выше третьего.

Ключевые слова: уравнение Фредгольма второго рода, ядро оператора, p -суммируемые функции, коллокационный сплайн, узловая точка, усредненный модуль гладкости, функция ограниченной вариации.

This work is devoted to the study of the numerical solution by the spline collocation method of the Fredholm equation of the second kind. For numerical solutions of such problems, the classical collocation method using polynomials is not always realizable in spaces of p -summable functions for numerical solutions of such problems. It is not always possible to obtain characteristics and estimates of errors of such approximations even in the case of its implementation. In this regard, in recent years, in practice, approximations are built using finite-difference methods. The purpose of this study is to obtain estimates of the error of the obtained approximate solution in the spaces indicated above. In addition, several statements were obtained about a pointwise estimate of this error at collocation nodes in terms of the kernel norm in specially constructed spaces of functions summable over the second variable. To obtain the main results, third-order collocation splines are used, as well as integral and averaged modules of smoothness. In this case, the results obtained can become a starting point for working with collocation splines of higher orders. In the case of the third order, the exact constants involved in the estimates are obtained. These results can be extended to the case of linear, parabolic collocation splines, as well as splines of order higher than the third.

Keywords: Fredholm equation of the second kind, kernel of an operator, p -summable functions, collocation spline, nodal point, averaged module of smoothness, function of bounded variation.

Введение

В последнее время в вычислительной математике активно развивается направление, связанное с приближенными решениями дифференциальных и интегральных уравнений. Это связано с алгоритмизацией решения некоторых прикладных задач механики, аэродинамики, геофизики, электродинамики, теории волн на поверхности жидкостей, задач спектроскопии, кристаллографии, акустики, анализа и диагностики плазмы и т.д. Для численных решений таких задач классический метод коллокации предполагает аппроксимативные методы, использующие многочлены. Однако такой подход не всегда реализуем, и даже в случае его реализации не всегда можно получать характеристики и оценки погрешностей таких приближений. Это происходит, например, в пространствах p -суммируемых функций. В последнее время на практике аппроксимации строятся за счет конечно-разностных методов. В частности, это в основном заложено в современное программное обеспечение, занимающееся решением прикладных задач, сводящихся к приближенному решению дифференциальных и интегральных уравнений. Такие методы в последнее время также активно используются при решении гиперсингулярных уравнений и в вопросах, связанных с применением гиперсингулярных интегралов [1–4].

Данная работа посвящена исследованию численного решения методом сплайн-коллокации уравнения Фредгольма второго рода

$$y(x) - \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)dt = f(x) \quad (1)$$

в случае его однозначной разрешимости. В отличие от классического метода он основывается на аппроксимации сплайнами. Сам такой подход к решению интегральных уравнений, в частности при рассмотрении уравнения Фредгольма второго рода, конечно же, не является новым [5, 6]. Известны и принципы составления алгоритмов на основании этого метода. Одним из преимуществ такого подхода оказывается простота, позволяющая легко работать с различными прикладными задачами на том же уровне, что и при использовании разностных схем. Однако в отличие от последних мы имеем возможность работать не только на сетке, но и во всей области допустимых значений данной задачи.

Цель этого исследования – получение оценок погрешности полученного приближенного решения в пространствах

$$L_p[a,b] = \left\{ f(x) : \int_a^b |f(x)|^p dx < \infty \right\}.$$

Кроме того, получено несколько утверждений о поточечной оценке этой погрешности в коллокационных узлах в терминах нормы ядра в специально построенных пространствах функций, суммируемых по второй переменной. Для получения основных результатов применяются коллокационные сплайны третьего порядка, а также интегральные и усредненные модули гладкости [7–10]. При этом полученные результаты могут стать отправной точкой для работы с коллокационными сплайнами более высоких порядков. В случае третьего порядка получены точные константы, участвующие в оценках. Третий порядок, в отличие от первого и второго, позволяет следить уже за некоторой закономерностью в получении этих констант. Принципиально же очевидно, что подобные результаты могут быть получены и в случае линейных, параболических коллокационных сплайнов, а также сплайнов порядка выше третьего.

Для подтверждения полученных результатов с помощью математического пакета Maple в некоторых примерах построены графики погрешностей решений рассматриваемого уравнения коллокационными сплайнами. Результаты оказались полностью соответствующими основным теоретическим результатам данной работы.

Предварительные результаты

Рассмотрим интегральное уравнение Фредгольма второго рода (1). Будем предполагать, что оно разрешимо однозначно. Например, пусть выполняются условия следующей теоремы.

Теорема 1 [9]. Если число λ не является характеристическим, то уравнение (1) имеет решение, причем оно определено однозначно.

Условие теоремы 1 является лишь достаточным, а не необходимым. В дальнейшем при формулировке всех утверждений будем предполагать, что уравнение (1) разрешимо однозначно, хотя это не означает, что обязательно выполнены условия именно теоремы 1.

Ограничимся случаем, когда $K(a,t) = K(b,t)$ и $f(a) = f(b)$. Рассмотрим приближенное решение

данного уравнения с помощью кубических коллокационных сплайнов

$$S_3(x) = \frac{n^3}{6} \sum_{k=-1}^{n+1} \sum_{i=0}^4 (-1)^i d_k C_4^i \cdot \left(x - (k+i-2) \frac{b-a}{n} \right)_{a+}^3, \quad (2)$$

$$\text{где } (\alpha)_{a+}^j = \begin{cases} \alpha^j, & \text{если } \alpha \geq a, \\ a^j, & \text{если } \alpha < a, \end{cases}$$

а коэффициенты d_k , $k = -1, 0, \dots, n+1$, определяются из условия коллокации в узловых точках

$$x_k = a + \frac{(b-a)k}{n}, \quad k = 0, \dots, n,$$

$$S_3(x_k) = f(x_k) + \lambda \int_a^b K(x_k, t) S_3(t) dt. \quad (3)$$

Краевые условия:

$$S_3'(a) = S_3'(b), \quad S_3''(a) = S_3''(b). \quad (4)$$

Так как функция является линейной относительно коэффициентов d_k , то в совокупности уравнения (3) и (4) образуют систему, состоящую из $n+3$ линейных уравнений относительно такого же количества неизвестных d_k .

Для уравнения Фредгольма второго рода хорошо известен алгоритм решения полученной системы методом сведения к системе с доминирующей главной диагональю. При этом уже в терминах найденных коэффициентов в пространствах $L_p[a, b]$ можно показать справедливость оценки нормы самого коллокационного сплайна:

$$\begin{aligned} \|S_3\|_{L_p[a, b]} &\leq \\ &\leq \frac{3^{\frac{2}{p}-1} (b-a)^{\frac{3}{p}} (6a^2n^2 + 5(b-a)^3)^{1-\frac{1}{p}} \left(\sum_{k=0}^n |d_k|^p \right)^{\frac{1}{p}}}{n^p}, \\ &1 \leq p \leq \infty. \end{aligned}$$

На основании этой оценки может быть получена еще более точная оценка в терминах ядра и правой части уравнения вида

$$\begin{aligned} \|S_3\|_{L_p[a, b]} &\leq \frac{3^{\frac{2}{p}-1} (b-a)^{\frac{3}{p}} (6a^2n^2 + 5(b-a)^3)^{1-\frac{1}{p}}}{n^p q (4(b-a)^2 - 6a^2n^2)} \times \\ &\times \left(\sum_{k=0}^n \left| f\left(a + \frac{k(b-a)}{n}\right) + \lambda \int_a^b K\left(a + \frac{k(b-a)}{n}, t\right) S_3(t) dt \right|^p \right)^{\frac{1}{p}}, \end{aligned}$$

$1 \leq p \leq \infty$, где константа q не зависит от p (оставаясь зависимой от a , b и n). Эти оценки не являются для нас самоцелью, они нужны для получения основных результатов. Наша цель – получить оценки для величины $\|y - S_3\|_{L_p[a, b]}$.

Оценки норм погрешности в терминах сплайнов, интерполирующих решение

Пусть $S_{3,y}(x)$ – сплайн вида (2), интерполирующий решение уравнения (1) и удовлетворяющий условиям (4). Его коэффициенты определяются из условий коллокации в интерполяционных узлах x_k :

$$S_{3,y}(x_k) = f(x_k) + \lambda \int_a^b K(x_k, t) y(t) dt, \quad k = 0, \dots, n,$$

и указанных краевых условий. Введём следующее пространство функций двух переменных:

$$\begin{aligned} CL_p[a, b] &= \\ &= \left\{ \varphi(x, t) : \|\varphi\|_{CL_p[a, b]} = \sup_{x \in [a, b]} \|\varphi(x, \bullet)\|_{L_p[a, b]} < \infty \right\}, \\ &1 \leq p < \infty. \end{aligned}$$

Справедлива.

Теорема 2. Пусть уравнение (1) разрешимо однозначно, $1 < p < \infty$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$,

$$K \in CL_1[a, b] \cap CL_q[a, b], \quad \|K\|_{CL_1[a, b]} < \frac{1}{M|\lambda|},$$

$$\text{где } M = \frac{6 \cdot 3^{\frac{2}{p}-1} (b-a)^{\frac{3}{p}-1} (6a^2n^2 + 5(b-a)^3)^{\frac{1}{q}}}{(1-q)(4(b-a)^2 - 6a^2n^2)}.$$

$$\text{Тогда } \|y - S_3\|_{L_p[a, b]} \leq$$

$$\leq \left(1 + \frac{|\lambda| \|K\|_{CL_q[a, b]}}{1 - M|\lambda| \|K\|_{CL_1[a, b]}} \right) \cdot \|y - S_{3,y}\|_{L_p[a, b]}.$$

Доказательство. В интерполяционных узлах справедливы равенства

$$\begin{aligned} S_{3,y}(x_k) &= f(x_k) + \lambda \int_a^b K(x_k, t) y(t) dt = \\ &= f(x_k) + \lambda \int_a^b K(x_k, t) S_{3,y}(t) dt + \\ &+ \lambda \int_a^b K(x_k, t) (y - S_{3,y}(t)) dt. \end{aligned}$$

При фиксированном $k = 0, \dots, n$ из полученного равенства вычтем (3):

$$S_{3,y}(x_k) - S_3(x_k) = \lambda \int_a^b K(x_k, t) (S_{3,y}(t) - S_3(t)) dt + \lambda \int_a^b K(x_k, t) (y - S_{3,y}(t)) dt.$$

Соответственно,

$$\begin{aligned} |S_{3,y}(x_k) - S_3(x_k)| &\leq \\ &\leq |\lambda| \cdot \|K\|_{CL_1[a,b]} \cdot \|S_{3,y} - S_3\|_{C[a,b]} + \\ &+ |\lambda| \cdot \|K\|_{CL_q[a,b]} \cdot \|y - S_{3,y}\|_{L_p[a,b]}. \end{aligned} \quad (5)$$

Отметим, что функция $S_{3,y}(x) - S_3(x)$, представляющая собой разность сплайнов, также является кубическим коллокационным сплайном, причем удовлетворяющим тем же краевым условиям (4). Можно показать, что для любого подобного сплайна, и в том числе для $S_{3,y}(x) - S_3(x)$, справедлива оценка вида

$$\|S_{3,y} - S_3\|_{C[a,b]} \leq M \max_{k=0,1,\dots,n} |S_{3,y}(x_k) - S_3(x_k)|.$$

Воспользовавшись неравенством (5), в итоге получаем

$$\begin{aligned} (1 - M |\lambda| \|K\|_{CL_1[a,b]}) \max_{k=0,1,\dots,n} |S_{3,y}(x_k) - S_3(x_k)| &\leq \\ &\leq |\lambda| \|K\|_{CL_q[a,b]} \cdot \|y - S_{3,y}\|_{L_p[a,b]}, \end{aligned}$$

откуда с учетом условий теоремы следует

$$\|S_{3,y} - S_3\|_{C[a,b]} \leq \frac{|\lambda| \cdot \|K\|_{CL_q[a,b]}}{1 - M |\lambda| \|K\|_{CL_1[a,b]}} \cdot \|y - S_{3,y}\|_{L_p[a,b]}.$$

Последний шаг в доказательстве проведем за счет следующих преобразований:

$$\begin{aligned} \|y - S_3\|_{L_p[a,b]} &\leq \|y - S_{3,y}\|_{L_p[a,b]} + \|S_{3,y} - S_3\|_{L_p[a,b]} \leq \\ &\leq \|y - S_{3,y}\|_{L_p[a,b]} + \|S_{3,y} - S_3\|_{C[a,b]} \leq \\ &\leq \|y - S_{3,y}\|_{L_p[a,b]} + \frac{|\lambda| \cdot \|K\|_{CL_q[a,b]}}{1 - M |\lambda| \|K\|_{CL_1[a,b]}} \cdot \|y - S_{3,y}\|_{L_p[a,b]} = \\ &= \left(1 + \frac{|\lambda| \cdot \|K\|_{CL_q[a,b]}}{1 - M |\lambda| \|K\|_{CL_1[a,b]}} \right) \cdot \|y - S_{3,y}\|_{L_p[a,b]}. \end{aligned}$$

Аналогичную оценку можно получить в терминах усредненных модулей гладкости:

$$\tau_k(f; \delta)_{L_p[a;b]} = \left(\frac{1}{b-a} \int_a^b |\omega_k(f, x, \delta)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}}, \text{ где}$$

$$\begin{aligned} \omega_k(f, x, \delta) &= \\ &= \sup \left\{ \left| \Delta_h^k f(t) \right| : t, t+kh \in \left[x - \frac{k\delta}{2}; x + \frac{k\delta}{2} \right] \cap [a;b] \right\} - \end{aligned}$$

локальный модуль гладкости порядка $k \in N$ функции $f(x)$ в точке $x \in [a;b]$, построенный по нецентрированной конечной разности порядка k с шагом h :

$$\Delta_h^k f(t) = \sum_{m=0}^k (-1)^{m+k} C_k^m f(t+mh).$$

Непосредственно из теоремы 1 вытекают

Следствие 1. При выполнении условий теоремы 1 справедлива оценка

$$\|y - S_3\|_{L_p[a,b]} \leq 16(b-a+1)^4 \times$$

$$\times \left(1 + \frac{|\lambda| \|K\|_{CL_q[a,b]}}{1 - M |\lambda| \|K\|_{CL_1[a,b]}} \right) \cdot \tau_4 \left(y; \frac{1}{n} \right)_{L_p[a;b]}.$$

Следствие 2. Пусть выполнены условия теоремы 2 и $y' \in L_p[a;b]$, $1 < p < \infty$; $n \in N$. Тогда

$$\|y - S_3\|_{L_p[a,b]} = O \left(\frac{\omega_3 \left(y'; \frac{1}{n} \right)_{L_p[a;b]}}{n} \right).$$

Если же при этом решение уравнения (1) имеет производную порядка i , $i = 0, 1, 2, \dots$, ограниченной вариации, то

$$\|y - S_3\|_{L_p[a,b]} = O \left(\frac{V_a^b y^{(i)}}{n^{i+1}} \right),$$

где $V_a^b y^{(i)} = \sup \left\{ \sum_{k=0}^n |y^{(i)}(x_k) - y^{(i)}(x_{k-1})| \right\}$ – вариация функции y' на отрезке $[a;b]$ (верхняя грань сумм берется по всевозможным разбиениям отрезка $[a;b]$ точками $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$).

Оценки погрешности в коллокационных узлах

На основании результатов, полученных при доказательстве теоремы 1, могут быть получены оценки абсолютной погрешности приближенных решений в виде кубических коллокационных сплайнов в узлах коллокации.

Теорема 3. Пусть уравнение (1) разрешимо однозначно, $1 < p < \infty$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$,

$$K \in CL_1[a; b] \cap CL_q[a; b], \quad \|K\|_{CL_1[a; b]} < \frac{1}{|\lambda|}.$$

Тогда при любом фиксированном $n \in N$, любом разбиении отрезка $[a; b]$ точками

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b, \quad \text{для любого } k = 0, 1, \dots, n$$

справедлива оценка

$$\begin{aligned} & |y(x_k) - S_3(x_k)| \leq \\ & \leq \frac{|\lambda| \|K\|_{CL_q[a; b]}}{1 - |\lambda| \|K\|_{CL_1[a; b]}} \cdot \|y - S_{3,y}\|_{L_p[a; b]} \end{aligned}$$

Доказательство. Преобразуем и оценим сверху абсолютную величину погрешности в точке коллокации следующим образом:

$$\begin{aligned} & |y(x_k) - S_3(x_k)| = \\ & = |(y(x_k) - S_{3,y}(x_k)) + (S_{3,y}(x_k) - S_3(x_k))| \leq \\ & \leq |y(x_k) - S_{3,y}(x_k)| + |S_{3,y}(x_k) - S_3(x_k)|. \end{aligned}$$

В соответствии с условиями коллокации (3)

$$|y(x_k) - S_{3,y}(x_k)| = 0.$$

Для второго слагаемого в полученной оценке воспользуемся неравенством (5), из которого следует

$$\begin{aligned} & |S_{3,y}(x_k) - S_3(x_k)| \leq \\ & \leq |\lambda| \cdot \|K\|_{CL_1[a; b]} \cdot |S_{3,y}(x_k) - S_3(x_k)| + \\ & + |\lambda| \cdot \|K\|_{CL_q[a; b]} \cdot \|y - S_{3,y}\|_{L_p[a; b]}. \end{aligned}$$

Решая это неравенство как линейное относительно $|S_{3,y}(x_k) - S_3(x_k)|$, получим оценку

$$\begin{aligned} & |S_{3,y}(x_k) - S_3(x_k)| \leq \\ & \leq \frac{|\lambda| \|K\|_{CL_q[a; b]}}{1 - |\lambda| \|K\|_{CL_1[a; b]}} \cdot \|y - S_{3,y}\|_{L_p[a; b]}. \end{aligned}$$

Соответственно, такая же оценка будет справедлива и для $|y(x_k) - S_3(x_k)|$.

Следствие 3. Пусть выполнены все условия теоремы 3. Тогда

$$|y(x_k) - S_3(x_k)| \leq$$

$$\leq 16(b-a+1)^4 \left(\frac{|\lambda| \|K\|_{CL_q[a; b]}}{1 - |\lambda| \|K\|_{CL_1[a; b]}} \right) \cdot \tau_4 \left(y; \frac{1}{n} \right)_{L_p[a; b]}.$$

Следствие 4. Пусть выполнены условия теоремы 3, $y' \in L_p[a; b]$, $1 < p < \infty$; $n \in N$. Тогда

$$|y(x_k) - S_3(x_k)| = O \left(\frac{\omega_3 \left(y'; \frac{1}{n} \right)_{L_p[a; b]}}{n} \right).$$

Если же при этом решение уравнения (1) имеет производную порядка i , $i = 0, 1, 2, \dots$, ограниченной

вариации, то $|y(x_k) - S_3(x_k)| = O \left(\frac{V_a^b y^{(i)}}{n^{i+1}} \right)$.

Литература

1. Samko S.G. Hypersingular Integrals and Their Applications. Analytical Methods and Special Functions. Taylor-Francis, 2002. 307 p.
2. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и их приложения. Минск: Наука и техника, 1987. 688 с.
3. Бойков И.В., Айкашев П.В., Семов М.А. Приближенное решение гиперсингулярных интегральных уравнений на числовой оси // Изв. вузов. Поволжский регион. Физ.-мат. науки. 2015. № 2. С. 78–90.
4. Chegolin A.P., Nogin V.A. Multidimensional potential integral transforms and description of L-characteristic of multiplier operators // Integral Transforms & Special functions. 2002. Vol. 13. P. 193–197.
5. Чеголин А.П. Классы $L_{p,r}^\alpha$ типа Лизоркина – Самко, связанные с комплексными степенями телеграфного оператора // Изв. вузов. Математика. 2002. № 7. С. 58–64.
6. Чеголин А.П. Интегралы и производные дробного порядка в классах Гельдера на прямоугольнике // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2015. № 1. С. 56–59.
7. Сендов Б., Попов В. Усредненные модули гладкости. М.: Мир, 1988. 327 с.
8. Стечкин С.Б., Субботин Ю.Н. Сплайны в вычислительной математике. М.: Наука, 1976. 248 с.
9. Чеголин А.П. Отрицательные комплексные степени классического двумерного телеграфного оператора в пространствах $L_p(R^2)$ // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2017. № 4. С. 58–62.
10. Краснов М.Л. Интегральные уравнения. Введение в теорию. М.: Наука, 1975. 302 с.

References

1. Samko S. G. (2002). *Hypersingular Integrals and Their Applications*. Analytical Methods and Special Functions. Taylor-Francis, 307 p.
2. Samko S.G., Kilbas A.A., Marichev O.I. (1987). *Integrals and derivatives of fractional order and their applications*. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 688 p. (in Russian).
3. Boykov I.V., Aikashev P.V., Semov M.A. (2015). Approximate solution of hypersingular integral equations on the number axis. *Izv. vuzov. Povolzhskii region. Fiz.-mat. nauki*, No. 2, pp. 78-90. (in Russian).
4. Chegolin A.P., Nogin V.A. (2002). Multidimensional potential integral transforms and description of L-characteristic of multiplier operators. *Integral Transforms & Special functions*, vol. 13, pp. 193-197.
5. Chegolin A.P. (2002). The Lizorkin-Samko type spaces associated with complex powers of the telegraph operator. *Izv. vuzov. Matematika*, No. 7, pp. 58-64. (in Russian).
6. Chegolin A.P. (2015). Integrals and derivatives of fractional order in Hölder classes on a rectangle. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki (Bulletin of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region. Natural Science)*, No. 1, pp. 56-59. (in Russian).
7. Sendov B., Popov V. (1988). *Averaged moduli of smoothness*. Moscow, Mir Publ., 327 p. (in Russian).
8. Stechkin S.B., Subbotin Yu.N. (1976). *Splines in computational mathematics*. Moscow, Nauka Publ., 248 p. (in Russian).
9. Chegolin A.P. (2017). Negative complex powers of the classical two-dimensional telegraph operator in $L_p(\mathbb{R}^2)$ spaces. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki (Bulletin of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region. Natural Science)*, No. 4, pp. 58-62. (in Russian).
10. Krasnov M.L. (1975). *Integral equations. Introduction to the theory*. Moscow, Nauka Publ., 302 p. (in Russian).

Поступила в редакцию / Received

2 сентября 2020 г. / September 2, 2020

НАУКИ О ЗЕМЛЕ

SCIENCES OF EARTH

УДК 518.8:53

doi 10.18522/1026-2237-2020-4-61-65

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ПРОЦЕССА РАСТЕКАНИЯ КАПЛИ ВОДЫ С ЭФФЕКТОМ ПЕРКОЛЯЦИИ

© 2020 г. А.Х. Аджиев¹, В.Н. Лесев², Г.В. Куповых³¹Высокогорный геофизический институт, Нальчик, Россия,²Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, Нальчик, Россия,³Южный федеральный университет, Таганрог, Россия

ANALYTICAL ESTIMATES OF THE WATER DROP SPREADING PROCESS WITH PERCOLATION EFFECT

A.H. Adzhiev¹, V.N. Lesev², G.V. Kupovykh³¹High-Mountain Geophysical Institute, Nalchik, Russia,²Berbekov Kabardino-Balkarian State University, Nalchik, Russia,³Southern Federal University, Taganrog, Russia

Аджиев Анатолий Хабасович – доктор физико-математических наук, профессор, Высокогорный геофизический институт, пр. Ленина, 2, г. Нальчик, Кабардино-Балкарская Республика, 360030, Россия, e-mail: adessa1@yandex.ru

Anatoly H. Adzhiev - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, High-Mountain Geophysical Institute, Lenina Ave, 2, Nalchik, Kabardino-Balkar Republic, 360030, Russia, e-mail: adessa1@yandex.ru

Лесев Вадим Николаевич – кандидат физико-математических наук, доцент, и.о. заведующего кафедрой алгебры и дифференциальных уравнений, Кабардино-Балкарский университет им. Х.М. Бербекова, ул. Чернышевского, 173, г. Нальчик, Кабардино-Балкарская Республика, 360004, Россия, e-mail: pr_ur@kbsu.ru

Vadim N. Lesev - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Acting Head of the Department of Algebra and Differential Equations, Berbekov Kabardino-Balkarian State University, Chernyshevskogo St., 173, Nalchik, Kabardino-Balkar Republic, 360004, Russia, e-mail: pr_ur@kbsu.ru

Куповых Геннадий Владимирович – доктор физико-математических наук, профессор, Инженерно-технологическая академия, Южный федеральный университет, пер. Некрасовский, 44, г. Таганрог, 347922, Россия, e-mail: kupovykh@sfnu.ru

Gennady V. Kupovykh - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Academy for Engineering and Technologies, Southern Federal University, Nekrasovsky St., 44, Taganrog, 347922, Russia, e-mail: kupovykh@sfnu.ru

Для решения проблем активного воздействия на грозоградовые облака теоретически исследован физический механизм искусственного образования зародышей воды и льда в облачной среде. Из теории образования новой фазы Гиббса – Фольмера следует, что определяющими параметрами в образовании зародышей являются межфазные энергии на границах пар – вода – реагент и краевой угол смачивания. В работе аналитическими методами исследован активный процесс растекания воды по водорастворимой ровной горизонтальной подложке. Установлено, что процесс межфазного взаимодействия носит метастабильный характер, кроме того, процесс растекания характеризуется наличием зоны непосредственного контакта двух фаз, в которой формирование нового соединения запаздывает. Сделана теоретическая оценка отдельных параметров системы при гравитационном растекании без влияния других внешних полей. Решены две задачи: определение динамики свободной поверхности жидкой фазы и нахождение границ распространения жидкости в подложке. Получено аналитическое выражение, определяющее кон-

тактный угол. Показано, что выражения, определяющие основные параметры процесса растекания капли с одновременной пропиткой подложки, сопровождающегося потерей массы жидкости через пятно контакта на границе двух фаз, практически эквивалентны соотношениям, описывающим процесс потери массы при растекании легко испаряющейся жидкости.

Ключевые слова: водяная капля, лед, облако, подложка, свободная поверхность, перколяция, межфазная энергия, угол смачивания.

To solve the problems of active influence on thunderstorm clouds, the physical mechanism of artificial formation of water and ice germs in the cloud environment is theoretically studied. Based on the Gibbs-Vollmer theory of new phase formation, it follows that the defining parameters in the formation of embryos are the interphase energies at the vapor - water - reagent boundaries and the wetting edge angle. The active process of water spreading over a water-soluble flat horizontal substrate is studied using analytical methods. It is established that the process of interfacial interaction is metastable, in addition, the spreading process is characterized by the presence of direct contact zone between two phases in which the formation of a new compound is delayed. A theoretical evaluation of individual parameters of the system under gravitational spreading without the influence of other external fields is made. Two problems were solved: determining the dynamics of the free surface of the liquid phase and finding the boundaries of liquid propagation in the substrate. An analytical expression defining the contact angle is obtained. It is shown that the expressions defining the process main parameters of spreading a drop with simultaneous impregnation of the substrate, accompanied by a loss of mass of the liquid through the contact spot on the border of the two phases, are almost equivalent to the relations describing the process of mass loss when spreading an easily evaporating liquid.

Keywords: water drop, ice, cloud, substrate, free surface, percolation, interfacial energy, wetting angle.

Введение

Актуальной проблемой физики облаков и активных воздействий является повышение эффективности реагентов, используемых для регулирования облако- и осадкообразования.

При формировании кучевых облаков восходящий поток воздуха может быть настолько сильным, что капли воды поднимаются на очень большую высоту, минуя область нулевой изотермы, и переохлаждаются при температурах до -40 °C на высоте более 7–8 километров. Переохлажденные капли сталкиваются в воздушном потоке с мельчайшими аэрозольными частицами, которые становятся центрами кристаллизации. Причиной кристаллизации при большом перенасыщении в облаке могут выступать также замёрзшие водяные капли [1–3].

При активных воздействиях на облака в качестве реагентов выступают различные по природе воздействия аэрозоли, например твёрдая углекислота (создает ледяные микрочастицы), йодистое серебро (создает ядра кристаллизации или сублимации), распылённые мелкие капли воды (которые увеличиваются вследствие коагуляции) и т.п. Гигроскопические частицы или капли растворов солей, вводимые в облака, при достаточной концентрации усиливают осадкообразующую деятельность в облаках и препятствуют возникновению твёрдой фазы [1, 2].

Несмотря на то что в решении проблемы воздействия на градовые процессы достигнуты значительные успехи, многие вопросы, касающиеся искусственного образования зародышей воды и льда

в облаках, до настоящего времени не решены до конца.

Цель работы – математически описать процесс активного растекания водяной капли, при котором межфазная энергия резко снижается на границе жидкой и твердой фаз в результате их реакции, а динамика угла контакта способствует сохранению механического равновесия, и получить аналитические оценки с учетом эффекта перколяции [4].

Состояние проблемы

На практике лабораторных исследований процессов формирования облачных частиц достаточно часто приходится наблюдать явления, при которых процесс растекания сопровождается перколяцией, т.е. протеканием капли в подложку или растворением последней [4–8]. Такое явление также имеет место при рассеянии облаков и туманов с использованием различных солей, например NaCl, AgI и др. [1, 2].

Точное аналитическое описание таких процессов не представляется возможным, поскольку оно должно учитывать химические свойства контактирующих веществ, что приводит к значительной варируемости. Поэтому для получения конкретных аналитических оценок ограничимся исследованием закономерностей, характерных для воды.

Очевидно, что при растекании воды по водорастворимому основанию может происходить взаимодействие жидкой и твердой фаз с образованием растворов между ними. Для реализации подобного растекания, которое будем называть активным,

необходимо воздействие целого ряда факторов, отличающих его от безреакционного. При этом можно выделить два основных вида активного растекания: а) когда в процессе растекания между жидкой и твердой фазами устанавливается равновесие; б) когда формируется новое соединение в результате пропитки подложки жидкой фазой.

В первом случае происходит изменение только концентрации этих двух фаз при частичной деформации подложки под пятном контакта. Во втором случае должна образоваться и расти до момента установления равновесия новая фаза.

На сегодняшний день существуют несколько подходов к математическому описанию процесса активного растекания. Один из них, включающий изучение динамики линии трехфазного контакта, предложен в работе [9]. Это одна из первых работ, выполненных в данном направлении. Её авторы трактуют активное растекание как взаимодействие, при котором межфазная энергия на границе жидкость – подложка стремительно уменьшается в результате реакции, а механическое равновесие обеспечивается за счет изменения угла контакта. Кроме того, в работе утверждается, что в случае, когда подложку образуют соединения, обладающие большим поверхностным натяжением σ_{12} , радиус растекания капли увеличивается.

Теоретические оценки

Используем теорию образования новой фазы Гиббса – Фольмера [10–12], которая учитывает уменьшение энергии системы при образовании центра кристаллизации вследствие ее эволюции в более стабильное термодинамическое состояние и роста поверхностной энергии раздела фаз. В предположении, что на не вполне смачиваемых ядрах жидкие зародыши образуются в виде линзы, в работе [9] получено выражение для величины свободной энергии образования зародыша критического размера в виде

$$G = \frac{8\pi(\sigma_{12})^3}{3(g_v)^2} f(m, u), \quad (1)$$

где

$$f(m, u) = 1 + \left[\frac{1 - mu}{L} \right]^3 + u^3 \cdot \left[2 - \frac{3(u - m)}{L} + \left(\frac{u - m}{L} - \frac{m}{L} \right)^3 \right] - 3mu^2 \cdot \left[\frac{u - m}{L} - 1 \right], \quad (2)$$

$$L = (1 + u^2 - 2mu)^{\frac{1}{2}}. \quad (3)$$

Параметры m и u равны

$$m = \cos \varphi = \frac{\sigma_{13} - \sigma_{23}}{\sigma_{12}}, \quad u = \frac{r}{r^*}, \quad (4)$$

$\sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23}$ – межфазная энергия на границах пар (1), вода (2), твердое тело (3); g_v – разность свободных энергий единицы объема воды и водяного пара; φ – краевой угол смачивания твердого тела водой; r – радиус ядра; r^* – критический радиус зародыша.

Из выражений (1)–(4) следует, что определяющими параметрами в зародышеобразовании являются межфазные энергии на границах пар – вода – реагент и краевой угол смачивания φ .

В настоящей работе остановимся на изучении модели для воды, в которой отсчет времени будем вести с момента, когда граница жидкой фазы представляет собой полусферу, свободно лежащую на ровной горизонтальной подложке (рис. 1).

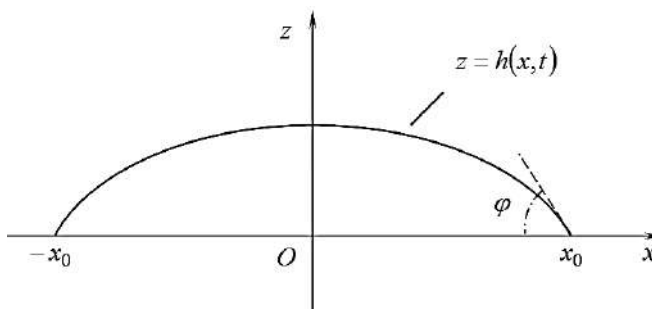


Рис. 1. Профиль капли на начальной стадии растекания / Fig. 1. Drop profile at the initial stage of spreading

Процесс межфазного взаимодействия, обусловленный растеканием капли и пропиткой ею подложки, может носить, вообще говоря, метастабильный характер. Помимо этого, растекание жидкой фазы по горизонтальной подложке характеризуется наличием зоны непосредственного контакта двух фаз, в которой формирование нового соединения запаздывает (рис. 2).

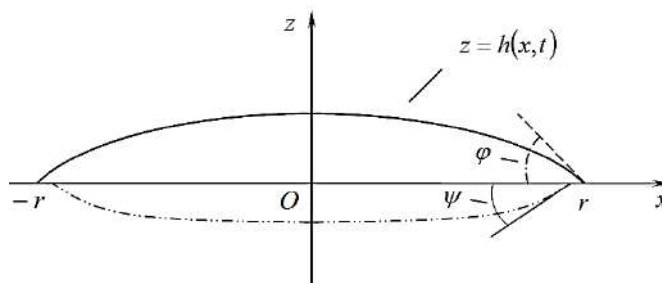


Рис. 2. Профиль капли в процессе пропитки подложки / Fig. 2. Drop profile during the impregnation of the substrate

Тем не менее указанные трудности при аналитическом описании изучаемого процесса, сопровождающегося потерей массы капли через границу соприкосновения фаз, могут быть нивелированы при рассмотрении водных соединений при гравитационном растекании без влияния других внешних полей. Остановимся на изучении данного режима еще и потому, что в противном случае необходимо было бы учитывать градиент температуры, причем не только в исходных фазах, но и во вновь образующемся соединении.

Изучая процесс активного растекания капли, естественно разделить общую задачу на две: определение динамики свободной поверхности жидкой фазы и нахождение границ распространения жидкости в подложке.

Решение задачи при $z > 0$ рассматривалось в предыдущих работах для случая изотермического растекания. Эти результаты могут быть использованы в настоящем исследовании лишь при выполнении условия, обеспечивающего сохранение объ-

ема: $\int_0^r h dx = q(t)$, где $q(t)$ – монотонно убывающая

функция, которая определяется химическими свойствами соединений, входящих в систему, и задаёт динамику изменения объема капли выше уровня $z = 0$ при ее взаимодействии с подложкой.

Исследование данной задачи при выполнении указанного ранее условия проводится аналогично задаче, рассмотренной в работе [13]. Тогда, следуя данной работе, в упрощённом понимании модели можно говорить о профиле капли $h(x, t)$ как нормальной дуге, связанной соответствующим соотношением с радиусом растекания $r(t)$.

Однако такой подход является тривиальным. Поэтому, полагая далее, что $r > h_0$, для функции $h(x, t)$, описывающей профиль капли, можем записать

$$h(x, t) = \sqrt{\left[\frac{r^2(t) + h_0^2(t)}{2h_0(t)} \right]^2 - x^2} + \frac{h_0^2(t) - r^2(t)}{2h_0(t)}. \quad (5)$$

Здесь $h_0(t) = h(0, t)$.

В этом случае для объема капли V_0 при $z > 0$ будет справедливо равенство

$$V_0 = \frac{\pi}{6} h_0 (h_0^2 + 3r^2). \quad (6)$$

Таким образом, для $\varphi(t)$ в случае $z > 0$ будем иметь

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{2r(v_1 - v_2)}{3r^2 - v_1^2 - v_2^2}. \quad (7)$$

В последних двух соотношениях (6) и (7), для краткости, опущены аргументы, а v_1 и v_2 определяются равенствами

$$v_1 = \left[\sqrt{\left(\frac{3V_0}{\pi} \right)^2 + r^6} + \frac{3V_0}{\pi} \right]^{1/3},$$

$$v_2 = \left[\sqrt{\left(\frac{3V_0}{\pi} \right)^2 + r^6} - \frac{3V_0}{\pi} \right]^{1/3}.$$

Таким образом, выражение, определяющее контактный угол, может быть описано равенством (7).

Вывод аналитических соотношений, характеризующих процесс при $z < 0$, возможен только для случаев определенных жидких соединений и подложек, обладающих идентичными физико-химическими свойствами. Следует также отметить, что существенное влияние на точность определения основных параметров системы будет оказывать достоверность начальных данных.

Заключение

Аналитические выражения, определяющие основные параметры системы, характерные для процесса растекания капли с одновременной пропиткой подложки, сопровождающегося потерей массы жидкости через пятно контакта на границе двух фаз (жидкость – твердое тело), с точки зрения математической модели будут практически эквивалентны соотношениям, описывающим процесс потери массы капли через границу раздела фаз жидкость–газ, т.е. для процесса активного испарения жидкости или ее высыхания [14]. Расчёты представляют интерес как для лабораторных исследований процессов образования твердой фазы в облаках, так и для совершенствования технологий внесения реагентов при активных воздействиях на гидрометеорологические процессы.

Литература

1. Ашабоков Б.А., Федченко Л.М., Тапасханов В.О., Шаповалов А.В., Шаповалов В.А., Макуашев В.К., Кагермазов А.Х., Созаева Л.Т., Ташилова А.А., Кешева А.А. Физика градовых облаков и активных воздействий на них: состояние и направления развития. Нальчик: Печатный двор, 2013. 216 с.
2. Аджиев А.Х., Богаченко Е.М. Грозы Северного Кавказа. Нальчик: Полиградосервис и Т, 2011. 151 с.

3. РД 52.11.850-2016. Активные воздействия на гидрометеорологические процессы и явления. М., 2016. 44 с.
4. Broadbent S., Hammersley J. Percolation processes: I. Crystals and mazes // *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. 1957. Vol. 53, № 3. P. 629–641.
5. Landry K., Rado C., Voitovich R., Eustathopoulos N. Mechanisms of reactive wetting: the question of triple line configuration // *Acta Mater*. 1997. Vol. 45. P. 3079–3085.
6. Dezellus O., Hodaj F., Eustathopoulos N. Progress in modelling of chemical-reaction limited wetting // *J. of the European Ceramic Society*. 2003. Vol. 23, № 15. P. 2797–2803.
7. Hsieh J.Y., Chen J.L., Chen C., Lin H.C., Yang S.S., Hwang C.C. Reactive wetting behaviors of Sn/Cu systems: A molecular dynamics study // *Nano-Micro Lett*. 2010. Vol. 2, № 2. P. 60–67.
8. Aksay I.A., Hoge C.E., Pask J.A. Wetting under chemical equilibrium and nonequilibrium conditions // *J. Phys. Chem*. 1974. Vol. 78. P. 1178–1183.
9. Fletcher N.H. Size effect of heterogeneous nucleation // *J. Chem. Phys*. 1958. Vol. 529, № 3. P. 572–576.
10. Гиббс Дж. Термодинамические работы. М., 1950. 492 с.
11. Volmer M. *Kinetic der phaasenbildung*. Dresden: Steinkoff, 1939.
12. Volmer M., Flood H. Tropfenbildung in dampfen // *Z. Phys. Chem. A*. 1934. Vol. 170. P. 273–280.
13. Лесев В.Н. Нелинейная математическая модель гравитационного растекания капли по твердой поверхности // *Обозрение прикладной и промышленной математики*. 2008. Т. 15, № 5. С. 899–900.
14. Тарасевич Ю.Ю., Православнова Д.М. Качественный анализ закономерностей высыхания капли многокомпонентного раствора на твердой подложке // *ЖТФ*. 2007. Т. 77, № 2. С. 17–21.
- impacts on them: state and directions of development. Nalchik, Pechatnyi dvor Publ., 216 p. (in Russian).
2. Adzhiev A.X., Bogachenko E.M. (2011). *Thunderstorms of the North Caucasus*. Nalchik, Poligradoservis i T Publ., 151 p. (in Russian).
3. RD 52.11.850-2016. *Active effects on hydrometeorological processes and phenomena*. (2016). Moscow, 44 p. (in Russian).
4. Broadbent S., Hammersley J. (1957). Percolation processes: I. Crystals and mazes. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 53, No. 3, pp. 629-641.
5. Landry K., Rado C., Voitovich R., Eustathopoulos N. (1997). Mechanisms of reactive wetting: the question of triple line configuration. *Acta Mater*, vol. 45, pp. 3079-3085.
6. Dezellus O., Hodaj F., Eustathopoulos N. (2003). Progress in modelling of chemical-reaction limited wetting. *J. of the European Ceramic Society*, vol. 23, No. 15, pp. 2797-2803.
7. Hsieh J.Y., Chen J.L., Chen C., Lin H.C., Yang S.S., Hwang C.C. (2010). Reactive wetting behaviors of Sn/Cu systems: A molecular dynamics study. *Nano-Micro Lett.*, vol. 2, No. 2, pp. 60-67.
8. Aksay I.A., Hoge C.E., Pask J.A. (1974). Wetting under chemical equilibrium and nonequilibrium conditions. *J. Phys. Chem.*, vol. 78, pp. 1178-1183.
9. Fletcher N.H. (1958). Size effect of heterogeneous nucleation. *J. Chem. Phys.*, vol. 529, No. 3, pp. 572-576.
10. Gibbs Dzh. (1950). *Thermodynamic works*. Moscow, 492 p. (in Russian).
11. Volmer M. (1939). *Kinetic der phaasenbildung*. Dresden, Steinkoff.
12. Volmer M., Flood H. (1934). Tropfenbildung in dampfen. *Z. Phys. Chem. A*, vol. 170, pp. 273-280.
13. Lesev V.N. (2008). Nonlinear mathematical model of gravitational spreading of a drop on a solid surface. *Obzrenie prikladnoi i promyshlennoi matematiki*, vol. 15, No. 5, pp. 899-900. (in Russian).
14. Tarasevich Yu.Yu., Pravoslavnova D.M. (2007). Qualitative analysis of drying patterns of a drop of a multicomponent solution on a solid substrate. *ZhTF*, vol. 77, No. 2, pp. 17-21. (in Russian).

References

1. Ashabokov B.A., Fedchenko L.M., Tapaskhanov V.O., Shapovalov A.V., Shapovalov V.A., Makuashev V.K., Kagermazov A.Kh., Sozaeva L.T., Tashilova A.A., Kesheva A.A. (2013). *Physics of hail clouds and active*

УДК 551.509.22 (470.67)

doi 10.18522/1026-2237-2020-4-66-74

КОНЦЕНТРАЦИЯ И ЗАПАСЫ АЗОТА В ПОЧВАХ ПОЛУПУСТЫННЫХ ЛАНДШАФТОВ КИЗЛЯРСКИХ ПАСТБИЩ

© 2020 г. Т.А. Асварова¹, Г.Н. Гасанов¹, К.Б. Гимбатова¹, К.М. Гаджиев¹,
Р.Р. Баширов¹, А.С. Абдулаева¹, З.Н. Ахмедова¹

¹Прикаспийский институт биологических ресурсов Дагестанского федерального исследовательского центра РАН,
Махачкала, Россия

CONCENTRATION AND NITROGEN STOCKS IN THE SOILS OF SEMI-ARID LANDSCAPES OF KIZLYAR PASTURES

T.A. Asvarova¹, G.N. Gasanov¹, K.B. Gimbatova¹, K.M. Hajiev¹,
R.R. Bashirov¹, A.S. Abdulaeva¹, Z.N. Akhmedova¹

¹Precaspian Institute of Biological Resources, Dagestan Federal Research Center, Russian Academy of Sciences,
Makhachkala, Russia

Асварова Татьяна Азимовна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, лаборатория биогеохимии, Прикаспийский институт биологических ресурсов Дагестанского федерального исследовательского центра РАН, ул. Гаджиева, 45, г. Махачкала, Республика Дагестан, 367000, Россия, e-mail: tatacvar@mail.ru

Tatiana A. Asvarova - Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher, Laboratory of Biogeochemistry, Precaspian Institute of Biological Resources, Dagestan Federal Research Center, Russian Academy of Sciences, Gadzhieva St., 5, Makhachkala, Republic of Dagestan, 367000, Russia, e-mail: tatacvar@mail.ru

Гасанов Гасан Никуевич – доктор сельскохозяйственных наук, профессор, заведующий лабораторией биогеохимии, Прикаспийский институт биологических ресурсов Дагестанского федерального исследовательского центра РАН, ул. Гаджиева, 45, г. Махачкала, Республика Дагестан, 367000, Россия, e-mail: nikuevich@mail.ru

Gasan N. Gasanov - Doctor of Agricultural Sciences, Professor, Head of the Laboratory of Biogeochemistry, Precaspian Institute of Biological Resources, Dagestan Federal Research Center, Russian Academy of Sciences, Gadzhieva St., 5, Makhachkala, Republic of Dagestan, 367000, Russia, e-mail: nikuevich@mail.ru

Гимбатова Кабират Бадировна – младший научный сотрудник, лаборатория биогеохимии, Прикаспийский институт биологических ресурсов Дагестанского федерального исследовательского центра РАН, ул. Гаджиева, 45, г. Махачкала, Республика Дагестан, 367000, Россия, e-mail: tatacvar@mail.ru

Kabirat B. Gimbatova - Junior Researcher, Laboratory of Biogeochemistry, Precaspian Institute of Biological Resources, Dagestan Federal Research Center, Russian Academy of Sciences, Gadzhieva St., 5, Makhachkala, Republic of Dagestan, 367000, Russia, e-mail: tatacvar@mail.ru

Гаджиев Камил Магомедович – кандидат сельскохозяйственных наук, научный сотрудник, лаборатория биогеохимии, Прикаспийский институт биологических ресурсов Дагестанского федерального исследовательского центра РАН, ул. Гаджиева, 45, г. Махачкала, Республика Дагестан, 367000, Россия, e-mail: kamil5555372@mail.ru

Kamil M. Hajiyev - Candidate of Agricultural Sciences, Researcher, Laboratory of Biogeochemistry, Precaspian Institute of Biological Resources, Dagestan Federal Research Center, Russian Academy of Sciences, Gadzhieva St., 5, Makhachkala, Republic of Dagestan, 367000, Russia, e-mail: kamil5555372@mail.ru

Баширов Рашид Радифович – кандидат сельскохозяйственных наук, младший научный сотрудник, лаборатория биогеохимии, Прикаспийский институт биологических ресурсов Дагестанского федерального исследовательского центра РАН, ул. Гаджиева, 45, г. Махачкала, Республика Дагестан, 367000, Россия, e-mail: pakduik100@mail.ru

Rashid R. Bashirov - Candidate of Agricultural Sciences, Junior Researcher, Laboratory of Biogeochemistry, Precaspian Institute of Biological Resources, Dagestan Federal Research Center, Russian Academy of Sciences, Gadzhieva St., 5, Makhachkala, Republic of Dagestan, Russia, e-mail: pakduik100@mail.ru

Абдулаева Айшат Саидмагомедовна – научный сотрудник, лаборатория биогеохимии, Прикаспийский институт биологических ресурсов Дагестанского федерального исследовательского центра РАН, ул. Гаджиева, 45, г. Махачкала, Республика Дагестан, 367000, Россия, e-mail: aischat55@mail.ru

Aishat S. Abdulaeva - Researcher, Laboratory of Biogeochemistry, Precaspian Institute of Biological Resources, Dagestan Federal Research Center, Russian Academy of Sciences, Gadzhieva St., 5, Makhachkala, Republic of Dagestan, 367000, Russia, e-mail: aischat55@mail.ru

Ахмедова Заира Нажмутдиновна – научный сотрудник, лаборатория биогеохимии, Прикаспийский институт биологических ресурсов Дагестанского федерального исследовательского центра РАН, ул. Гаджиева, 45, г. Махачкала, Республика Дагестан, 367000, Россия

Zaira N. Akhmedova - Researcher, Laboratory of Biogeochemistry, Precaspian Institute of Biological Resources Dagestan Federal Research Center, Russian Academy of Sciences, Gadzhieva St., 5, Makhachkala, Republic of Dagestan, 367000, Russia

Представлены результаты исследований современного состояния азотного фонда (заповедный режим) Кизлярских пастбищ. Выявлено, что общий азот колеблется в пределах 0,15–0,2 %, азот легкогидролизуемый – 2,4–5,3 мг/100 г в светло-каштановой, лугово-каштановой почвах и солончаке типичном, имеет среднюю и низкую степень обеспеченности. Гумусовый горизонт более обогащен азотом на почвах лугово-каштановой, светло-каштановой по сравнению с солончаком типичным. Запасы азота и углерода в почве зависят от климатических условий, весной их количество составляет соответственно 5,0 и 13,4 т/га, а осенью запасы ниже в 1,5 раза, что связано с уменьшением количества видов и проективного покрытия до 40–50 % осенью. На контрольном участке с интенсивным выпасом запасы азота и углерода в почве ниже в 1,6–1,8 раза.

Ключевые слова: N, запасы N и C, тип почвы, растительные ассоциации, продуктивность, пастбища.

The results of research on the current state of the nitrogen fund (reserve regime) the Kizlyar pastures. It was found that the total nitrogen ranges from 0.15-0.2 %, nitrogen easily hydrolyzed from 2.4-5.3 mg/100g in light-chestnut, meadow-chestnut soils and saline typical, and has a medium and low degree of security. The humus horizon is more enriched with nitrogen on soils of meadow-chestnut and light-chestnut compared to typical saline. N and C reserves in the soil in spring are 5.0 and 13.4 t/ha, respectively, and in autumn N and C reserves are 1.5 times lower, due to decrease the number of species and projected coverage up to 40-50% of phytocenoses in autumn, and also depends on the climatic conditions of the annual seasonality. In the control area with intensive grazing, nitrogen and carbon reserves in the soil are 1.6-1.8 times lower.

Keywords: N, N and C reserves, soil type, plant associations, productivity, pastures.

Среди причин деградации и опустынивания почвенно-растительного покрова полупустынных ландшафтов Кизлярских пастбищ представлены как природные (геоморфология, рельеф, почвообразующие породы, общая засушливость климата (ГТК 0,2–0,5), подверженность стабильным сильным иссушающим ветрам, близкое залегание минерализованных грунтовых вод и соленосных грунтов, преобладание почв легкого гранулометрического состава с низким содержанием органического вещества), так и антропогенные факторы (нерациональное использование пастбищных ресурсов в результате перевыпаса скота, приводящее к значительному снижению их продуктивности).

Антропогенная деградация Кизлярских пастбищ приводит к изменениям физико-химических свойств почв, практически всех показателей их качества – от запасов доступных форм питательных элементов N, P, K, Ca до изменения основных почвенных режимов.

Несмотря на достаточное количество работ по изучению концентрации азота в почвах Северо-Западного Прикаспия, данным азотного фонда, миграции и запасов азота в почвенном горизонте по

сезонности и годичности [1–9], исследования, определяющие современный уровень аккумуляции азота в мозаичном почвенном комплексе светло-каштановых, лугово-каштановых и солончаке типичном Кизлярских пастбищ в условиях повышенной пастбищной нагрузки, в публикациях практически отсутствуют.

Актуальность работы связана с недостаточной изученностью функционирования почв Кизлярских пастбищ на основе определения биопродуктивности, концентрации, запасов азота в результате антропогенной деградации почвенно-растительного покрова.

Цель работы – изучение концентрации, запасов азота в почвах полупустынных ландшафтов Кизлярских пастбищ.

Методы исследований

Исследования наземных экосистем Кизлярских пастбищ проводились на территории Кочубейской биосферной станции Прикаспийского института биологических ресурсов ДФИЦ РАН (КБС ПИБР ДФИЦ РАН). Изучались заповедные эксперимен-

тальные участки, где представлены три типа почв (светло-каштановые и лугово-каштановые карбонатные солончаковые почвы, солончак типичный), площадь участков – по 100 м², обнесенных железной сеткой во избежание пограв фитомассы скотом. Каждый из участков был разбит на 100 постоянных площадок с помощью полиэтиленового шпагата. Площадка вне заповедных участков принималась в качестве фона (контроль). Такая разбивка сохранялась на весь период исследований (2011–2018 гг.). Образцы для определения азота в почвах отбирали два раза в год: апрель-май и август-сентябрь. С помощью GPS-навигатора были определены географические координаты светло-каштановой солонцеватой почвы: 44,40880 с.ш. и 46,24771 в.д.; лугово-каштановой солончакватой почвы: 44,40720 с.ш. и 46,24727 в.д.

Определение общего азота в почвах проведено фотометрическим методом «индофеноловой зелени» по методу ЦИНАО (ГОСТ 26483-85), гидролизуемого азота – методом Тюрина и Кононовой [10].

Анализы почв по химическим и водно-физическим показателям, водной вытяжке, гумуса по методу Тюрина в модификации ЦИНАО (ГОСТ 26213-91) проводились по известным методикам [11].

Запасы гумуса и азота в почвенном слое вычислены в т/га по формуле $Q = m \times h \times d_v$, где Q – запасы гумуса или азота, т/га, для почвенного слоя h ; m – содержание определяемого компонента, %; h – мощность почвенного слоя, 0–100 см; d_v – плотность сложения почвенного слоя, г/см³.

Статистическая обработка результатов проводилась в Microsoft Excel 2010.

Результаты исследований

На Кизлярских пастбищах годовая сумма осадков колеблется от 150 до 300 мм, максимальная температура воздуха в июле – августе составляет 40–45 °С, испарение влаги в эти же месяцы достигает 900–1000 мм.

В течение 2011–2018 гг. на экспериментальных участках наиболее стабильными ассоциациями являются эфемерово-полынные, злаково-полынные и разнотравно-солянковые фитоценозы. В данных сообществах выделяют синузии ранневесенних эфемеров и эфемероидов и разнотравно-солянковой синузии летне-осенних кустарников (полыни, солянки).

Растительный покров полупустынной зоны характеризуется ксерофитностью, изреженностью и комплексностью.

Выявлено, что ксерофитов на участке представлено от 42,8 до 63,6 %, преобладают эвксерофиты – от 20 до 31,8 %, являющиеся доминантами фитоценозов: полынь Лерха (*Artemisia lercheana* Web.ex

Stechm.), полынь таврическая (*Artemisia taurica* Willd.), парнолистник обыкновенный (*Zygophyllum fabago*), пажитник пряморогий (*Trigonella polycerata* M.), грыжник седой (*Herniaria incana* L.). Ксеромезофитами являются эфемеры в весенний период: костер кровельный (*Anisantha tectorum* L.Nevski), полевичка малая (*Eragrostic minor* Host), мятлик луковичный (*Poa bulbosa* L.), ячмень заячий (*Hordeum leporinum* Link.), мортук восточный (*Eremopyrom orientale* (L.) (Jaub. et Spach), житняк пустынный (*Agropyron desertorum* Fisch. ex Lin Schult.), клоповник пронзенolistный (*Lepidium perfoliatum* L.), % от общего числа видов составляет от 34,3 до 37. Псаммоксерофиты: рогач песчаный (*Ceratocarpus arenarius* L.). Галоксерофиты: курай-солянка иберийская (*Salsola iberica* Sennen et Pau), марь красная (*Chenopodium rubrum* L.) [12, 13].

Известно, что одним из источников азота в почве является почвенный азот. В составе гумуса ($1/20$ – $1/40$ часть процентного содержания) он в основном растениям недоступен. Однако в течение тёплого времени года часть гумуса (1–2 %) разлагается микроорганизмами, осуществляющими преобразование азота [14]. Зоогенный азот образуется за счет выделений живых организмов (аммиак, мочевины, мочевиная кислота), но его меньше, чем азота, поступившего с опадом и корневым опадом растений (1,7 г N/м²). Азот, улетучившийся в воздух, при pH 7,0 – 0 %, при pH 8,6 – 13 %, при pH 9,3 – 13 %, при pH 10,5 – 87 % [15]. Азот, попадающий с осадками из атмосферы на поверхность почвы за год, составляет 0,3–0,45 г/м², в частности, в районе Ростова-на-Дону – 0,406–0,416 г/м², т.е. 0,034 г/м² в среднем в месяц [16]. Поступление азота из атмосферы составляет для региона исследований около 4 % от количества азота, поступающего с отмершими наземными и подземными органами растений в биоценозы со степными растительными ассоциациями, и около 9 % – в биогеоценозы с пустынными растительными ассоциациями [17].

Согласно данным [18–21], содержание общего азота в почвах Северо-Западного Прикаспия колеблется от 0,1 до 0,2 %. При pH 7,4–8 количество легкогидролизующего азота в почвенном слое 0–30 см составляет 34 мг/кг, в слое 30–50 см – 24 мг/кг. В светло-каштановых почвах залежных участков юго-восточных районов Ростовской области содержание нитратного азота (пастбище, целина) колеблется осенью в пределах от 0,22–0,25 до 0,9–1,2 мг/100 г. Запасы легко нитрифицирующегося азота в гумусовом горизонте 0–5 см степных почв составляют 2,34 мг/кг [18, 19]. В светло-каштановых почвах полупустынной зоны Волгоградской области содержание азота составляет 0,1–0,17 % [20]. В светло-каштановых почвах Ставропольско-

го края азот нитрификационной способности составляет 25–27,9 мг/кг, в каштановых – 27,8–30,8 [21]. В светло-каштановых почвах Дагестана содержание общего и гидролизуемого азота составляет соответственно 0,07–0,17 % и 3–4 мг/100 г почвы, в лугово-каштановых – 0,17–0,3 % и 3–6 мг/100 г почвы, в солончаках – 0,05–0,1 % и 1–2 мг/100 г почвы [6–9].

При этом надо отметить, что процессы мобилизации нитратного азота как в черноземах, так и в светло-каштановых почвах достаточно интенсивны [5]. Запасы общего азота в почвах полупустынной зоны России площадью 15 млн составляет 5,2 т/га (0–100 см).

В табл. 1 представлены физико-химические свойства светло-каштановой и лугово-каштановой почв Кизлярских пастбищ.

Таблица 1

Физико-химические свойства основных типов почв
/ Physical and chemical properties of the main types of soils

Показатель почвы	Тип почвы	
	Светло-каштановая	Лугово-каштановая
Гумус, %	1,18	1,33
N общий, %	0,08	0,1
N гидролизуемый, мг/кг	49,4	52,6
P ₂ O ₅ , мг/кг	0,53	0,84
K ₂ O, мг/кг	30,8	33,8
Плотность, г/см ³	1,18	1,18
Плотность твердой фазы	2,58	2,6
Пористость общая, %	52,2	52,2
Пористость аэрации, %	25,5	22,5
Наименьшая влагоемкость, %	18,8	23,6
Водопроницаемость, мм/мин	1,41	1,26
ЕКО, мг/экв.	9,8	12,6
pH	7,1	7,4

Изучено влияние почвенных показателей светло-каштановой и лугово-каштановой почвы Кизлярских пастбищ: плотность, влагоемкость, емкость катионного обмена, pH, гумус, пористость на мобильность азота (табл. 2).

Параметры расчетов уравнений парной регрессии зависимости гидролизуемого азота от физико-химических свойств светло-каштановой и лугово-каштановой супесчаных малогумусированных почв показывают, что к увеличению гидролизуемого азота в лугово-каштановой почве по сравнению со светло-каштановой почвой приводит уплотнение лугово-каштановой почвы под доминантами многолетних растений полыни таврической и Лерха и др., повышение влагоемкости, емкости катионного обмена, pH, незначительно содержания гумуса и

уменьшение пористости. Значения коэффициентов регрессии β показывают, что на содержание гидролизуемого азота в почвах оказывают влияние их физико-химические свойства, которые расположены в следующей последовательности: плотность > влагоемкость > емкости катионного обмена > pH > пористость.

Таблица 2

Уравнения парной регрессии зависимости содержания гидролизуемого азота от физико-химических свойств светло-каштановой и лугово-каштановой почв
/ Pair regression equations for the dependence of hydrolyzed nitrogen content on the physical and chemical properties of light-chestnut and meadow-chestnut soils

Физико-химическое свойство почвы	Уравнение регрессии	Коэффициент регрессии, β
Гумус, %	$Y = 0,046x - 1,135$	0,046
Плотность твердой фазы	$Y = 160x - 363,4$	160
Пористость аэрации, %	$Y = -1,067x + 76,6$	-1,067
Наименьшая влагоемкость, %	$Y = 1,5x - 55,3$	1,5
ЕКО, мг/экв.	$Y = 0,875x - 33,425$	0,875
pH	$Y = 0,093x - 2,4687$	0,093

В табл. 3 представлены данные исследований концентрации и запасов азота в верхних горизонтах почв Кизлярских пастбищ (КБС) в заповедных условиях за 2011–2018 гг.

Содержание общего азота колеблется в пределах 0,15–0,20 % во всех типах почв. Горизонты 0–20 см лугово-каштановой (0,14–0,22 %) и светло-каштановой (0,18–0,24 %) почв более обогащены азотом весной, чем солончак типичный (0,11–0,19 %), коэффициент вариации азота в этих почвах соответственно 16,6, 14,5 и 18,6 %.

На содержание азота в изученных почвах влияют низкая емкость поглощения (15–30 мг-экв/100 г лугово-каштановой почвы и 5–12 мг-экв/100 г светло-каштановой почвы), реакция среды – слабощелочная (pH 7,3–8), количество гумуса (0,08–1,2 %) и илстой фракции. Почвы весной отличаются низкой степенью обеспеченности легкогидролизующим азотом в корнеобитаемом слое для солончака типичного (3,8 мг/100г) и средней для лугово-каштановой (4,5 мг/100 г) и светло-каштановой почв (4,3 мг/100 г). Осенью содержание азота снижается, наблюдаются его колебания от 3,5 до 3,8 мг/100 г, согласно данным по Тюрину – Кононовой, где низкое содержание легкогидролизующего азота <3,1–4,0 мг/100 г, среднее – <4,1–5,0 мг/100 г [22].

Таблица 3

Концентрация, %, в горизонте (0–20 см) и запасы, т/га, азота в почвах за 2011–2018 гг. (заповедный режим)
/ Concentration, %, in the horizon (0–20 cm) and reserves, t/ha, of nitrogen in soils for 2011–2018 (reserved regime)

Элемент	Тип почвы								
	Светло-каштановая			Лугово-каштановая			Солончак типичный		
	M±m	S	V, %	M±m	S	V, %	M±m	S	V, %
N общий, %	<u>0,18±0,01</u> 0,17±0,02	<u>0,03</u> 0,04	<u>16,6</u> 17,6	<u>0,2±0,01</u> 0,17±0,02	<u>0,03</u> 0,05	<u>14,5</u> 11,7	<u>0,15±0,01</u> 0,14±0,02	<u>0,03</u> 0,04	<u>18,6</u> 28,6
Запасы N, т/га	<u>4,3±0,11</u> 4,0±0,12	<u>0,25</u> 0,28	<u>5,81</u> 7,0	<u>4,7±0,1</u> 4,0±0,11	<u>0,24</u> 0,25	<u>5,10</u> 6,25	<u>3,4±0,17</u> 3,2±0,19	<u>0,37</u> 0,42	<u>10,9</u> 13,1
N, л.г. мг/100 г	<u>4,3±0,18</u> 3,5±0,20	<u>0,41</u> 0,45	<u>9,5</u> 12,8	<u>4,5±0,21</u> 3,8±0,22	<u>0,46</u> 0,49	<u>10,2</u> 12,9	<u>3,8±0,19</u> 3,5±0,22	<u>0,43</u> 0,48	<u>11,3</u> 13,7
% от N общего	<u>2,4</u> 2,1			<u>2,3</u> 2,2			<u>2,6</u> 2,5		

Примечание. В числителе – N, % весной, в знаменателе – N, % осенью; X – средняя; ±m – ошибка средней; S – среднеквадратичное отклонение; V, % – коэффициент вариации.

Результаты исследований показывают существенное различие в содержании азота и углерода в светло-каштановой почве под различными растительными ассоциациями: 2011 г. – эфемероидно-полынно-злаковая; 2012 г. – злаково-солянковая; 2013 г. – полынно-солянково-злаковая (заповедный режим) (рис. 1).

Светло-каштановые почвы имеют среднюю степень обеспеченности азотом. Содержание колеблется с апреля по октябрь: в 2011 г. общего азота – от 0,21 до 0,17 %, легкогидролизующего азота – от 48,4 до 40,3 мг/кг, углерода – от 0,42 до 0,41 %; в 2012 г. азота – от 0,37 до 0,32 % и от 38,9 до 37,7 мг/кг соответственно, углерода – от 0,57 до 0,51 %; в 2013 г. азота – от 0,05 до 0,04 % и от 42,2 и 36,8 мг/кг, углерода – от 0,39 до 0,21 %. Содержание азота в светло-каштановой почве в 2012 г. выше в 1,5–1,8 раза по сравнению с 2011 г. и в 4–7 раз выше, чем в 2013 г. Содержание легкогидролизующего азота в почве весной несколько выше, чем осенью, в 2012 г. накопление азота ниже, чем в 2011 и 2013 гг. Величины соотношения C/N различаются существенно – от 2 до 7,8 (рис. 1).

Запасы азота в горизонте 0–60 см светло-каштановой почвы составили 12,6 т/га под злаково-солянковой растительностью (2012 г.), что превышает значения, полученные под эфемероидно-полынно-злаковой (2011 г.) и полынно-солянково-злаковой ассоциациями (2013 г.).

Запасы азота светло-каштановой почвы осенью 2011 и 2013 гг. уменьшаются по сравнению с весной, возможно, это объясняется высокими температурами воздуха (25–25,8 °C), выносом урожаем (рис. 2).

Запасы азота весной 2011 г. (5,0 т/га) и осенью 2012 г. (5,5 т/га) в почвах выше по сравнению с сезонной годичностью 2011–2013 гг. (рис. 2).

Значительному урожаю и накоплению азота на участках в заповедных условиях способствовали благоприятные гидротермические условия в эти периоды. Весной 2011 г. средняя температура воздуха составила 15,2–17,8 °C, влажность почвы – 62–76,6 %, запасы азота – 5,0 т/га, содержание легкогидролизующего азота – 4,3 мг/100 г, P₂O₅ – 14,2, K₂O – 303 мг/кг, что способствовало высокой урожайности эфемеров и эфемероидов (1,57 т/га) и сенокосению трав, что нехарактерно для полупустынных ландшафтов Кизлярских пастбищ. Снижение в почве гидролизующего азота (3,5 мг/100 г), P₂O₅ – 10,6, K₂O – 282 мг/кг в осенний период объясняется выносом значительного количества этих элементов урожаем фитомассы.

Максимальная продуктивность фитоценозов в 2012 г. колеблется осенью от 2,11 до 6,95 т/га на светло-каштановой почве при увлажненности до 203,8 за июнь – август; весной – от 0,1 до 0,17 т/га при засухливости климата 37,3, менее благоприятном для растений. Продуктивность фитоценозов в июле-августе 2012 г. в 21–41 раз выше, чем в апреле-мае. В августе-сентябре 2012 г. доминирует полынно-солянковая ассоциация. При очевидной смене доминирующих видов в сообществе доминантом становится солянка иберийская (курай) (*Salsola iberica*) (95–97 % всей территории пастбищ), оказавшаяся более солевыносливой и засухоустойчивой. Питательных элементов в 2012 г. почвы накопили меньше, чем в 2011 г.: азота гидролизующего – на 9,9 %, P₂O₅ – на 9,2, K₂O – на 3,4. В 2013 г. при увлажненности 7,3, температуре воздуха 27,4 °C, урожайности 3,63 т/га запасы азота весной и осенью (3,2 и 2,6 т/га) меньше, чем в 2011–2012 гг. (рис. 2 и табл. 3).

На контрольном участке (светло-каштановая почва, находящаяся под действием интенсивного

выпаса скота) происходит значительное уменьшение запасов углерода и азота в 1,6–1,8 раза и составляет соответственно 2,6 и 6,7 т/га. Различия запасов азота в 2011–2013 гг. связаны с урожайностью фитоценоза, климатическими условиями, в частности с количеством осадков и формируемыми ими запасами влаги, оказывающими существенное влияние на накопление азота и других питательных элементов в почве. В дополнение к вышесказанному приведены уравнения множественной регрессии зависимости содержания азота от урожайности фитомассы и климатических факторов (табл. 4).

В результате расчетов получены уравнения множественной регрессии. Установлено, что для светло-каштановой почвы весной увеличение X_1 (урожайность фитомассы на 1 т/га) приводит к увеличению Y (запасов азота) в среднем на 1,23 т/га, а осенью – в среднем на 1,49 т/га; для лугово-каштановой – на 0,18 т/га весной и 10,3 т/га осенью. Таким образом, наибольшее влияние на результат запаса азота в почвах оказывает фактор урожайности фитомассы. Статистическая значимость уравнения проверена с помощью коэффициента детерминации. Установлено, что в исследуемой ситуации 99,8 и 88,3 % общей вариальности запаса азота в почвах объясняется изменением факторов урожайности фитоценоза.

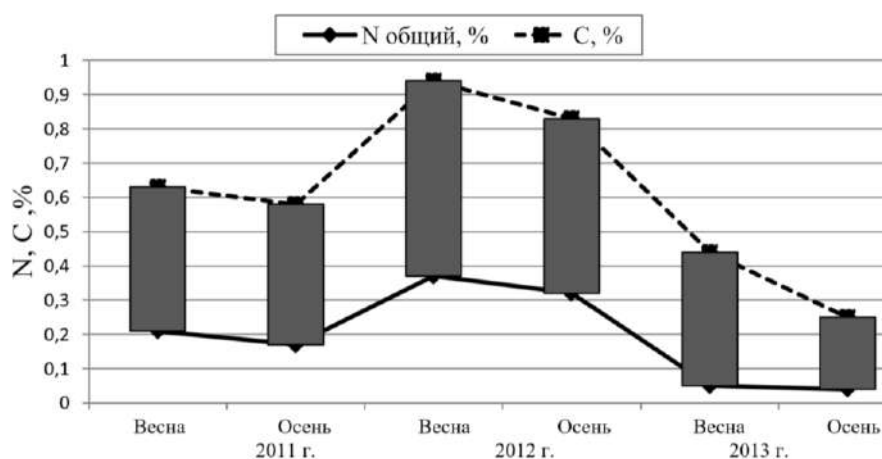


Рис. 1. Концентрация N и C, %, в светло-каштановой почве в сезоны весной (май-апрель) и осенью (сентябрь-октябрь) под следующими растительными ассоциациями: 2011 г. – эфемероидно-полынно-злаковая; 2012 г. – злаково-солянковая; 2013 г. – полынно-солянково-злаковая / Fig. 1. Concentration of N and C, %, in light chestnut soil in the seasons of Spring (May-April) and Autumn (September-October) under the following plant associations: 2011 - ephemeroideum-wormwood-cereal; 2012 - cereal - saltwort; 2013 - wormwood-saltwort-cereal

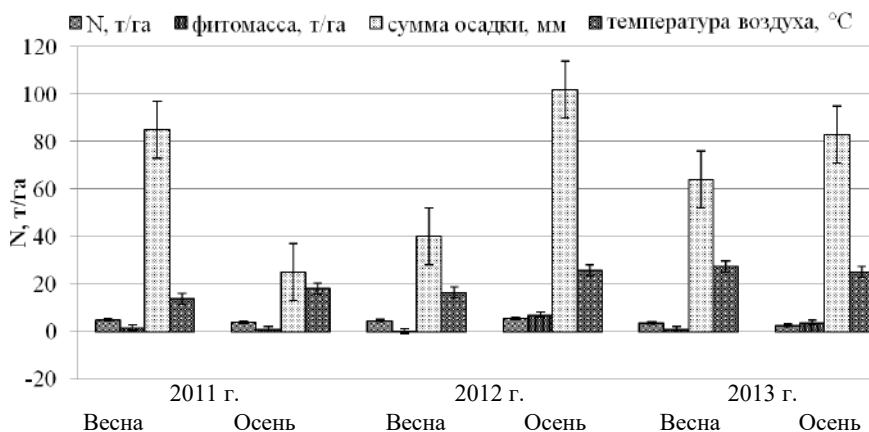


Рис. 2. Зависимость запасов азота в слое 0–60 см светло-каштановой почвы от температуры воздуха и количества осадков за 2011–2013 гг. КБС / Fig. 2. Dependence of nitrogen reserves in the 0-60 cm layer of light-chestnut soil on air temperature and precipitation for 2011-2013 KBS

Таблица 4

Уравнения множественной регрессии зависимости содержания азота от урожайности фитомассы и климатических факторов на светло-каштановой и лугово-каштановой почвах 2011 г. (заповедный режим) / Multiple regression equations for the dependence of nitrogen content on the yield of phytomass and climatic factors on light-chestnut and meadow-chestnut soils in 2011 (reserved regime)

Сезон	Тип почвы	r_{xy}	R^2	Уравнение регрессии
Весна	Светло-каштановая	0,98	0,98	$Y = 0,092 + 1,23X_1 - 0,001X_2 - 0,003X_3$
	Лугово-каштановая	0,86	0,88	$Y = 1,35 + 0,18X_1 - 0,002X_2 + 0,008X_3$
Осень	Светло-каштановая	0,97	0,93	$Y = 0,63 + 1,49X_1 + 0,001X_2 - 0,003X_3$
	Лугово-каштановая	0,8	0,83	$Y = -3,95 + 10,3X_1 - 0,03X_2 - 0,02X_3$

Примечание. r_{xy} – коэффициент корреляции; R^2 – коэффициент детерминации; y – запасы N, т/га; X_1 – урожайность воздушно-сухой фитомассы, т/га; X_2 – Σ осадки, мм; X_3 – температура воздуха, °C

Результаты исследований совпадают с данными авторов [23]. На участке с обычной пастьбой за 3 года произошло уменьшение запаса гумуса в слое 0–50 см на 2,1 т/га, на сильноэродированном участке – на 4,6 т/га, из них 3,95 т/га приходится на верхний слой (0–10 см). По данным Д.С. Орлова [24], потери гумуса для почв Дагестана связаны с уменьшением количества растительных остатков, поступающих в почву, усилением минерализации гумуса при орошении, потерями гумуса в результате водной и ветровой эрозии и недостаточного применения органических удобрений.

Полученные данные совпадают и с результатами исследований авторов [18], по которым содержание минерального азота в каштановых почвах Ростовской области к осени уменьшается в связи со снижением биологической активности и климатическими показателями. Также установлено, что к осени происходит снижение рН почв, что может быть связано с поступлением органических веществ.

Результаты исследований концентрации азота в почвах Кизлярских пастбищ в заповедных условиях (снятие выпаса и сенокосения) 2011–2018 гг. показывают увеличение накопления и запасов общего и легкогидролизуемого азота и его перераспределение, возможно, в результате перехода азота из трудногидролизуемой фракции в более мобильные (минеральная и легкогидролизуемая) за счет повышения урожайности по сравнению с территорией с бессистемным выпасом скота.

Полученные данные исследований позволяют оценить азотный фонд и особенности накопления азота в различных типах почв Кизлярских пастбищ в заповедных условиях без антропогенной нагрузки, что помогает в поиске путей сохранения плодородия почв региона и разработке мероприятий по повышению продуктивности фитоценозов.

Заключение

Изучены основные характеристики светло-каштановой и лугово-каштановой почв Кизлярских пастбищ: плотность, влагоемкость, емкость катионного обмена, рН, гумус, пористость на мобильность азота. Установлено, что на содержание гидролизуемого азота в почвах оказывают влияние их физико-химические свойства, которые расположены по мере уменьшения их влияния: плотность > влажность > ёмкость катионного обмена > рН > пористость.

Выявлено, что общий азот в светло-каштановой, лугово-каштановой почвах и солончаке типичном колеблется в пределах 0,15–0,2 %, легкогидролизуемый азот – от 2,4–5,3 мг/100 г при низкой и средней степени обеспеченности (заповедный режим). Обна-

ружено, что гумусовый горизонт лугово-каштановой почвы (5,5 т/га) под полынно-злаковой и светло-каштановой почвы (5,0 т/га) под эфемероидно-полынно-злаковыми ассоциациями более обогащен азотом по сравнению с солончаком типичным (3,8 т/га) под разнотравно-кострово-петросимониевой ассоциацией. Выявлено, что запасы азота и углерода в почве весной составляют около 5 т/га азота и 13,4 т/га углерода, а осенью запасы азота и углерода ниже в 1,5 раза, что связано с уменьшением количества видов и проективного покрытия фитоценоза до 40–50 %, а также находится под влиянием гидротермических условий. На контрольном участке с интенсивным выпасом скота запасы азота и углерода в почве ниже в 1,6–1,8 раза.

Различия запасов азота в 2011–2018 гг. связаны с урожайностью фитоценоза, климатическими условиями, количеством осадков и формируемыми ими запасами влаги, оказывающими существенное влияние на накопление азота и других питательных элементов в почве. Необходимо отметить, что причинами деградации являются последствия нерационального использования Кизлярских пастбищ по сравнению с территорией горных районов. Результаты исследований показывают, что заповедные условия при отсутствии или несистемном выпасе скота (перегон на горные отгонные пастбища) повышают продуктивность пастбищ, способствуют накоплению питательных веществ азота, фосфора, калия, улучшают состояние и качество засушливой территории Кизлярских пастбищ.

Литература

1. Баламирзоев М.А., Мирзоев Э.М.-Р., Аджиев А.М., Муфараджиев К.Г. Почвы Дагестана. Экологические аспекты их рационального использования. Махачкала: Даг. кн. изд-во, 2008. 336 с.
2. Kulakova N. Y. Impact of plant species on the formation of carbon and nitrogen stock in soils under semi-desert conditions // European J. of Forest Research. 2012. Vol. 131, № 6. P. 1717–1726.
3. Кулакова Н.Ю., Абатуров Б.Д., Нухимовская Ю.Д. Элементы круговорота С и N в природных и антропогенных экосистемах полупустыни Северного Прикаспия // Аридные экосистемы. 2017. Т. 23, № 1 (70). С. 17–25.
4. Абатуров Б.Д., Кулакова Н.Ю. Роль выпаса животных и степных палов в круговороте азота и зольных элементов в степных пастбищных экосистемах // Аридные экосистемы. 2010. Т. 16, № 2. С. 54–64.
5. Кулакова Н.Ю. Распределение запасов углерода и азота в лугово-каштановых почвах Северного Прикаспия в естественных степных растительных сообществах и в лесных насаждениях // Вестн. ВГУ. 2014. № 1. С. 47–52.

6. Саидов А.К. Опустынивание почв водно-аккумулятивных равнин аридных областей России на примере почв Кизлярских пастбищ Дагестана : автореф. дис. ... д-ра биол. наук. М., 2009. 40 с.

7. Баламирзоев М.А., Котенко М.Е. Экологические аспекты эволюции почв дельтовых районов Западного Прикаспия // Юг России: экология, развитие. 2009. № 4 (4). С. 200–204.

8. Залибеков З.Г. Опыт экологического анализа почвенного покрова Дагестана. Махачкала: Прикаспийский ин-т биол. ресурсов, 1995. 146 с.

9. Гасанов Г.Н. Научные основы повышения плодородия почв Западного Прикаспия. Махачкала: ДГСХА, 2005. 258 с.

10. Практикум по агрохимии / Б.А. Ягодин, И.П. Дерюгин, Ю.П. Жуков, В.А. Демин, А.В. Петербургский, В.В. Кидин, А.Ф. Слипчик, А.И. Кулюкин, С.М. Саблина. М.: Агропромиздат, 1987. 275 с.

11. Аринушкина Е.В. Руководство по химическому анализу почв. М.: Изд-во МГУ, 1962. 491 с.

12. Гасанов Г.Н., Асварова Т.А., Гаджиев К.М., Баширов Р.Р., Абдулаева А.С., Ахмедова З.Н., Салихов Ш.К. Видовой состав и продуктивность пастбищных фитоценозов Терско-Кумской низменности (на примере Кочубейской биосферной станции ПИБР ДНЦ РАН) // Растительные ресурсы. 2017. № 53 (4). С. 459–475.

13. Гасанов Г.Н., Асварова Т.А., Гаджиев К.М., Баширов Р.Р., Абдулаева А.С., Ахмедова З.Н., Салихов Ш.К., Семенова В.В., Шайхалова Ж.О. Аккумуляция калия и кальция растительными ассоциациями пастбищных фитоценозов Терско-Кумской низменности // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2019. № 1. С. 46–56. Doi: 10.23683/0321-3005-2019-1-46-55.

14. Блэк К.А. Растение и почва / пер. с англ. Э.И. Шконде. М.: Колос, 1973. 504 с.

15. Абатуров Б.Д. Кормовые ресурсы, обеспеченность пищей и жизнеспособность популяций растительных млекопитающих // Зоол. журн. 2005. Т. 84, № 10. С. 125–127.

16. Бобрицкая М.А. Поступление азота в почву с атмосферными осадками в различных зонах европейской части СССР // Почвоведение. 1962. № 12. С. 5–61.

17. Кулакова Н.Ю., Абатуров Б.Д. Элементы круговорота азота в ландшафтах Северного Прикаспия // Поволжский экол. журн. 2010. № 2. С. 151–159.

18. Симонович Е.И., Гончарова Л.Ю. Некоторые закономерности сезонной динамики почвенной биоты и агрохимических показателей в каштановых почвах юго-востока Ростовской области // Современные проблемы науки и образования. 2016. № 2. С. 277–282.

19. Вальков В.Ф., Казеев К.Ш., Колесников С.И. Почвы Юга России. Ростов н/Д.: Эверест, 2008. 216 с.

20. Дегтярева Е.Т. Агропроизводственная группировка и характеристика почв Волгоградской области : автореф. дис. ... канд. с.-х. наук. М., 1975. 30 с.

21. Войсковой А.И. Оценка адаптивных и хозяйственно-биологических особенностей озимой пшеницы в сортоиспытании на черноземных и каштановых

почвах Ставропольского края : дис. ... канд. с.-х. наук. Ставрополь, 1996. 158 с.

22. Практикум по агрохимии / под ред. В.Г. Минева. М.: МГУ, 2001. 689 с.

23. Усманов Р.З., Осипова С.В. Накопление органической массы агроценозом в почвах Терско-Кумской низменности при естественных и антропогенных условиях // Юг России: экология, развитие. 2009. № 3. С. 97–100.

24. Орлов Д. С. Химия почв. М.: Изд-во МГУ, 1985. 376 с.

References

1. Balamirzoev M.A., Mirzoev E.M.-R., Adzhiev A.M., Mufaradzhev K.G. (2008). *Soil of Dagestan. Environmental aspects of their rational use*. Makhachkala, Dagestan Book Publishing House, 336 p. (in Russian).

2. Kulakova N. Y. (2012). Impact of plant species on the formation of carbon and nitrogen stock in soils under semi-desert conditions. *European Journal of Forest Research*, vol. 131, No. 6, pp. 1717-1726.

3. Kulakova N. Y., Abaturov B. D., Nukhimovskaya Y. D. (2017). Elements of the C and N cycle in natural and anthropogenic ecosystems of the Northern Caspian semi-desert. *Aridnye ekosistemy*, vol. 23, No. 1 (70), pp. 17-25. (in Russian).

4. Abaturov B. D., Kulakova N. Y. (2010). Role of animal grazing and steppe logs in the cycle of nitrogen and ash elements in steppe pasture ecosystems. *Aridnye ekosistemy*, vol. 16, No. 2, pp. 54-64. (in Russian).

5. Kulakova N. Y. (2014). Distribution of carbon and nitrogen reserves in meadow-chestnut soils of the Northern Precaspian in natural steppe plant communities and in forest stands. *Vestnik VSU*, No. 1, pp. 47-52. (in Russian).

6. Saidov A. K. (2009). *Desertification of soils of water-accumulative plains of arid regions of Russia on the example of soils of Kizlyar pastures of Dagestan*. Dissertation Thesis. Moscow, 40 p. (in Russian).

7. Balamirzoev M. A., Kotenko M. E. (2009). Ecological aspects of soil evolution in the Delta regions of the Western Caspian sea. *Yug Rossii: ekologiya, razvitie*, No. 4 (4), pp. 200-204. (in Russian).

8. Zalibekov Z. G. (1995). *Experience of ecological analysis of the soil cover of Dagestan*. Makhachkala, Caspian Institute of Biological Resources Press, 146 p. (in Russian).

9. Gasanov G. N. (2005). *Scientific bases of increasing soil fertility in the Western Caspian sea*. Makhachkala, DSAA Press, 258 p. (in Russian).

10. *Practicum on agrochemistry*. (1987). B. A. Yagodin, I. P. Deryugin, Yu. P. Zhukov, V. A. Demin, A.V. Peterburgsky, V. V. Kidin, A. F. Slipchik, A. I. Kulyukin, S. M. Sablina. Moscow, Agropromizdat Publ., 275 p. (in Russian).

11. Arinushkina E. V. (1962). *Guide to chemical analysis of soils*. Moscow, MSU Press, 491 p. (in Russian).

12. Gasanov G.N., Asvarova T.A., Gadzhiev K.M., Bashirov R.R., Abdulayeva A.S., Akhmedova Z.N., Salikhov Sh.K. (2017). Species composition and productivity of pasture phytocenoses of the Tersk-Kum lowland (on the example of the Kochubey biosphere station of the PIBR DNC RAS). *Rastitel'nye resursy*, No. 53 (4), pp. 459-475. (in Russian).
13. Hasanov G.N., Asvarova T.A., Gadzhiev K.M., Bashirov R.R., Abdulayeva A.S., Akhmedova Z.N., Salikhov Sh.K., Semenova V.V., Shaikhalova Zh.O. (2019). The accumulation of potassium and calcium in plant associations of grassland plant communities of Terek-Kuma lowland. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki (Bulletin of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region. Natural Science)*, No. 1, pp. 46-56, doi: 10.23683/0321-3005-2019-1-46-55. (in Russian).
14. Black K.A. (1973). *Plant and soil*. Transl. by I. Shkonde. Moscow, Kolos Publ., 504 p. (in Russian).
15. Abaturov B.D. (2005). Forage resources, food security and viability of populations of herbivorous mammals. *Zool. zhurn.*, vol. 84, No. 10, pp. 125-127. (in Russian).
16. Bobritskaya M.A. (1962). Nitrogen input into the soil with atmospheric precipitation in various zones of the European part of the USSR. *Pochvovedenie*, No. 12, pp. 5-61. (in Russian).
17. Kulakova N. Y., Abaturov B. D. (2010). Elements of the nitrogen cycle in the landscapes of the Northern Precaspian. *Povolzhskii ekol. zhurn.*, No. 2, pp. 151-159. (in Russian).
18. Simonovich E.I., Goncharova L.Y. (2016). Some regularities of seasonal dynamics of soil biota and agrochemical indicators in chestnut soils of the South-East of the Rostov region. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya*, No. 2, pp. 277-282. (in Russian).
19. Valkov V. F., Kazeev K. Sh., Kolesnikov S.I. (2008). *Soil of the South of Russia*. Rostov-on-Don, Everest Publ., 216 p. (in Russian).
20. Voiskovoy A.I. (1996). *Assessment of adaptive and economic and biological features of winter wheat in variety testing on chernozem and chestnut soils of the Stavropol territory*. Dissertation Thesis. Stavropol, 158 p. (in Russian).
21. Degtyareva E.T. (1975). *Agroproduction grouping and soil characteristics of the Volgograd region*. Dissertation Thesis. Moscow, 30 p. (in Russian).
22. *Workshop on agrochemistry*. (2001). V.G. Mineev (Ed.). Moscow, Moscow State University Press, 689 p. (in Russian).
23. Usmanov R.Z., Osipova S.V. (2009). Accumulation of organic mass by agrocenosis in the soils of the Tersk-Kum lowland under natural and anthropogenic conditions. *Yug Rossii: ekologiya, razvitie*, No. 3, pp. 97-100. (in Russian).
24. Orlov D. S. (1985). *Soil chemistry*. Moscow, MSU Press, 376 p. (in Russian).

УДК 911.3+314.88

doi 10.18522/1026-2237-2020-4-75-80

ГЕОГРАФИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ДЕМОГРАФИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

© 2020 г. И.В. Закиров¹, А.В. Боголюбов¹¹Башкирский государственный университет, Уфа, Россия

GEOGRAPHICAL ASPECTS OF DEMOGRAPHIC FORECASTING METHODS

I.V. Zakirov¹, A.V. Bogolyubov¹¹Bashkir State University, Ufa, Russia

Закиров Ильнур Вагизович – кандидат географических наук, доцент, и.о. заведующего кафедрой туризма, геоурбанистики и экономической географии, Башкирский государственный университет, ул. К. Маркса, 3/4, г. Уфа, Республика Башкортостан, 450076, Россия, e-mail: ziv7702@yandex.ru

Ilnur V. Zakirov - Candidate of Geography, Associate Professor, Acting Head of the Department of Tourism, Geo-Urbanism and Economic Geography, Bashkir State University, K. Marksa St., 3/4, Ufa, Republic of Bashkortostan, 450076, Russia, e-mail: ziv7702@yandex.ru

Боголюбов Алексей Вячеславович – аспирант, кафедра туризма, геоурбанистики и экономической географии, Башкирский государственный университет, ул. К. Маркса, 3/4, г. Уфа, Республика Башкортостан, 450076, Россия, e-mail: alexejbogolyubov@gmail.com

Aleksey V. Bogolyubov - Postgraduate, Department of Tourism, Geo-Urbanism and Economic Geography, Bashkir State University, K. Marksa St., 3/4, Ufa, Republic of Bashkortostan, 450076, Russia, e-mail: alexejbogolyubov@gmail.com

Приведена классификация геодемографических прогнозов по основным критериям: прогнозному горизонту, целям, охвату территории. Проанализированы основные методы и выявлены особенности их применения в геодемографическом прогнозировании. В практической части использованы математические и графические методы. Выявлено, что применение конкретного метода геодемографического прогнозирования зависит от многих факторов: цели прогноза, размера территории, прогнозного горизонта, социально-демографических показателей населения, наличия всеобъемлемой демографической статистики, и др. Подчеркивается важность правильного подбора методов при геодемографическом прогнозировании. Для небольших территорий, для которых отсутствует полный спектр демографической статистики, и при небольшом прогнозном горизонте для геодемографического прогнозирования применимы простые математические функции. В других случаях следует применять более сложные методы, учитывающие всю демографическую ситуацию территории. Произведен геодемографический прогноз численности населения г. Уфы экстраполяционным и когортно-компонентным методом и выявлены различия в точности оценки. Для достоверного прогнозирования численности населения городов и районов следует использовать методы междисциплинарного характера. Результаты исследования могут применяться при стратегическом социально-экономическом планировании территорий местными органами власти (например, г. Уфы).

Ключевые слова: геодемографический прогноз, экстраполяционный метод, аналитические методы, метод передвижки возрастов, прогнозный горизонт, урбанизация.

Classification geodemographic forecasts on the following criteria: the forecast horizon, goals, coverage of the territory. The main methods of geodemographic forecasting are analyzed and features of their application in geodemographic forecasting are revealed. In the practical part, mathematical and graphical methods are used. It was revealed that the use of a specific method of geodemographic forecasting depends on many factors: the purpose of the forecast, the size of the territory, forecast horizon, socio-demographic indicators of the population, the presence of comprehensive demographic statistics, etc. The importance of the correct selection of methods for geodemographic forecasting is emphasized. For small areas, in the absence of a full range of demographic statistics and with a small forecast horizon, simple mathematical functions are applicable for geodemographic forecasting. In other cases, more sophisticated methods should be applied, taking into account the entire demographic situation of the territory. A geodemographic forecast of the population of Ufa by the extrapolation and cohort-component method was made, and differences in the accuracy of forecasts for the territory were revealed. Reliable forecasting of the population of cities and regions requires methods of an interdisciplinary nature. The results of the study can be used in strategic socio-economic planning of territories by local authorities (for example, Ufa).

Keywords: geodemographic forecast, extrapolation method, analytical methods, cohort-component method, forecast horizon, urbanization.

Введение

Прогнозирование численности населения – это крайне важный инструмент, используемый при социально-экономическом планировании развития территории. Зная о тенденции изменения численности населения, мы можем точнее определять потребности населения и экономики страны в дальнейшем. Точность прогноза при этом будет зависеть от многих факторов.

Особенно возрастают требования к точности геодемографических прогнозов в современную эпоху в связи с глобальными вызовами, на которые необходимо найти эффективные ответы. Среди таких общемировых проблем следует отметить быстрый рост численности населения планеты и перенаселенность крупнейших городов, продовольственную и экологические проблемы, истощение ресурсов, быстрое распространение опасных болезней и множество других. Без точных демографических прогнозов численности населения территорий разного масштаба решать глобальные проблемы человечества невозможно. Этим подтверждается актуальность выбранной темы исследования. Целью статьи являются систематизация и классификация методов демографических прогнозов отдельных территорий для их правильного выбора в зависимости от поставленной цели, оптимизация методов геодемографического прогнозирования и повышение их достоверности.

Демографический прогноз – это обоснованное научно предположение о параметрах демографической ситуации в будущем: численности населения, его распределении по полу и возрасту, естественном и миграционном движении [1]. Такой прогноз выступает обычно в виде исчисления населения на перспективу, что означает расчет половозрастной структуры и численности, который строится на данных об изменениях характеристик в прошлом, с учетом принимаемых гипотез относительно их динамики в будущем. Расчеты эти делают обычно сразу в нескольких вариантах, в которых задаются границы наиболее вероятных изменений.

Одним из видов практических разработок, который использует методику демографического прогноза, считается геодемографическое прогнозирование. В роли оперативных ячеек здесь выступают геодемографические системы (территориальные проекции совокупностей закономерных связей демографических процессов с социально-экономическими факторами), что является важным преимуществом по сравнению с демографическим прогнозом [2].

Важность, особенности геодемографических методов прогнозирования численности населения отдельных территорий и практические их результаты применения имеются во многих работах экономико-географов [2–4].

Методические вопросы и постановка проблемы

Классификация геодемографических прогнозов. Первый критерий, используемый при классификации геодемографических прогнозов, – длина (или широта) прогнозного горизонта. Обычно принято выделять три типа прогнозов по данному критерию: долгосрочные (больше 30 лет), среднесрочные (15–30 лет) и краткосрочные (5–10 лет). От широты используемого горизонта прогноза в случае прочих равных условий будут зависеть надежность прогноза и выбор метода прогнозирования.

В случае краткосрочного прогноза численности населения ожидается, что будут сохраняться и развиваться тенденции геодемографических процессов, наблюдаемые в годы, которые непосредственно предшествуют прогнозируемому периоду [5]. Среднесрочный демографический прогноз зачастую используют в случае разработки комплексных программ развития, поэтому такой прогноз будет содержать в себе наиболее важные для социально-экономического развития геодемографические параметры. Основной же задачей долгосрочного прогноза является определение горизонтов и целей будущей социально-экономической политики с учетом геодемографического фактора.

По охвату пространства, на которое будут распространяться геодемографические прогнозы, принято выделять региональное и глобальное прогнозирование [6]. В кратко- и среднесрочном режиме обычно осуществляется прогнозирование по странам и их внутренним территориям (региональное прогнозирование), а в случае прогнозирования по некоторой группе стран, континенту и миру в целом чаще всего выполняют долгосрочный прогноз (глобальное прогнозирование).

Еще одним важным критерием классификации демографических прогнозов является цель прогноза. По данному критерию принято выделять аналитические, функциональные прогнозы и прогнозы-предостережения.

Аналитический прогноз используется для разработки целей демографической и социально-экономической политики, которые должны предупредить появление тех негативных последствий или проблем, для выявления которых и осуществляется геодемографический прогноз данного вида [1]. Прогноз-предостережение является разновидностью аналитического прогноза, и задачей его является показ всех возможных неблагоприятных и опасных последствий сложившейся на текущий момент демографической ситуации, во избежание которых следует срочно принимать меры [7]. Функциональный прогноз используется для получения информации о будущей численности населения территории, которая нужна, чтобы принимать

решения в социальной, экономической и прочих сферах деятельности социального и государственного управления. Принято выделять два основных класса функциональных прогнозов: прогнозы спроса на население и прогнозы предложения населения.

Методы прогнозирования. Методы, используемые для геодемографического прогнозирования, делятся на два направления – экспертное и формализованное. Формализованное направление представляется большим спектром различных статистических методов. В то же время экспертный подход необходим в случае прогнозирования процессов, которые сложно или вовсе невозможно описать при помощи математического аппарата в силу характера имеющейся информации или же отсутствия информационной базы для прогнозирования.

Методы, основывающиеся на простых математических функциях, используются для геодемографических прогнозов небольших территорий (регионы, районы) [1], в первую очередь тех, для которых недоступна или отсутствует надежная демографическая статистика. На более крупном уровне такие методы применяются редко из-за больших ошибок при неучете изменений в половозрастной структуре в будущем. Если же применить условие, что суммарная численность населения, отдельно рассчитанная по каждому региону, не должна существенно отличаться от общей подсчитанной численности населения, это существенно снижает вероятность ошибок в прогнозе [8].

Наиболее применяемые методы в геодемографическом прогнозировании – это метод передвижки возрастов (когортно-компонентный), экстраполяционный, аналитический.

Метод передвижки возрастов. В силу своей многокомпонентности данный метод является наиболее применяемым при геодемографическом прогнозировании. Первым разработчиком данного метода является демограф из США П. К. Уэллтон. Этот метод имеет два названия (метод передвижки возрастов, или когортно-компонентный метод), его применение основывается на использовании уравнения демографического баланса [6]:

$$P_1 = P_0 + B - D + M_i - M_0,$$

где B – число рождений за период времени, чел.; D – число смертей за период, чел.; M_i – миграционный приток за период, чел.; M_0 – миграционный отток за период, чел.; P_0 и P_1 – численность населения соответственно в начале и конце периода (года), чел. Такие показатели, как B , D , M_i и M_0 , называют компонентами изменения численности населения за определенный период (обычно год).

При прогнозировании этим методом данные о численности отдельных возрастных групп переносят в следующий возраст, и эти показатели пере-

двигаются далее до достижения выбранного прогнозного горизонта. Численность первой возрастной группы определяется исходя из предполагаемого числа рождений, младенческой смертности и смертности в первые годы жизни. Для расчета смертности используются текущие половозрастные уровни смертности, и при передвижении в следующую возрастную группу риск смертности возрастает. Также при использовании когортно-компонентного метода необходимо по возможности учитывать половозрастные интенсивности миграции [9]. Исходя из этих данных, определяется половозрастной состав населения в будущем, коэффициенты естественного движения населения, что и позволяет сделать более точный по сравнению с другими методами геодемографический прогноз.

Менее точными для геодемографического прогнозирования являются методы, которые используют разнообразные математические функции. При прогнозировании экстраполяционным методом применяются экспоненциальная и линейная функции, а аналитический метод предполагает использование логистической и прочих функций, которые выбирают эмпирически, исходя из характера демографической ситуации на территории прогнозирования.

Экстраполяционный метод. Данный метод предполагает использование данных о среднегодовых относительных или абсолютных темпах прироста (убыли) численности, которые наблюдались в период, предшествующий прогнозируемому горизонту. Сделав предположение о том, что они не будут сильно изменяться на всем протяжении этого периода, мы можем легко вычислить предполагаемую численность населения территории на определенное количество лет.

Самый простой из экстраполяционных методов способ геодемографического прогнозирования предполагает, что абсолютные темпы прироста (убыли) численности населения, которые наблюдаются в текущий момент времени, продолжат сохраняться и в будущем.

Простейший экстраполяционный метод использует линейную функцию и исходит из того, что абсолютные значения темпов прироста (убыли) будут неизменны на всем протяжении прогнозного горизонта. Эта функция может быть выражена следующим образом [1]: $P_1 = P_0 + \Delta \cdot t$, где Δ – абсолютный среднегодовой прирост, чел.; t – время, лет; P_0 , P_t – численность населения соответственно в моменты времени 0 и t , чел.

Для серьезных исследований данная функция обычно не применяется или применяется крайне редко, так как резкие колебания численности населения обычно не наблюдаются лишь при краткосрочном прогнозировании.

Реалистичнее будет предположение о том, что будут слабо изменяться относительные значения прироста (убыли) численности населения и в случае допущения одинаковых значений рождаемости и смертности, и при отсутствии или неучете миграции. Это означает использование в геодемографическом прогнозировании экспоненциальной функции. Экспоненциальная функция выглядит более реалистичной, предполагает сохранение относительных уровней прироста (убыли) численности населения территории и выражается следующим образом [6]: $\frac{dP_t}{dt} = r \cdot P_t$, где P_t – численность населения в момент времени t ; t – время, лет; r – среднегодовые темпы прироста, % или доли.

Применять данные функции следует в случаях, когда нет полной статистики, отсутствуют резкие колебания демографической статистики и при небольшой широте прогнозного горизонта, когда другими данными можно пренебречь.

Аналитический метод. При использовании данного метода подбирается функция, которая наиболее близко описывает сложившуюся демографическую ситуацию в предшествующий период времени. Данная функция может быть любой, так как он выбирается эмпирически.

Примером аналитической функции, которая широко применяется в геодемографическом прогнозировании, является логистическая функция, носящая название кривой Ферхюльста – Перла – Рида. Данную функцию выражают следующей формулой [1]:

$$P_t = \frac{1}{a+b \cdot e^{-ut}} = \frac{\frac{1}{a}}{1+\frac{b}{a} \cdot e^{-ut}}, \text{ где } P_t \text{ – численность населения в определенный момент времени } t, \text{ чел.; } 1/a \text{ – некая предельная численность, к которой приближается численность населения с ростом } t; b \text{ – постоянная интеграции; } u \text{ – параметр, определяющий конкретный вид кривой.}$$

Логистические функции не могут отражать всей динамики демографических показателей при долгосрочном прогнозировании, поэтому она может использоваться в первую очередь для геодемографического прогнозирования численности населения территорий (города, районы, регионы) на короткие периоды времени. Прогнозные расчеты с использованием логистической функции требуют знания о численности населения в три момента времени, которые равноудалены друг от друга.

В большинстве же случаев геодемографический прогноз будет осуществляться с помощью сценарного подхода, предусматривающего комбинирование разнообразных параметров территории, что означает создание нескольких вариантов прогноза, в зависимости от предполагаемых уровней демографических показателей. Для разных отличающихся объектов и

задач индивидуально формируются сценарии и гипотезы геодемографического прогноза [2].

Результаты и обсуждение

Основываясь на данных статистики по текущей численности населения, половозрастному составу населения, рождаемости, смертности и миграции в г. Уфе, нами был составлен геодемографический прогноз до 2030 г. с учетом возможных изменений в миграционном движении. Прогноз с использованием экстраполяционного метода (рис. 1) предполагает, что будут сохраняться или немного изменяться среднегодовые темпы прироста (убыли) населения города за счет естественного движения, но миграционные потоки, в первую очередь из районов региона, также будут оказывать серьезное влияние на изменение численности населения.

Экстраполяционный метод геодемографического прогнозирования во всех трех вариантах предполагает рост численности населения в г. Уфе в данный прогнозный горизонт. Но так как сложно предположить сохранение текущих темпов прироста (убыли населения) в достаточно длинный временной промежуток, то такой метод прогнозирования может использоваться с целью определения общих тенденций динамики численности населения городов в стабильные периоды социально-экономического развития на небольшой прогнозный горизонт.

Для сравнения также был произведен геодемографический прогноз численности населения г. Уфы методом передвижки возрастов (рис. 2) с увеличением прогнозного горизонта до 2050 г. Данный прогноз учитывает половозрастной состав населения города и его влияние на изменение численности населения, а для прогнозирования уровня смертности использовались среднереспубликанские половозрастные коэффициенты смертности ввиду отсутствия таких данных на более низком административном уровне. Для учета территориальных факторов также включено миграционное движение населения с использованием массива данных о внутрирегиональном и межрегиональном миграционном обмене.

Геодемографический прогноз численности населения г. Уфы методом передвижки возрастов предполагает совершенно другую демографическую ситуацию в городе в будущем. Численность предположительно будет расти до 2025 г., после чего будет происходить её уменьшение до 2030 г., за которым последует возобновление роста. Варианты прогнозов отличаются из-за различных предположений об изменении миграционного движения населения города и прилегаемых территорий и регионов. Таким образом, результаты прогнозов населения г. Уфы демонстрируют разницу в используемых методах.

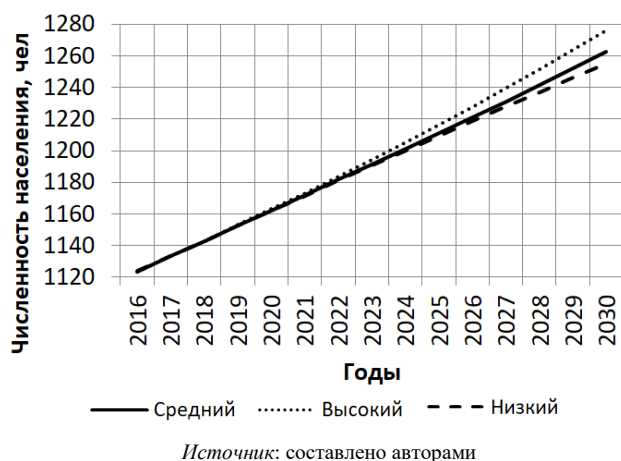


Рис. 1. Динамика численности населения г. Уфы по вариантам прогноза экстраполяционным методом / Fig. 1. The population dynamics of Ufa according to the forecast options by extrapolation method

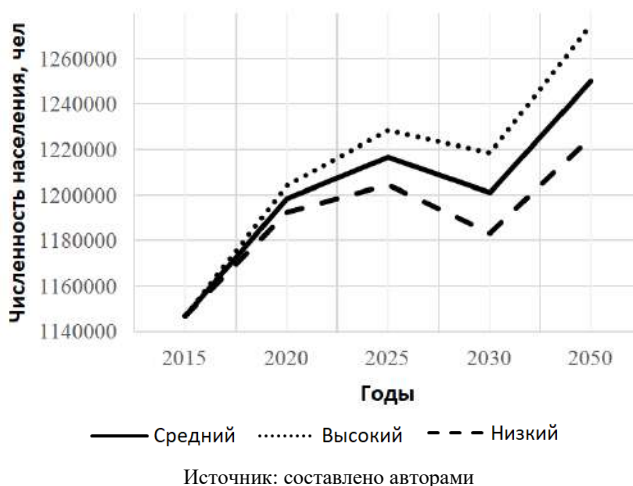


Рис. 2. Динамика численности населения г. Уфы по вариантам прогноза на основе метода передвижки возрастов / Fig. 2. The population dynamics of Ufa according to the forecast options of the cohort-component method

При использовании экстраполяционного метода предполагается, что численность населения города будет только увеличиваться. В случае применения метода передвижки возрастов динамика изменения численности населения – волнообразная, она сначала будет уменьшаться, далее увеличиваться. В прогнозном горизонте до 2030 г. прогнозы данными методами предполагают совершенно разную динамику изменения численности населения. Из-за учета половозрастного состава населения города геодемографический прогноз методом передвижки возрастов видится более близким к реальности, чем прогноз экстраполяционным методом.

При этом следует отметить, что для более точного предвидения численности населения в крупных горо-

дах недостаточно общепринятых методов геодемографического прогнозирования. Так, например, в 1974 г. известные ученые провели исследование и дали прогноз по численности населения крупнейших городов мира на 2000 г. [10], по результатам которого предполагалось, что в 2000 г. в Карачи (Пакистан) будет проживать 16 млн чел., в Киншасе (Демократическая Республика Конго) – 9 млн. Прогнозы не оправдались. В ряде городов численность населения оказалась больше, чем прогнозировалось: в Дакке (Бангладеш) – на 42 %, Гуанчжоу (Китай) – на 38 %, Токио (Япония) – на 25 %. Но в большинстве исследуемых городов численность населения не достигла прогнозируемых значений: в Багдаде (Ирак) она выросла только на 110 %, Тегеране (Иран) – на 98 %, Пекине (Китай) – 95 %, Сеуле (Южная Корея) – 89 %, Киншасе (Демократическая Республика Конго) – 81 % [11]. Увеличение численности населения в крупнейших городах мира было явно переоценено. Выяснилось, что прогнозировать численность населения в городах сложнее, чем в отдельных странах. Чтобы исследовать изменения в размещении населения в пределах стран, недостаточно только геодемографических методов прогнозирования, их необходимо совмещать с методами социально-экономического прогнозирования.

Выводы

Проведенный анализ позволяет сделать следующие выводы:

1. Геодемографическое прогнозирование численности населения относится к важным методам, применяемым в общественной (социально-экономической) географии. Однако требования к достоверности его результатов возросли. Переосмысление классификации, методологии и приемов геодемографических методов прогнозирования с учетом новейших достижений научно-технического прогресса является актуальной научной задачей на современном этапе.

2. Существует большое количество различных методов прогнозирования численности населения. Их использование зависит от многих факторов: цели прогноза, размера территории, прогнозного горизонта, социально-демографических показателей населения, наличия всеобъемлющей демографической статистики и др. Для территорий, где статистика населения очень ограничена, возможно применение только экспертных или простых математических методов, в остальных случаях необходимо использовать более точные методы прогнозирования.

3. В результате проведенных многочисленных прогнозирований численности населения городов в мире выяснилось, что прогноз о быстром росте

крупнейших городов не оправдывается. Это объясняется тем, что высокая плотность населения, социальное напряжение, экологические проблемы в таких городах снижают выгоды урбанизации. Главной движущей силой урбанизационных процессов являются города среднего размера, обеспечивающие экономию от локализации, к которой стремятся отрасли с узкоспециализированными потребностями.

4. В прогнозировании численности населения городов геодемографические методы играют важную роль. Рост городов вплотную зависит от многих социально-экономических, экономико-географических и других факторов и условий. Прогнозирование численности населения – сложный научный процесс междисциплинарного характера с применением геодемографических, картографических, социально-экономических, социальных, политологических и других методов познания.

Литература

1. Медков В.М. Демография. Ростов н/Д.: Феникс, 2011. 448 с.
2. Кириллов П.Л. Региональное демографическое прогнозирование: методические возможности геодемографического подхода // Социально-экономическая география: история, теория, методы, практика: сб. науч. стат. Смоленск, 2011. С. 342–346.
3. Алексеев А.И., Савоскул М.С., Сафронов С.Г. География населения // Социально-экономическая география России. Владивосток: Дальнаука, 2016. С. 36–48.
4. Зубаревич Н.В. Регионы и города России: сценарии-2020. URL: http://carnegieendowment.org/files/ProetContra_51_57-71_all.pdf (дата обращения: 07.02.2020).
5. Sehida K. Methodical bases of geodemographic forecasting // *Problems of Continuous Geographic Education and Cartography*. 2016. Vol. 24. P. 109–116.
6. Демография / под ред. В.Г. Глушковой, Ю.А. Си-магина. М.: Кнорус, 2013. 304 с.
7. Закиров И. В., Закирова А. И. Медико-демографическая характеристика населения России: современные тренды // Социально-экономическая география: теория, методология и практика преподавания: материалы Всерос. науч. конф. с междунар. участием «Третьи Максаковские чтения» (Москва, 18 мая 2018 г.) / под общ. ред. Д.В. Зайца. М.: МПГУ; Перо, 2018. С. 132–136.
8. Wilson T. Quantifying the uncertainty of regional demographic forecasts // *Applied Geography*. 2013. Vol. 42. P. 108–115.
9. Shaykheeva D., Panasyuk M., Malganova I., Khairullin I. World population estimates and projections: Data and methods technologies // *J. of Economics and Economic Education Research*. 2016. Vol. 17, № 2. P. 237–248.

10. World Development Report 2009: Reshaping Economic Geography. URL: <https://openknowledge.worldbank.org/handle/10986/5991> (дата обращения: 21.02.2020).

11. Satterthwaite D. The Transition to a Predominantly Urban World and Its Underpinnings // UNU-WIDER Int. Workshop on Beyond the Tipping Point: Development in an Urban World. London, 2007.

References

1. Medkov V.M. (2011). *Demography*. Rostov-on-Don, Feniks Publ., 448 p. (in Russian).
2. Kirillov P. L. (2011). Regional demographic forecasting: methodological capabilities of the geodemographic approach. *Socio-economic geography: history, theory, methods, practice. Collection of scientific articles*. Smolensk, pp. 342-346. (in Russian).
3. Alekseev A.I., Savoskul M.S., Safronov S.G. (2016). Geography of population. *Socio-economic geography in Russia*. Vladivostok, Dal'nauka Publ., pp. 36-48. (in Russian).
4. Zubarevich N.V. *Regions and cities of Russia: scenarios 2020*. Available at: http://carnegieendowment.org/files/ProetContra_51_57-71_all.pdf (accessed February 7, 2020). (in Russian).
5. Sehida K. (2016). Methodical bases of geodemographic forecasting. *Problems of Continuous Geographic Education and Cartography*, vol. 24, pp. 109-116.
6. *Demography*. (2006). V.G. Glushkova, Yu.A. Simagin (Eds.). Moscow, Knorus Publ., 288 p. (in Russian)
7. Zakirov I.V., Zakirova A.I. (2018). Medical and demographic characteristics of the Russian population: current trend. *Socio-economic geography: theory, methodology and teaching practice: materials of the All-Russian scientific conference with international participation "The Third Maksakov Readings"*. Moscow, MPSU Press, Pero Publ., pp. 132-136. (in Russian).
8. Wilson T. (2013). Quantifying the uncertainty of regional demographic forecasts. *Applied Geography*, vol. 42, pp. 108-115.
9. Shaykheeva D., Panasyuk M., Malganova I., Khairullin I. (2016). World population estimates and projections: Data and methods technologies. *Journal of Economics and Economic Education Research*, vol. 17, No. 2, pp. 237-248.
10. *World Development Report 2009: Reshaping Economic Geography*. Available at: <https://openknowledge.worldbank.org/handle/10986/5991> (accessed February 21, 2020).
11. Satterthwaite D. (2007). The Transition to a Predominantly Urban World and Its Underpinnings. *UNU-WIDER International Workshop on Beyond the Tipping Point: Development in an Urban World*. London, October 19.

УДК 910.2

doi 10.18522/1026-2237-2020-4-81-86

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ТУРИСТСКО-РЕКРЕАЦИОННОГО ПОТЕНЦИАЛА МУНИЦИПАЛЬНЫХ ТЕРРИТОРИЙ

© 2020 г. К.В. Кушнир¹¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

PARAMETRIC ASSESSMENT OF TOURIST AND RECREATION POTENTIAL OF MUNICIPAL TERRITORIES

K.V. Kushnir¹¹Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Кушнир Ксения Владимировна – преподаватель, кафедра туризма, Высшая школа бизнеса, Южный федеральный университет, ул. 23-я Линия, 43, г. Ростов-на-Дону, 344019, Россия, e-mail: labtourism@yandex.ru

Ksenia V. Kushnir - Lecturer, Tourism Department, High School of Business, Southern Federal University, 23-ya Liniya St., 43, Rostov-on-Don, 344019, Russia, e-mail: labtourism@yandex.ru

Предложен алгоритм проведения параметрической оценки туристско-рекреационного потенциала муниципальных территорий, апробированный на примере российского Приазовья. Представленная модель параметрической оценки разработана по результатам анализа классических и современных подходов исследования туризма и рекреации, в настоящей статье показана дополненная и актуализированная версия. Предложена, рассчитана и обоснована система показателей (природного и историко-культурного потенциала, развития туристской инфраструктуры, социально-экономического развития, интегральные показатели развития индустрии туризма), отражающих особенности развития рекреационной сферы в муниципальных районах российского Приазовья. На их основе предложена типология муниципальных районов по уровню и перспективам туристско-рекреационного развития и даны рекомендации по первоочередным мероприятиям в каждом из выделенных муниципалитетов.

Ключевые слова: территориальные особенности, туризм, рекреация, туристско-рекреационный потенциал, муниципальный уровень.

The article considered an algorithm for carrying out a parametric assessment of the tourist and recreational potential of municipal territories, tested on the example of the Russian Azov region. The presented model of parametric assessment based on classical and modern approaches to the study of tourism and recreation, and here is presented an updated version. There have been proposed, have been calculated and have been substantiated a system of indicators (indicators of natural, historical, cultural potential, tourist infrastructure indicators, socio-economic sphere, integral tourism indicators), reflecting the peculiarities of the development of the recreational sphere in the municipal regions of the Russian Azov region. The article proposed a typology of municipal districts in terms of the level and prospects of tourist and recreational development and recommendations are given on priority measures in each of the selected municipalities.

Keywords: territorial features, tourism industry, recreation, tourist and recreation potential, municipalities.

Введение

Территориальная организация туризма и оценка туристско-рекреационного потенциала (ТРП) муниципальных территорий, которые сегодня являются приоритетными для развития внутреннего туризма России, требует разработки адаптированных моделей исследования локальных туристско-рекреационных систем.

Исследованием особенностей развития туризма в регионе российского Приазовья автор занимается с 2013 г. [1–9]. Подбор и поиск методических подходов к изучению туризма, разработанных для региональных туристских комплексов, позволили получить представление об основных теоретико-прикладных алгоритмах, необходимых для оценки

ключевых показателей эффективности функционирования туристской отрасли в регионе. Следует отметить, что применение региональных методик для оценки муниципальных территорий с локальными туристскими ресурсами вызывает ряд затруднений. Во-первых, необходимо учитывать географические различия территорий внутри региона и, как следствие, сформировать прикладной инструментарий для каждой муниципальной территории. Во-вторых, разработка алгоритма применения показателей должна быть адаптирована под муниципальный уровень сбора статистических данных. В-третьих, следует также дифференцировать и стратегические направления развития туристской сферы для отдельных локальных территорий.

Сегодня комплексно оценивается ТРП в рамках страны и ее регионов, в то время как территории с менее значимыми туристскими ресурсами локального уровня встречаются гораздо реже в научных трудах с практико-ориентированным подходом. Кроме того, исследования в туристской сфере располагаются на междисциплинарном уровне, что следует учитывать при разработке перечня показателей и методик оценивания перспектив развития туризма. Интеграция географического и экономического подходов крайне необходима для объективного анализа современного состояния и определения точек роста туристских дестинаций на внутрорегиональном уровне.

Исследование классических компонентов природной среды, историко-культурного наследия локальных территорий, их уникальности, исторической, художественной и эстетической значимости должно сопровождаться социально-экономическим и маркетинговым анализом с целью создания прикладных схем развития и продвижения туризма муниципальных территорий. Кроме того, при территориальной дифференциации туризма на муниципальном уровне в границах нескольких регионов (как российское Приазовье, расположенное в Ростовской области, Краснодарском крае и Республике Крым) концептуально следует рассматривать и предлагать к продвижению эти территории как

единую туристскую дестинацию, так и в качестве индивидуальных направлений.

В основу рассматриваемой в настоящей статье авторской модели параметрической оценки вошли подходы В.С. Боголюбова, О.Б. Евреинова, Е.В. Коньшева, Н.В. Ворошилова, Е.С. Губановой и А.А. Минца.

Использование географического и экономического подходов привели к созданию адаптированной для внутрорегионального уровня схемы параметрической оценки ТРП и выявления территориальных особенностей региона российского Приазовья. При этом в авторской параметрической оценке соблюдается классическое представление о туристском потенциале и его важнейших элементах (ресурсные и инфраструктурные), а также принципиальном значении окружающей социально-экономической среды [10–18]. Настоящая модель может быть применена для оценки других территорий Российской Федерации с локальными туристскими ресурсами, разработки векторов их развития и продвижения на внутророссийском рынке туристских услуг.

Материалы и методы исследований

Алгоритм авторской параметрической оценки предполагает комплексное исследование, которое проводится в 5 этапов. Схема выполнения работ, качественный и количественный набор показателей представлены на рис. 1.

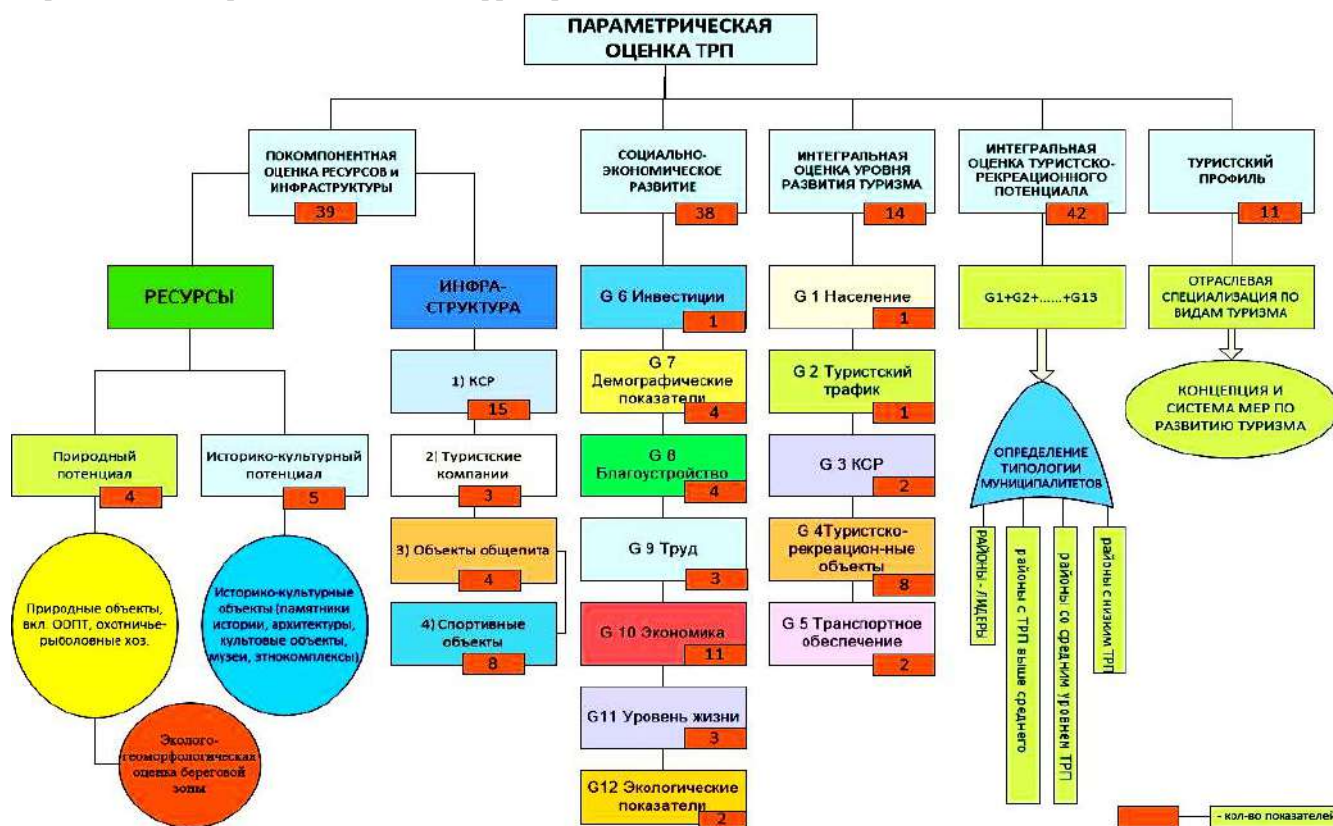


Рис. 1. Параметрическая оценка ТРП муниципальных территорий / Fig. 1. Parametric assessment of the tourist and recreational potential of municipal territories

На первом этапе проводится анализ современного состояния туристских ресурсов и инфраструктуры посредством покомпонентного анализа. При оценке инфраструктурных показателей ключевой задачей становится качественный и количественный анализ региональной базы средств размещения. Для исследуемого региона результаты оценки приведены в работе [1]. Далее следует визуализация полученных результатов с помощью инструментов программного обеспечения ArcGIS для проведения ранжирования муниципальных территорий региона по степени сосредоточения туристских ресурсов и объектов инфраструктуры. Учитывая принципиальное значение объектов гостиничного хозяйства, первый этап параметрической оценки также включает выявление плотности и обеспеченности коллективными средствами размещения (КСР), анализ динамики их развития. Результаты этой оценки представляются графически в виде туристско-рекреационного зонирования по среднему показателю плотности объектов размещения (1000 чел. на км²), таким образом наглядно отображаются зоны низкой и высокой плотности. Проведено также туристско-рекреационное зонирование муниципальных территорий по среднему показателю обеспеченности КСР:

$$П = \frac{1000 \text{ чел.}}{S}, \quad (1)$$

где $П$ – плотность средств размещения; S – площадь территории (муниципалитета).

Обеспеченность муниципальных территорий местами размещения оценивается статистическим показателем $O = \frac{Rb}{1000 \text{ чел.}}$, где O – обеспеченность средствами размещения; Rb – количество койкомест в средствах размещения; 1000 чел. – местного населения.

В результате будут выявлены районы с низкой и высокой обеспеченностью КСР.

Важной составляющей туристской инфраструктуры также является транспортное обеспечение. Учитывая специфику локальных (внутрирегиональных) туристских территорий, целесообразно объективно оценивать и транспортно-географическое положение относительно основных центров формирования туристских потоков, что позволит выявить приоритетные транспортные схемы для представителей разных целевых аудиторий.

На втором этапе представляемой модели предлагается оценить социально-экономические условия развития муниципальных районов по показателям Федеральной службы государственной статистики. Отбор и комплектация системы критериев для комплексной оценки должны позволить определить наиболее полное актуальное состояние со-

циально-экономической сферы, при этом быть адаптированными для муниципального уровня.

После того как перечень блоков социально-экономических показателей сформирован, следует определить приемлемый формат их стандартизации.

В авторской модели использован следующий:

$$k_i = \frac{x_i}{x_{cpi}}, \quad (2)$$

где k_i – стандартизированный коэффициент, рассчитанный по (1); x_i – значение i -го показателя в муниципальном районе; x_{cpi} – среднее значение i -го показателя по всем муниципальным районам. Такой подход к стандартизации позволяет оценить уровень развития туристской индустрии относительно среднерайонного. Кроме того, ввиду наличия обратных социально-экономических показателей в параметрической оценке территориальных особенностей туризма в российском Приазовье автором использован алгоритм их стандартизации по следующей формуле: $k_i = \frac{x_{cpi}}{x_i}$, где k_i – стандартизированный коэффициент, рассчитанный по (2); x_i – значение i -го показателя в муниципальном районе; x_{cpi} – среднее значение i -го показателя по всем муниципальным районам.

Использование обратных показателей дает возможность провести наиболее корректную оценку и учесть сдерживающие социально-экономическое развитие факторы и их объемы в каждом муниципальном районе.

Подведение итогов на втором этапе происходит в виде расчета интегрального показателя социально-экономического развития: $I_{СЭР} = \frac{\sum(G_1+G_2+\dots+G_n)}{n}$, где $I_{СЭР}$ – интегральный показатель социально-экономического развития; показатели G_1-G_n характеризуют социально-экономическое развитие; n – количество блоков социально-экономических показателей.

Постановка задач третьего этапа направлена на получение представления о современном уровне развития туризма посредством интегральной оценки уровня развития туризма. Выполнять ее следует, опираясь на собранный на первом этапе количественный материал, а также оперируя официальными показателями Федеральной службы государственной статистики по следующим критериям: туристский поток, средства размещения, туристские объекты (природные объекты, учреждения культурно-досуговой сферы, объекты общественного питания, спортивные объекты, количество туристских маршрутов, туристские компании), транспортное обеспечение. Далее сформированный и разбитый по блокам комплект показателей под-

вергается стандартизации относительно средних значений.

Расчёт интегрального показателя уровня развития туризма и рекреации представлен формулой $I_T = \frac{\sum(G_1+G_2+\dots+G_n)}{n}$, где I_T – интегральный показатель развития туризма и рекреации; G_1 – G_n – блоки показателей развития туризма и рекреации; n – количество блоков показателей, применяемых в методике для характеристики уровня развития туризма.

Четвёртый этап является заключительным с точки зрения получения теоретических результатов и заключается в определении интегральной оценки ТРП и составлении типологии муниципальных районов по уровню и перспективам туристско-рекреационного развития. Опираясь на интегральными оценками второго и третьего этапов, показатели суммируются и делятся на общее количество показателей во всех блоках.

Таким образом, на основе полученных результатов производится типология муниципальных районов по уровню и перспективам туристско-рекреационного развития. Выбор пяти типов территорий позволяет легко интерпретировать результаты и установить сходство и различия в особенностях территориального развития туризма муниципалитетов. При интегральных показателях от 0,01 до 0,2 ширина интервала 0,01–0,03 достаточно оптимальна, районы каждой группы отличаются от районов соседней группы по всем показателям в среднем на 10–20 %.

На пятом этапе, который представляет собой начало прикладной работы, предлагается определить туристский профиль каждой территориальной единицы с целью представления ее как локального центра перспективного вида туризма. Сформулированный маркетинговый профиль целесообразно визуализировать с помощью инструментов ArcGIS, что позволит представить научные результаты исследования территориальной организации туризма и задать векторы для разработки программ, концепций и моделей развития исследуемых территорий.

Представляемая модель параметрической оценки может быть трансформирована и дополнена в контексте различных уровней развития туризма, поставленных задач и статистической базы, поскольку является достаточно гибкой. Особое значение она приобретает в контексте задач, обозначенных в Стратегии развития туризма в РФ до 2035 г., где сформулированы направления исследовательских проектов по идентификации туристского потенциала муниципальных территорий посредством межрегиональной интеграции.

Результаты и обсуждение

Таким образом, предложенный алгоритм параметрической оценки представляет собой систему показателей (природного и историко-культурного потенциала, развития туристской инфраструктуры, социально-экономического развития, интегральные показатели развития индустрии туризма), отражающих особенности развития рекреационной сферы в муниципальных районах российского Приазовья. Ключевое место в представляемой модели отведено типологии муниципальных районов по интегральному показателю ТРП (рис. 2).

Апробация данной модели для российского Приазовья позволила выявить следующие типы территорий: районы-лидеры, представителем этого типа в российском Приазовье выступает Темрюкский район; районы с потенциалом выше среднего – Ейский район; со средним уровнем – Неклиновский, Азовский, Каневской, Приморско-Ахтарский, Славянский, Ленинский и Джанкойский; районы с низким уровнем ТРП развития – Щербиновский, Кировский, Советский и Нижнегорский.

По результатам проведенной параметрической оценки рекомендуются следующие первоочередные мероприятия в каждом из выделенных типов муниципалитетов российского Приазовья: развитие и позиционирование специализированных видов туризма, разработка новых туристских маршрутов, внедрение цифровых систем слежения и оперативного реагирования на изменения в туристской среде, территориальное сотрудничество. В соответствии с разработанным туристским профилем на заключительном этапе исследования для каждого муниципалитета выявлены приоритетные для развития специальные виды туризма [9].

Следует отметить, что формированию модели параметрической оценки предшествовал исследовательский этап по изучению концептуальных подходов к исследованию ТРП [19], который показал некоторую цикличность сформулированных теорий и моделей, регулярную актуализацию существующих исследований и применение их в условиях трансформации научных подходов в современном туризмоведении.

По результатам параметрической оценки ТРП для исследуемого региона сформирован прикладной инструментарий, направленный на внедрение и эксплуатацию практических решений по мониторингу, развитию и продвижению туристских возможностей российского Приазовья на внутрисекторном рынке, и сформулированы направления межмуниципального взаимодействия.

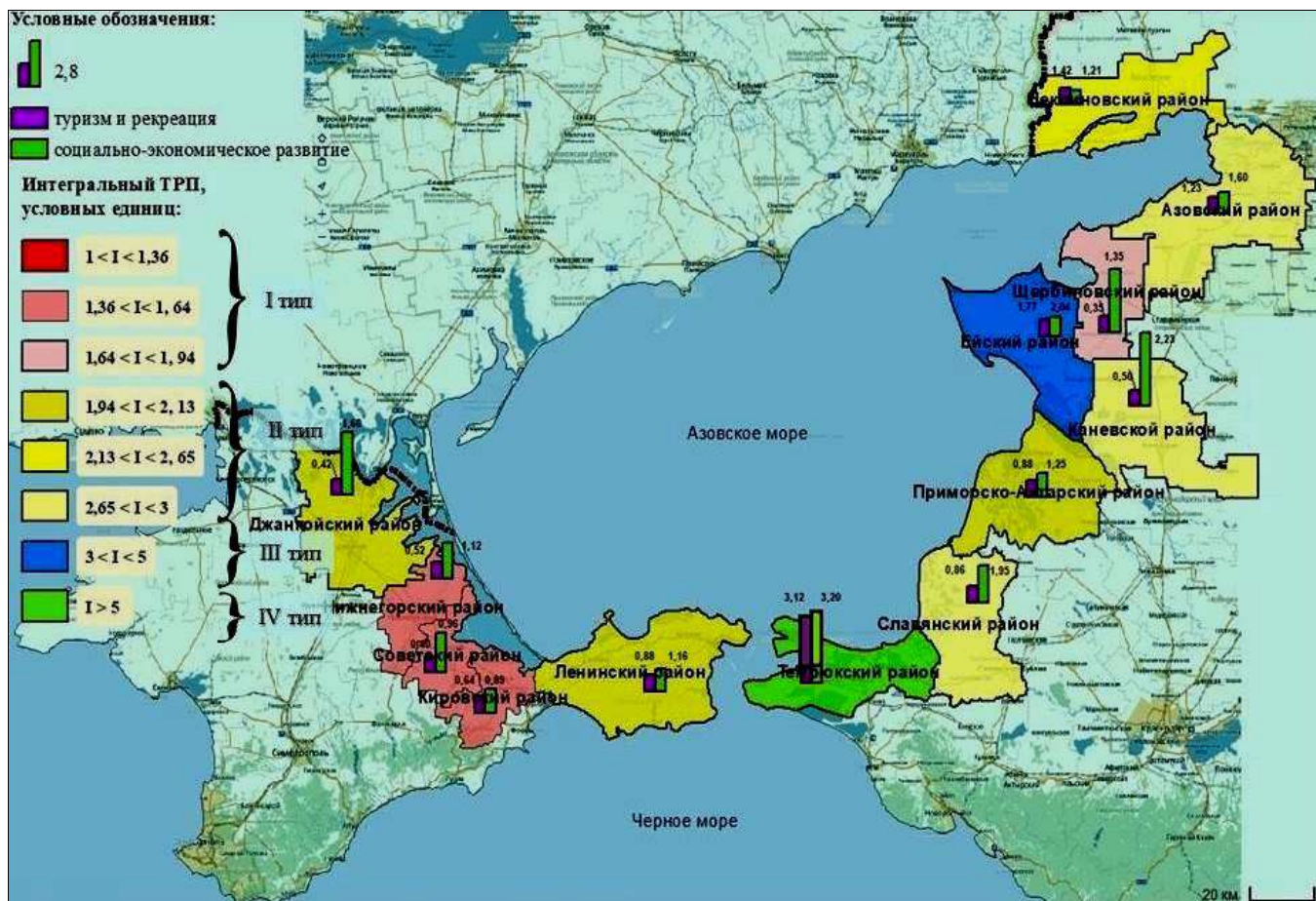


Рис. 2. Типология муниципальных районов российского Приазовья по интегральному показателю ТРП, 2013–2018 гг.
/ Fig. 2. Typology of the municipal districts of the Russian Azov region by the integral indicator of tourist and recreational potential, 2013–2018

Литература

1. *Ивлиева О.В., Кушнир К.В.* Современное состояние гостиничной сферы побережья Азовского моря России // Географ. вестн. Перм. гос. нац. исслед. ун-та. 2017. № 2 (43). С. 116–125.

2. *Ивлиева О.В., Кушнир К.В.* Природный и историко-культурный туристско-рекреационный потенциал российского побережья Азовского моря // Вестн. Нац. акад. туризма. 2017. № 2 (42). С. 38–42.

3. *Кушнир К.В., Ивлиева О.В.* Эффективность функционирования туристско-рекреационного комплекса как фактор территориального развития (пример Азовского побережья России) // Наука. Инновации. Технологии. 2018. № 1. С. 117–131.

4. *Кушнир К.В.* Оценка влияния социально-экономических факторов на развитие туристско-рекреационного комплекса Приазовья // Экология. Экономика. Информатика. Системный анализ и моделирование экономических и экологических систем. 2017. Т. 1, № 2. С. 425–432.

5. *Кушнир К.В.* Туристско-рекреационные ресурсы побережья Азовского моря России // Сб. I Всерос. науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых с междунар. участием. Ростов н/Д., 2017. 42 с.

6. *Кушнир К.В.* К вопросу о реализации и продвижении муниципальных туристских ресурсов (на примере Азовского побережья России) // Многополярная глобализация и Россия : VII Междунар. науч.-практ. конф. Ростов н/Д., 2018. С. 214–217.

7. *Кушнир К.В.* Концептуальные аспекты территориального взаимодействия муниципальных районов в целях продвижения туризма (на примере российского Приазовья) // Вестн. Национальной академии туризма. 2019. № 3 (51). С. 53–57.

8. *Ivliyeva O.V., Kushnir K.V.* Ecological and geomorphological assessment in the structure of natural-potential for the Russian coast of the Azov Sea // IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci. 2019. Vol. 320, № 1.

9. *Кушнир К.В.* Актуальный инструментальный туристского развития внутрирегиональных территорий // Туристско-рекреационный комплекс в системе регионального развития : материалы VII Междунар. науч.-практ. конф. п. Небуг, 2019. С. 23–26.

10. *Александрова А.Ю.* Теоретическая организация социально-экономических систем международного туризма : автореф. дис. ... д-ра геогр. наук. М., 2002. 55 с.

11. *Веденин Ю.А.* Динамика территориальных рекреационных систем. М.: Наука, 1982. 190 с.

12. Гирина А.Н. Методика оценки социально-экономического развития региона // Вестн. ОГУ. 2013. № 8 (157). С. 82–86.

13. Коньшев Е.В. Региональная туристско-рекреационная система Кировской области // Геогр. вестн. Туризм и рекреационная география. 2016. Вып. 2 (37). С. 134–137.

14. Мажар Л.Ю. Пространственно-временная организация туристско-рекреационной деятельности // Вестн. Балт. фед. ун-та им. И. Канта. 2008. № 1. С. 100–104.

15. Мироненко Н.С., Твердохлебов И.Т. Рекреационная география. М.: Изд-во МГУ, 1981. 208 с.

16. Мухина Л.И., Веденин Ю.А., Данилова Н.А., Зорин И.В. Подходы к оценке условий рекреационной деятельности // Изв. АН СССР. Сер. геогр. 1974. № 3. С. 112–121.

17. Николаенко Д.В. Рекреационная география: учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений. М.: ВЛАДОС, 2001. 288 с.

18. Преображенский В.С. Теоретические основы рекреационной географии. М.: Наука, 1975. 245 с.

19. Кушнир К.В. Территориальная организация туризма: алгоритм исследования муниципальных территорий // Вестн. Национальной академии туризма. 2018. № 4 (48). С. 28–32.

References

1. Ivlieva O.V., Kushnir K.V. (2017). The current state of the hotel industry on the coast of the Sea of Azov in Russia. *Geograf. vestn. Perm. gos. nats. issled. un-ta*, No. 2 (43), pp. 116-125. (in Russian).

2. Ivlieva O.V., Kushnir K.V. (2017). Natural and historical and cultural tourist and recreational potential of the Russian coast of the Azov Sea. *Vestn. Nats. akad. turizma*, No. 2 (42), pp. 38-42. (in Russian).

3. Kushnir K.V., Ivlieva O.V. (2018). The effectiveness of the functioning of the tourist and recreational complex as a factor of territorial development (example of the Azov coast of Russia). *Nauka. Innovatsii. Tekhnologii*, No. 1, pp. 117-131. (in Russian).

4. Kushnir K.V. (2017). Assessment of the influence of socio-economic factors on the development of the tourist and recreational complex of the Azov Sea. *Ekologiya. Ekonomika. Informatika. Sistemnyi analiz i modelirovanie ekonomicheskikh i ekologicheskikh sistem*, vol. 1, No. 2, pp. 425-432. (in Russian).

5. Kushnir K.V. (2017). Tourist and recreational resources of the coast of the Azov Sea of Russia. *Collection of the 1st All-Russian scientific-practical conference of students, graduate students and young scientists with international participation*. Rostov-on-Don, 42 p. (in Russian).

6. Kushnir K.V. (2018). On the issue of the implementation and promotion of municipal tourist resources (on the example of the Azov coast of Russia). *Multipolar Globalization and Russia. Collection of the VII International Scientific and Practical Conference*. Rostov-on-Don, pp. 214-217. (in Russian).

7. Kushnir K.V. (2019). Conceptual aspects of territorial interaction of municipal districts in order to promote tourism (on the example of the Russian Azov region). *Vestn. Natsional'noi akademii turizma*, No. 3 (51), pp. 53-57. (in Russian).

8. Ivliyeva O.V., Kushnir K.V. (2019). Ecological and geomorphological assessment in the structure of natural potential for the Russian coast of the Azov Sea. *IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci.*, vol. 320, No. 1.

9. Kushnir K.V. (2019). Actual tools of tourist development of intraregional territories. *Tourist and recreational complex in the system of regional development. Collection of materials of the VII International scientific and practical conference*. Nebug, pp. 23-26. (in Russian).

10. Alexandrova A.Yu. (2002). *Theoretical organization of socio-economic systems of international tourism*. Dissertation Thesis. Moscow, 55 p. (in Russian).

11. Vedenin Yu.A. (1982). *Dynamics of territorial recreational systems*. Moscow, Nauka Publ., 190 p. (in Russian).

12. Girina A.N. (2013). Methodology for assessing the socio-economic development of the region. *Vestn. OGU*, No. 8 (157), pp. 82-86. (in Russian).

13. Konyshchev E.V. (2016). Regional tourist and recreational system of the Kirov region. *Geogr. vestn. Turizm i rekreatsionnaya geografiya*, iss. 2 (37), pp. 134-137. (in Russian).

14. Mazhar L.Yu. (2008). Spatio-temporal organization of tourist and recreational activities. *Vestn. Balt. fed. un-ta im. I. Kanta*, No. 1, pp. 100-104. (in Russian).

15. Mironenko N.S., Tverdokhlebov I. T. (1981). *Recreational geography*. Moscow, Moscow State University Press, 208 p. (in Russian).

16. Mukhina L.I., Vedenin Yu.A., Danilova N.A., Zorin I.V. (1974). Approaches to assessing the conditions of recreational activities. *Izv. AN SSSR. Ser. geogr.*, No. 3, pp. 112-121. (in Russian).

17. Nikolaenko D.V. (2001). *Recreational geography: textbook for students of higher educational institutions*. Moscow, VLADOS Publ., 288 p. (in Russian).

18. Preobrazhensky V.S. (1975). *Theoretical foundations of recreational geography*. Moscow, Nauka Publ., 245 p. (in Russian).

19. Kushnir K.V. (2018.) Territorial organization of tourism: an algorithm for the study of municipal territories. *Vestn. Natsional'noi akademii turizma*, No. 4 (48), pp. 28-32. (in Russian).

УДК 556.555.6

doi 10.18522/1026-2237-2020-4-87-97

О ЦИРКУЛЯЦИИ ВОД В ДОЛИННОМ ВОДОХРАНИЛИЩЕ (КРАСНОДАРСКОЕ ВОДОХРАНИЛИЩЕ)*

© 2020 г. А.В. Погорелов¹, А.А. Лагута²¹Кубанский государственный университет, Краснодар, Россия,²ООО «АГМ Системы», Краснодар, Россия

ON WATER CIRCULATION IN THE VALLEY RESERVOIR (KRASNODAR RESERVOIR)**

A. V. Pogorelov¹, A. A. Laguta²¹Kuban State University, Krasnodar, Russia,²AGM Systems LLC, Krasnodar, Russia

Погорелов Анатолий Валерьевич – доктор географических наук, профессор, заведующий кафедрой геоинформатики, Кубанский государственный университет, ул. Ставропольская, 149, г. Краснодар, 350040, Россия, e-mail: pogorelov_av@bk.ru

Anatoly V. Pogorelov - Doctor of Geography, Head of the Department of Geoinformatics, Kuban State University, Stavropolskaya St., 149, Krasnodar, 350040, Russia, e-mail: pogorelov_av@bk.ru

Лагута Андрей Александрович – ведущий инженер, ООО «АГМ Системы», ул. Фрунзе, 22/1, г. Краснодар, 350063, Россия, e-mail: alaguta@icloud.com

Andrey A. Laguta - Leading Engineer, AGM Systems LLC, Frunze St., 22/1, Krasnodar, 350000, Russia, e-mail: alaguta@icloud.com

Краснодарское водохранилище в ходе эксплуатации с 1973 г. претерпело существенные преобразования. В результате активного дельтоформирования рек Кубани и Белой водохранилище разделилось на два автономных водоёма, площадь его уменьшилась на 35 %. Для понимания механизмов трансформации чаши и процессов заиления водохранилища следует установить особенности динамики водных масс. По результатам ADCP-съёмки, выполненной в июле-августе 2016 г., проанализирована циркуляция водных масс в водоёме. Межгалловые расстояния при съёмке составили 100 м при общей её протяжённости 2518 км, частота промеров – 0,28 м⁻¹. Полученный массив данных о векторах скоростей (18,6 млн значений) в сочетании с полученной цифровой моделью чаши водохранилища обработан в среде ГИС с использованием инструментов геостатистического анализа.

Установлено, что общей динамике водных масс свойственна циклоническая циркуляция с выраженным западным стоковым течением вдоль правого берега водохранилища. Преобладающая скорость течения составляет 0,02...0,05 м/с. При устойчивых западных ветрах зафиксировано смещение основной стоковой струи к югу вглубь водоема. В вертикальном перемещении водных масс отмечены повсеместные нисходящие токи в восточной части водохранилища, вызванные поступлением более холодных речных вод.

Ключевые слова: долинное водохранилище, ADCP-съёмка, циркуляция вод, ветер, скорость течения, осадконакопление, Краснодарское водохранилище.

The Krasnodar reservoir has undergone significant transformations during its operation since 1973. As a result of active delta formation of the Kuban and Belaya rivers, the reservoir was divided into two autonomous reservoirs, its area decreased by 35 %. To understand the mechanisms of transformation and the processes of siltation of the reservoir, it is necessary to establish the features of the dynamics of water masses. Based on the results of the ADCP survey carried out in July-August, 2016, the circulation of water masses in the reservoir was analyzed. The distance between survey lines during the survey was 100 m with a total length of 2518 km, the frequency of measurements was 0.28 m⁻¹. The resulting array of data on the velocity

* Исследование выполнено при финансовой поддержке Кубанского научного фонда в рамках научного проекта МФИ-20.1/123.

** The research was carried out with the financial support of the Kuban Science Foundation in the framework of the scientific project No. MFI-20.1/123.

vectors (18.6 million values) in combination with the resulting digital model of the reservoir basin was processed in GIS using geostatistical analysis tools.

It has been established that the general dynamics of water masses is characterized by cyclonic circulation with a pronounced western runoff current along the right bank of the reservoir. The prevailing velocities of currents are 0.02 ... 0.05 m/s. With steady westerly winds, a shift of the main water jet to the south into the interior of the reservoir was recorded. In the vertical movement of water masses, ubiquitous downward currents were noted in the eastern part of the reservoir, caused by the influx of colder river waters.

Keywords: valley reservoir, ADCP survey, water circulation, wind, current velocity, sedimentation, Krasnodar reservoir.

Введение

В последние десятилетия в гидрологических исследованиях нашли свое применение акустические доплеровские измерители течений ADCP – профилографы [1], позволяющие вести сбор полевых данных большого объема и принципиально нового качества – в виде мгновенных направлений и скорости течения с высоким пространственным разрешением. Несмотря на развитие технологии ADCP, ее практическое и научное гидрологическое применение, за редким исключением, ограничивается двумя основными направлениями: акустическая океанология и гидрология рек. Настоящая работа посвящена выявлению особенностей перемещения водных масс в долинном водохранилище по материалам ADCP-съемки.

Объектом исследования выступает Краснодарское водохранилище, основные функции которого – защита от наводнения 600 тыс. га земель при пропуске паводка с расходом до 1500 м³/с и орошение 215 тыс. га рисовых систем [2]. Водоохранилище, расположенное в нижнем течении р. Кубани между ст. Воронежской и Краснодаром, эксплуатируется с 1973 г. При вводе в эксплуатацию оно имело площадь зеркала около 400 км², длину 46 км, ширину до 8–11 км, среднюю глубину 5,9 м, максимальную глубину до 24,7 м, полезный объем воды 2,2 км³ при полной емкости около 3 км³ [3].

В ходе эксплуатации вследствие заиления водохранилища претерпело значительные преобразования – изменились начальные эксплуатационные характеристики (уменьшились площадь зеркала, полезный объем, средняя глубина и пр.). Оценкам состояния и анализу тенденций трансформации Краснодарского водохранилища посвящены публикации [4–8]. Вместе с тем происходящие изменения долинного водохранилища (по сути – деградация) при всей его хозяйственной значимости заслуживают детального количественного анализа с раскрытием факторов и механизмов трансформации чаши искусственного водоема, включая гидродинамические процессы.

Транспорт и отложение наносов в чаше водохранилищ во многом определяются структурой течений, ветроволновыми явлениями и турбу-

лентностью водных масс [9]. Таким образом, гидродинамика является одним из важнейших факторов формирования тела заиления и переработки берегов. Новые сведения о направлениях и скоростях течений дают возможность учесть фактор перемещения водных масс в аспекте осадконакопления и трансформации чаши Краснодарского водохранилища.

Обзор исследований

Вопросы классификации и расчета течений, динамических явлений в озерах и водохранилищах рассматриваются в ряде работ [10–13]. Среди разнообразных течений наибольшее влияние на режим водоемов имеют стоковые (постоянные) и ветровые, относящиеся к течениям первого порядка [13]. Стоковые течения образуются вследствие поверхностного уклона между приустьевым и приплотинным участком водохранилища, обусловленного притоком воды из другого водного объекта и сбросом воды через сбросное сооружение. Ветровые обусловлены ветровым воздействием – касательным напряжением на поверхностные слои воды. Известно, что ветровые течения наиболее выражены в относительно больших водоемах с плоской формой ложа и малыми глубинами; при этом отмечается резкое уменьшение скорости ветрового течения в направлении дна в верхнем двух-трехметровом слое. Ветер при определенных характеристиках способен усиливать или ослаблять скорость стоковых течений.

Эксперименты, описанные в работах [10, 14], дают представления о схемах циркуляции в моделях проточных водоемов. При оценках результатов измерений необходимо исходить из наличия в водохранилищах суточной и недельной изменчивости течений, вызванной неравномерностью сброса воды. При этом амплитуда суточных колебаний скорости течений вблизи гидросооружений может достигать 1 м/с и более [13].

Оценки циркуляции, как правило, базируются на измерениях скоростей и расходов воды на поперечных профилях водоемов. Сведения о течениях в крупных озерах и водохранилищах и схемы течений для конкретных водоемов по данным акусти-

ческих доплеровских измерений приводятся эпизодически. Известны результаты исследований на озерах Мид [15], Аппер-Кламаст [16] (США), а также на озере Кинерет (Галилейское море, Тивериадское озеро) (Израиль) [17]. В работах [15, 16] показаны наличие стокового течения от устья впадающей реки к сбросному сооружению и зависимость его параметров от гидравлических условий, создаваемых режимом эксплуатации водохранилищ, скорости и направления ветра; показана применимость методики ADCP-съёмки с маломерного судна к изучению динамики озер. При исследовании Галилейского моря установлен характер течений в метеорологических условиях эксперимента: при

ветрах слабой и умеренной силы в озере формируется циклоническая циркуляция вод (против часовой стрелки) со скоростью от 1 до 10 см/с по всей толще. Кроме того, отмечена значительная временная изменчивость циркуляции вод в течение приблизительно 2 ч [17].

Методика сбора и обработки данных

Сбор ADCP-данных, используемых в работе, осуществлен при выполнении батиметрической съёмки Краснодарского водохранилища в 2016 г. Организация съёмки и расположение промерных галсов (рис. 1) описаны в работе [6].



Рис. 1. Схема расположения промерных галсов в Краснодарском водохранилище
/ Fig. 1. Layout of the survey lines in the Krasnodar reservoir

Вкратце методика измерений сводится к следующему. Каждое частное измерение вектора скорости по промерной вертикали, соответствующей в плане точке измерения глубины, производится в отдельной ячейке высотой 0,25 м. При движении судна вдоль проектного галса формируется профиль скорости от поверхности до дна. Следует отметить, что из-за особенностей съёмки скорость физически не может быть измерена в непосредственной близости от поверхности водо-

ема (0,6 м). В придонном же слое соразмерной ширины дополнительная мертвая зона образуется из-за явления, именуемого интерференцией боковых лепестков [16]. Скорость измеряется по трем ортогональным осям X, Y и Z (East, North, Up, или U, V, W) относительно неподвижного дна водоема, направление – по встроенному магнитному компасу. Расчет профиля скорости естественного течения удобно представить в следующем виде:

$$U_{\text{Absolute}}(i, j) = U_{\text{Measured}}(i, j) + U_{\text{Motion}}(i),$$

где i – номер цикла измерения; j – номер уровня измерения (номер ячейки высотой 0,25 м от поверхности); $U_{\text{Absolute}(i,j)}$ – трехмерный вектор скорости течения (U_{Absolute} , V_{Absolute} , W_{Absolute}), система координат географическая, положительные направления: U – восток, V – север; W – от дна к поверхности моря; $U_{\text{Measured}(i,j)}$ – трехмерный вектор измеренной ADCP скорости течения (U_{Measured} , V_{Measured} , W_{Measured}); $U_{\text{Motion}(i)}$ – трехмерный вектор скорости перемещения ADCP (U_{Motion} , V_{Motion} , W_{Motion}) [18].

В дополнение к данным о векторе скорости профилограф фиксирует данные об интенсивности обратного рассеяния – показателе, зависящем от концентрации взвешенных частиц в слое воды. Управление сбором данных осуществлялось с по-

мощью программы WinRiver II Teledyne RD Instruments [19].

Измерения выполнены в июле-августе – периоде с наименьшими в течение года средними скоростями ветра в районе водохранилища. Фоном для съемки в представлениях мезомасштабной временной изменчивости течений послужили суточные изменения, непосредственно влиявшие на формирование поля скоростей и циркуляцию водных масс в целом. Суточные изменения имеют как естественное происхождение (скорость и направление ветра, приточность), так и техногенное (режим эксплуатации водохранилища) (табл. 1). Значение магнитного склонения для поправки к измерениям встроенного компаса на период съемки принято равным $7,83^\circ$.

Таблица 1

Метеорологические условия во время выполнения работ [20] / Meteorological conditions during survey [20]

Дата съемки	Рабочий уровень воды в водохранилище, м БС [21]	Сведения о промерных галсах		Ветровой режим		Гидравлические характеристики [21]		
		Количество	Номера	Направление ветра*	Скорость ветра, м/с	Приток, м ³ /с	Сброс, м ³ /с	Разность, м ³ /с
07.07.2016	33,06	6	80–75	З	2	801	930	129
08.07.2016	33,04	2	74–73	СЗ	3	781	802	21
11.07.2016	33,07	4	73–69	В	3	892	930	38
12.07.2016	33,06	4	68–65	В	3	893	930	37
15.07.2016	33,00	6	64–59	В	2	846	930	84
16.07.2016	32,97	8	58–51	В	2	714	800	86
17.07.2016	33,00	4	50–47	В	4	880	703	–177
18.07.2016	32,99	8	46–39	ЮЗ	2	666	703	37
19.07.2016	32,99	4	38–35	ЮЗ	2	657	622	–35
25.07.2016	32,95	4	34–31	СЗ	2	675	619	–56
26.07.2016	32,90	8	81–88	СЗ	2	536	619	83
27.07.2016	32,90	13	89–101	СВ	2	629	620	–9
03.08.2016	32,47	24	183–204	В	2	280	620	340
04.08.2016	32,38	12	221–232	ЮЗ	1	233	618	385
05.08.2016	32,31	16	205–220	В	2	326	619	293
06.08.2016	32,21	8	182–174	В	3	209	620	411
07.08.2016	32,14	12	173–162	СВ	1	325	618	293
08.08.2016	32,08	4	161–159	З	3	383	619	236
09.08.2016	31,99	14	158–145	В	3	256	620	364
10.08.2016	31,96	7	144–138	СВ	3	499	620	121
19.08.2016	31,77	8	137–130	СВ	2	607	680	73
20.08.2016	31,73	12	129–119	В	3	534	679	145
21.08.2016	31,72	14	118–105	В	2	650	678	28
22.08.2016	31,70	3	102–104	В	3	604	681	77
23.08.2016	31,67	12	30–19	СВ	1	570	679	109
24.08.2016	31,61	12	18–7	З	3	441	680	239
25.08.2016	31,55	6	1–6	З	3	453	680	227

* – указывается направление ветра, принятое в метеорологии.

Список используемых переменных, полученных путем экспорта исходных данных в формате ASCII, приведен в табл. 2. Для осредненных по промерной вертикали данных каждому номеру ансамбля соответствует одно значение переменной, а измеренным по конкретным ячейкам – массив данных в зависимости от глубины.

Полученный текстовый массив добавлен в качестве атрибутивных данных в векторный файл, содержащий пространственную привязку точек измерений. При обработке и анализе материалов изме-

рений (фиксация мгновенных скоростей и направлений) принималась во внимание турбулентность водной среды. Для двухмерной визуализации многомерных данных (вектор скорости) в программе ArcGIS использован способ Vector Field, метод интерполяции – Vector Average. Поля модулей горизонтальной составляющей скорости течения и вертикальной скорости («+» – вверх, «-» – вниз), а также поле распределения величины восточной составляющей скорости течения построены методом интерполяции Natural Neighbor.

Таблица 2

Список переменных выходного ASCII-файла [19] / List of variables in the output ASCII file [19]

№ п/п	Имя переменной	Тип единицы	Принадлежность	Тип	Описание
1	Ensemble Number	Порядковый номер	Ансамбль	Дискретный	ID
2	East Displacement (Ref: BT)	Расстояние	Ансамбль	Накопительный	Прямоугольные координаты
3	North Displacement (Ref: BT)	Расстояние	Ансамбль	Накопительный	
4	Average Backscatter	Интенсивность	Ячейка	Дискретный	Среднее по 4 лучам значение обратного рассеяния
5	East Velocity (Ref: BT)	Вектор скорости	Ячейка	Дискретный	Восточная составляющая скорости относительно донного следа
6	North Velocity (Ref: BT)	Вектор скорости	Ячейка	Дискретный	Северная составляющая скорости относительно донного следа
7	Earth Up Velocity (Ref: BT)	Вектор скорости	Ячейка	Дискретный	Вертикальная скорость относительно донного следа
8	Earth Velocity Magnitude (Ref: BT)	Вектор скорости	Ячейка	Дискретный	Величина вектора скорости относительно донного следа
9	Earth Velocity Direction (Ref: BT)	Угол	Ячейка	Дискретный	Направление вектора скорости относительно донного следа
10	Water Column Est. Avg. Speed (Ref: BT)	Вектор скорости	Ансамбль	Дискретный	Расчетная средняя скорость течения для промерной вертикали
11	Flow Direction (Ref: BT)	Угол	Ансамбль	Дискретный	Расчетное среднее направление течения для промерной вертикали

Результаты исследования

В период съемки над акваторией в основном наблюдались слабые и умеренные восточные и северо-восточные ветры (табл. 1), общая повторяемость которых в течение всего года достигает 45 % [22]. Отметим, что основное стоковое течение вдоль длинной оси водохранилища совпадает с северо-восточной циркуляцией воздуха. Западные и юго-западные ветры наблюдались в единичных случаях. Как выяснилось, ветровой режим в период съемки заметно влиял на динамику водных масс.

Динамика водных масс при восточных и северо-восточных ветрах. При северо-восточных и восточных ветрах в водохранилище формируется циклоническая циркуляция со стоковым течением, тяготеющим к правому (северному) берегу. На рис. 2а показан характерный профиль с векторами скоростей, осредненными по 30 ансамблям, по промерному галсу № 70, отражающему особенности динамики водных масс при соответствующих условиях (табл. 1). Съемка по галсу выполнялась 11.07.2016 от правого берега к левому с 15 ч 02 мин до 16 ч 42 мин при восточном ветре скоростью до 3 м/с.

По преобладающим векторам движения водной массы хорошо видно, что в поперечном профиле выделяются два разнонаправленных потока (рис. 2а). Правый поток, согласно нашим расчетам, имел суммарный расход воды 1714 м³/с, среднее направление на юго-запад (азимут 229°) и среднюю скорость 0,04 м/с; левый поток имел расход 830 м³/с, направление на восток (азимут 84°) и скорость 0,01 м/с. Сброс воды из водохранилища 11.07.2016 составлял 930 м³/с. Расход стокового течения, превышающий в два раза об-

щую приточность в водохранилище, объясняется вовлечением в речную струю водных масс водоема [23]. Скорости правого и левого потоков уменьшаются с приближением к центральной части водоема – продольной оси циркуляции (рис. 2а). Профилю интенсивности обратного рассеяния, характеризующему концентрацию взвешенных частиц в толще воды, свойственны высокие вертикальные градиенты между приповерхностным слоем до 1,4 м и более глубокими слоями (рис. 2).

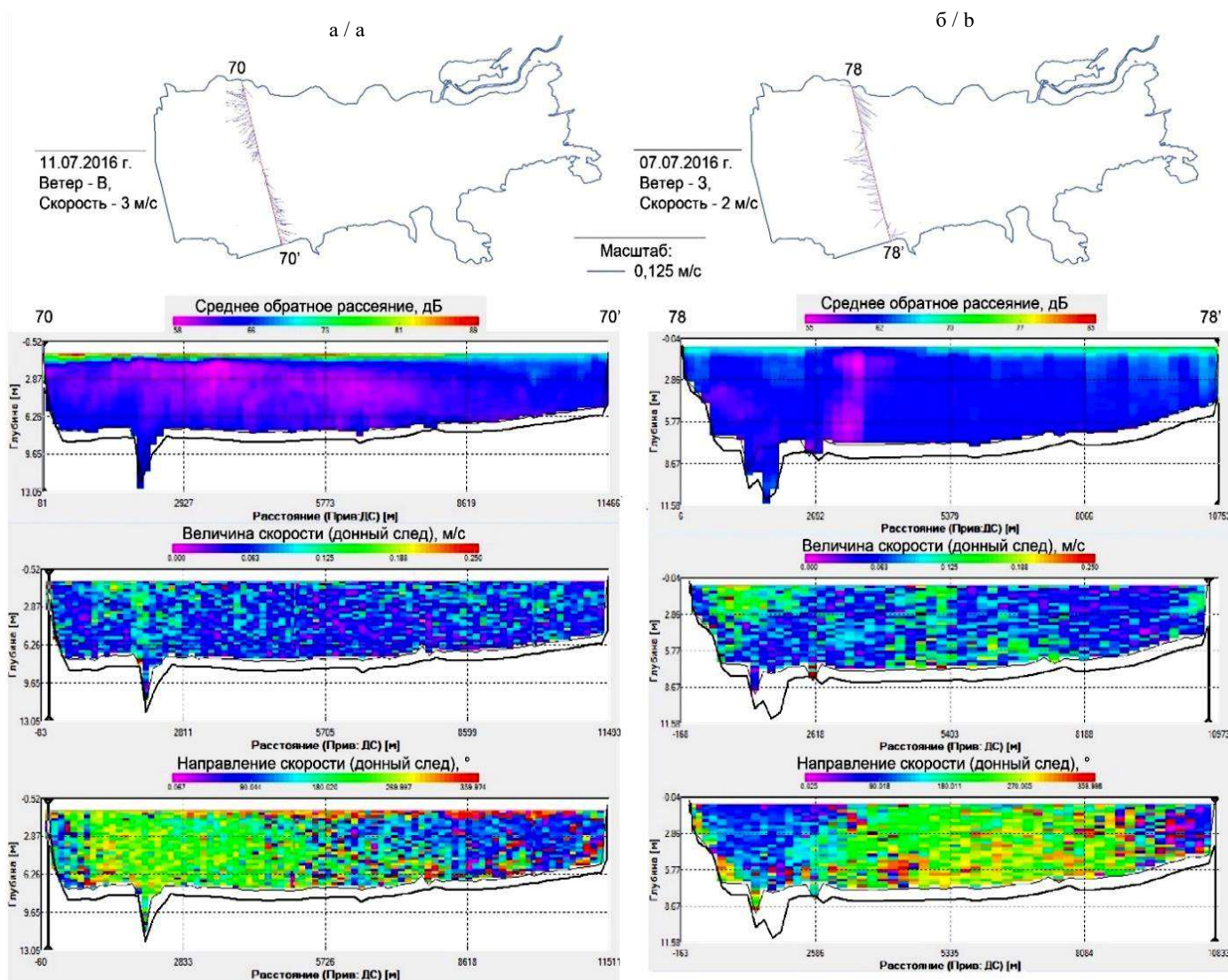


Рис. 2. Поперечные профили скорости и направления течения вдоль промерных галсов № 70 (а) и № 78 (б) и интенсивности обратного рассеяния / Fig. 2. Transverse profiles of the velocity and direction of the current along the survey lines No. 70 (a) and No. 78 (b) and the intensity of backscattering

Динамика водных масс при западном ветре. При западном ветре, судя по данным измерений 07.07.2016, под влиянием разнонаправленных гравитационного и ветрового воздействий формируется иная схема циркуляции вод, сочетающая квази-

постоянные стоковые и нерегулярные ветровые течения. Эту циркуляцию отражают измерения на галсе № 78 (рис. 2б), выполненные с 11 ч 07 мин до 12 ч 13 мин от правого берега к левому при западном ветре скоростью до 2 м/с. В анализируемом

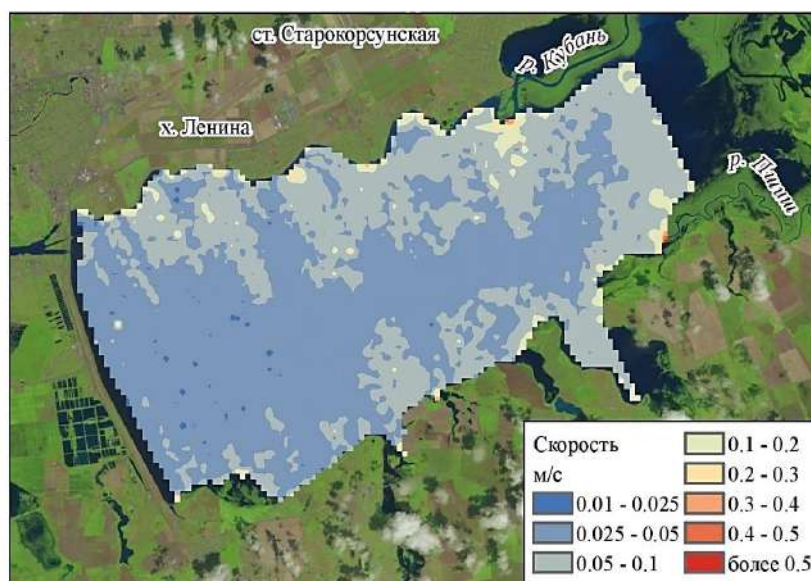
поперечном профиле выделяются три участка циркуляции водных масс. На двух участках вдоль берега течения совпадают с направлением ветра; на центральном участке основное стоковое течение со средней скоростью 0,03 м/с и расходом воды 1930 м³/с имеет противоположное направление. Таким образом, стоковая струя при западном ветре оттеснена от правого берега вглубь водоёма. При этом у правого берега течение в восточном направлении имеет среднюю скорость 0,03 м/с и расход 732 м³/с, у левого берега – расход воды 262 м³/с. Наибольшие измеренные скорости течения при такой схеме циркуляции зарегистрированы в центральной части стокового течения, а также у берегов и в местах впадения рек (рис. 2б). На расстоянии около 3 км от правого берега на участке контакта разнонаправленных течений по всей толще воды отмечены низкие значения интенсивности обратного рассеяния (рис. 2б), что свидетельствует о пониженной мутности воды. В водоеме, как и при восточных ветрах, в целом наблюдаются высокие вертикальные градиенты интенсивности обратного рассеяния между приповерхностным слоем (до 1,4 м) и более глубокими слоями.

Особенности динамики водных масс. Преобладающие скорости течений в водоёме невелики – 0,02...0,05 м/с, что свойственно равнинным долинным водохранилищам. В осевой и приплотинной частях акватории зафиксированная скорость не превышает 0,05 м/с, в некоторых случаях понижаясь до 0,01 м/с. Максимальные скорости (более 0,5 м/с) закономерно отмечены в местах впадения Кубани и Пшиша.

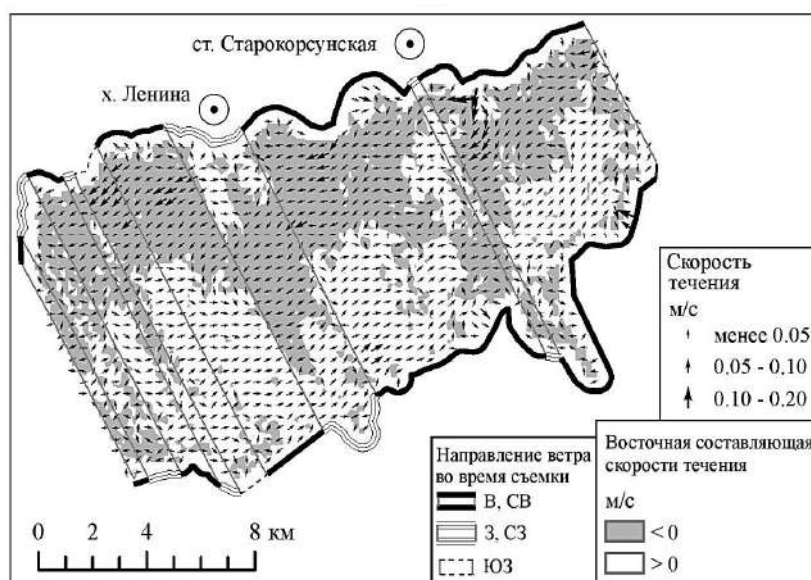
Распределение осредненных по вертикали скоростей течения (рис. 3а) в сочетании с данными о направлении течений (рис. 3б) подтверждает локализацию стокового течения вдоль правого (северного) берега водоема. Векторы скорости течения на даты измерений рассчитывались для ячеек 400×400 м. Для оценки общей циркуляции вод в субширотном вытянутом водоеме выделена восточная составляющая циркуляции со скоростью больше и меньше 0 м/с. На рис. 3б показано распреде-

ление осредненной по вертикали восточной составляющей скорости течения в даты съёмки с соответствующим направлением ветра. Как видим, динамике водных масс в общем присуща циклоническая циркуляция: вдоль правого берега преобладают западные течения, вдоль левого – восточные (рис. 3б). Есть основания полагать, что при восточном ветре, имеющем повышенную частоту в течение всего года, циклоническая циркуляция становится ещё более выраженной.

Обобщенные схемы стоково-ветровой циркуляции в Краснодарском водохранилище при преобладающих восточных и западных ветрах показаны на рис. 4.



а / а



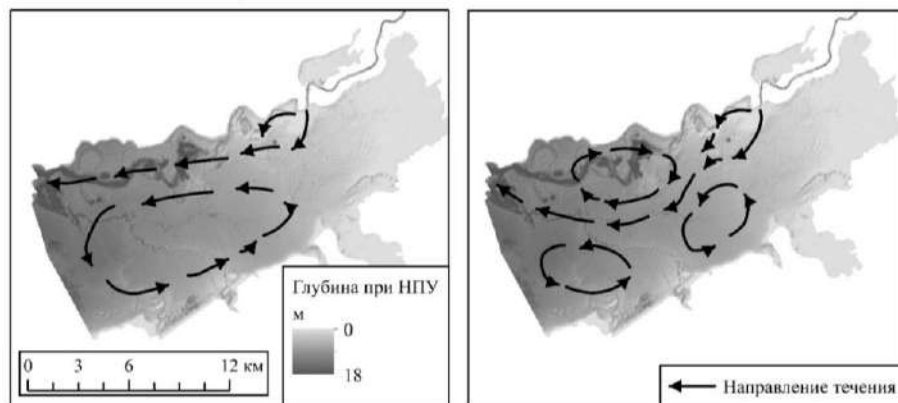
б / б

Рис. 3. Распределение осредненной по вертикали абсолютной величины (а) и восточной составляющей (б) скорости течения / Fig. 3. Distribution of the vertical-averaged absolute value (a) and the east-component (b) current velocity

Рассмотрим элементы циркуляции водных масс подчиненного порядка. Распределение векторов скорости течений (рис. 3б) свидетельствует о сгущении линий тока именно над старыми затопленными руслами рек, расположение которых по данным батиметрической съёмки показано в [6]. Подобное явление отмечено и в других водохранилищах [24].

Распределение скоростей движения водных масс в устьевой области главной реки Кубани отражает гидрологические условия активно преобразующихся дельты и устьевого конуса выноса. Устьевые области притоков, в частности Кубани, вследствие высокой доли аккумулирующихся здесь наносов имеют определяющее значение для трансформации водохранилища [8]. Поле осредненной по вертикали скорости течения на участке устьевого взморья р. Кубани представлено на рис. 5. Выделим два характерных динамических процесса: на фоне расширения струи наблюдается и локализация стокового течения в затопленном русле Кубани. При втекании р. Кубани в водоем на мелководье в зоне аккумуляции наносов происходит расширение (расседоточение) русловой струи с усилением турбулентности водных масс, вовлекаемых в движение, и заметной потерей скорости при передаче струи энергии окружающим водным массам. Направленное струйное движение воды с повышенной скоростью течения прослеживается в затопленном русле р. Кубани. Судя по нашим измерениям, кинетическая энергия речной струи Кубани затухает на расстоянии 1,5–2,0 км от вершины дельты, что характеризует способность воды перемещать наносы в пределах устьевого бара.

У внешних краев стоковой струи образуются вихри, вращающиеся в направлении, противоположном течению [14], т.е. по часовой стрелке – справа от струи и слева – против. Таким образом, стоковое течение, воздействуя на берега юго-восточной экспозиции под острым углом, создаёт вдольбереговое течение, которое в дальнейшем при



а / а

б / б

Рис. 4. Стоково-ветровая циркуляция водных масс в Краснодарском водохранилище при восточных (а) и западных (б) ветрах / Fig. 4. Runoff-wind circulation of water masses in the Krasnodar Reservoir with eastern (a) and western (b) winds

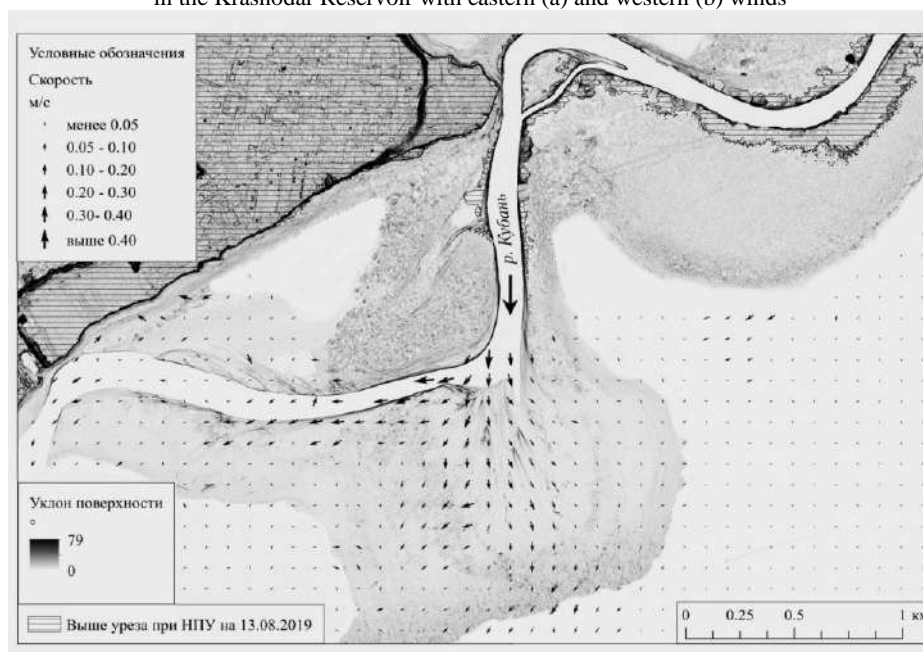


Рис. 5. Векторы осредненной по вертикали скорости течения. Устьевое взморье р. Кубани. 06.08.2019 – 09.08.2019 / Fig. 5. Vectors vertically averaged flow velocity. The estuary seaside of the Kuban river. 06.08.2019 - 09.08.2019

изменении угла береговой линии теряет скорость. Это, в свою очередь, приводит к отложению наносов с образованием примкнувших террас у берегов юго-западной экспозиции (рис. 6) [8].

Анализ вертикальных перемещений водных масс по имеющимся данным измерений в июле-августе позволил выявить их главную закономерность в масштабе всего водоема (рис. 7). Восточной (верхней) части акватории в целом свойственны нисходящие движения, вызванные поступлением более холодной и плотной речной воды с дальнейшим ее погружением. В западной части водоема, лишенной крупных притоков, поле вертикальной составляющей движения более разнообразно – наряду с нисходящими отмечены и конвективные движения водных масс.



Рис. 6. Примкнувшие аккумулятивные террасы на правом берегу Краснодарского водохранилища. 18.10.2018. Снимок Digital Globe Inc. / Fig. 6. Adjacent accumulative terraces on the right bank of the Krasnodar reservoir. 18.10.2018. Image by Digital Globe Inc.

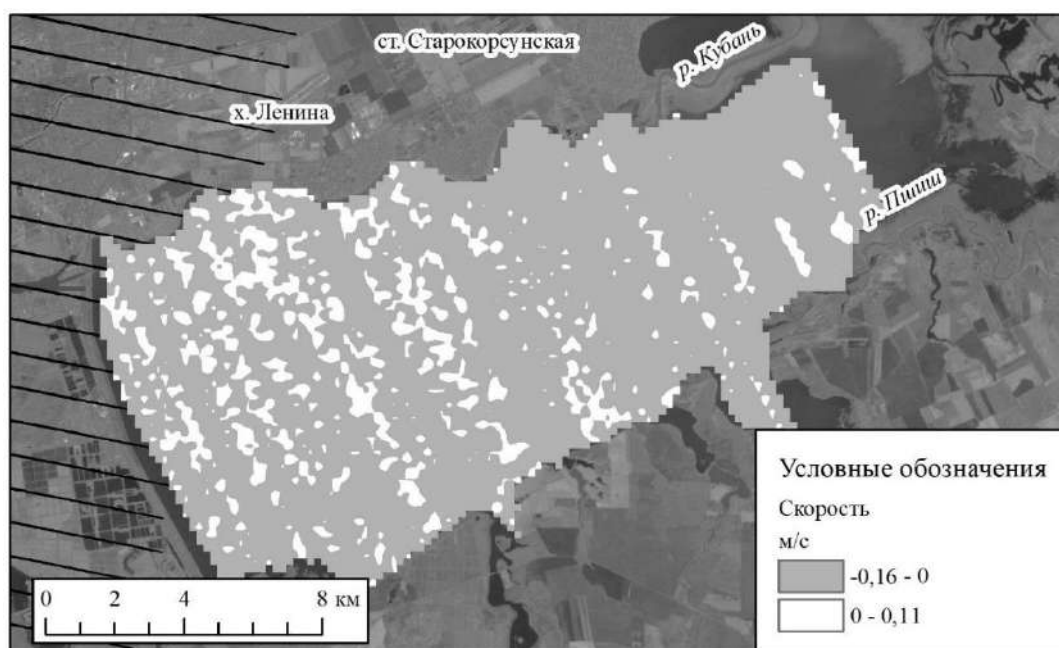


Рис. 7. Поле осредненных значений вертикальной составляющей движения водных масс. Отрицательные значения соответствуют нисходящим токам / Fig. 7. Field of averaged values of the vertical component of the movement of water masses. Negative values correspond to downward currents

Заклучение

По данным ADCP-съемки акватории Краснодарского водохранилища, проведенной с 07.07.2016 по 25.08.2016, установлены особенности динамики водных масс с элементами циркуляции разного порядка. Приведем основные:

1. Наличие уклона водной поверхности между приустьевым (р. Кубань) и приплотинным участками водохранилища с соответствующими притоком и сбросом воды обуславливает образование в водоеме стокового течения. В наблюдаемый период скорость, траектории и устойчивость стокового течения определялись взаимодействием с ветровыми течениями.

2. Динамика водных масс находится под влиянием господствующих в течение суток направленных ветров. При северо-восточных и восточных ветрах в водохранилище формируется характерная циклоническая циркуляция со стоковым течением, тяготеющим к правому берегу. При западных ветрах формируется схема течений с отклонением траектории стокового течения от правого берега к осевой части водоема.

3. Преобладающие скорости течений, отражающие транспортирующую способность водных масс, изменяются в пределах 0,02...0,5 м/с. Максимальные скорости зафиксированы в устьях Кубани и Пшица – более 0,5 м/с. В центральной и приплотинных частях акватории скорость течений, как

правило, не превышает 0,05 м/с, в отдельных случаях снижаясь до 0,01 м/с.

4. При впадении р. Кубани в водохранилище на мелководье происходит расширение русловой струи с усилением турбулентности вовлекаемых в движение водных масс. Вместе с тем струйное движение воды с повышенной скоростью течения отмечено в затопленном русле р. Кубани. Энергия речной струи Кубани затухает на расстоянии 1,5–2,0 км от вершины дельты.

5. Установлено различие в вертикальном перемещении водных масс между верхней и нижней частью водохранилища. Верхней части свойственно нисходящее движение, вызванное погружением относительно холодных речных вод, нижней части акватории – сочетание восходящих и нисходящих токов.

Литература

1. РД 52.08.767-2012. Расход воды на водотоках. Методика измерений акустическими доплеровскими профилографами Stream Pro и Rio Grande. М.: Росгидромет, 2012. 80 с.
2. Правила использования водных ресурсов Краснодарского водохранилища. Краснодар: Кубаньвод-проект, 2008. 158 с.
3. Лурье П.М., Панов В.Д., Ткаченко Ю.Ю. Река Кубань: гидрография и режим стока. СПб.: Гидрометеоздат, 2005. 500 с.
4. Курбатова И.Е. Мониторинг трансформации Краснодарского водохранилища с использованием спутниковых данных высокого разрешения // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2014. Т. 11, № 3. С. 42–53.
5. Погорелов А.В., Липилин Д.А., Курносова А.С. Спутниковый мониторинг Краснодарского водохранилища // Геогр. вестн. = Geographical Bulletin. 2017. № 1 (40). С. 130–137. Doi: 10.17072/2079-7877-2017-1-130-137.
6. Лагута А.А., Погорелов А.В. Особенности заиливания Краснодарского водохранилища. Опыт оценки по данным батиметрических съемок // Географ. вестн. = Geographical Bulletin. 2018. № 4 (47). С. 54–66. DOI: 10.17072/2079-7877-2018-4-54-56.
7. Погорелов А.В., Лагута А.А. Краснодарское водохранилище: состояние и трансформация за период эксплуатации // Региональные географические исследования: сб. науч. тр. Краснодар: Кубанский гос. ун-т, 2019. Вып. 2 (12). С. 34–42.
8. Лагута А.А., Погорелов А.В. Особенности дельтоформирования рек, впадающих в долинное водохранилище (на примере Краснодарского водохранилища) // Географ. вестн. = Geographical Bulletin. 2019. № 3(50). С. 119–134. Doi 10/17072/2079-7877-2019-3-119-134.
9. Караушев А.В. Проблемы динамики естественных водных потоков. Л.: ГИМИЗ, 1960. 393 с.
10. Караушев А.В. Речная гидравлика (курс общей и специальной гидравлики для гидрологов). Л.: ГИМИЗ, 1969. 418 с.
11. Филатова Т.Н. Исследование течений в озерах и водохранилищах. Л.: Гидрометеоздат, 1972. 319 с.
12. Матарзин Ю.М., Богословский Б.Б., Мацкевич И.К. Гидрологические процессы в водохранилищах. Пермь: ПГУ, 1977. 88 с.
13. Волны, течения и водные массы водоемов / под ред. Б.Б. Богословского. Л.: ЛПИ, 1980. 57 с.
14. Судольский А.С. Динамические явления в водоемах. Л.: Гидрометеоздат, 1991. 260 с.
15. Vermeyen T.B. Acoustic Doppler Current Profiler Measurements Near the Proposed Southern Nevada Water System Intake. No. 3, Lake Mead, Nevada. U.S. Department of the Interior Bureau of Reclamation, Technical Service Center, Hydraulic Investigations and Laboratory Services Group. Denver, Colorado, 2009. 45 p.
16. Vermeyen T.B., Wahl T. Experiences using Acoustic Doppler Current Profilers (ADCP) for Physical Model Calibrations // Proceedings of the 3rd International Symposium on Ecohydraulics. Salt Lake City, Utah, July 13–19, 1999.
17. Серебряный А.Н., Кацнельсон Б.Г., Тарасов Л.Л., Ужанский Э., Островский И. Новые результаты измерений системы течений и внутренних волн в Галилейском море // Акустика океана : докл. XVI школы-семинара им. акад. Л.М. Брежневских. М.: ГЕОС, 2018. С. 255–258.
18. Морозов А.Н., Лемешко Е.М. Опыт использования акустического доплеровского измерителя течений (ADCP) в условиях Черного моря // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря. 2005. № 12. С. 457–476.
19. WinRiver II. Software user's guide. Teledyne RD Instruments, 2018. 296 p.
20. Официальный сайт автоматизированной метеорологической системы СИНОП. URL: <https://synop.ru/forecast/#archive/> (дата обращения: 15.12.2018).
21. Официальный сайт Кубанского бассейнового водного управления Федерального агентства водных ресурсов. URL: <http://www.kbv-u-fgu.ru/> (дата обращения: 01.08.2018).
22. Справочник по климату СССР. Вып. 13, ч. III: Ветер. Л.: Гидрометеоздат, 1967. 332 с.
23. Михайлов В.Н. Гидрологические процессы в устьях рек. М.: ГЕОС, 1997. 171 с.
24. Назаров Н.Н. Русловые и псевдорусловые процессы в ложе водохранилищ // Макавеевские чтения – 2008. М.: Географический факультет МГУ, 2009. С. 100–108.

References

1. RD 52.08.767-2012. Water flow in watercourses. Measurement technique with acoustic Doppler profilers "Stream Pro" and "Rio Grande". (2012). Moscow, Rosgidromet Press, 80 p. (in Russian).

2. *Rules for the use of water resources of the Krasnodar Reservoir*. (2008). Krasnodar, Kuban'vodproekt Press, 158 p. (in Russian).
3. Lur'e P.M., Panov V.D., Tkachenko Yu.Yu. (2005). *Kuban River: hydrography and flow regime*. Saint Petersburg, Gidrometeoizdat Press, 500 p. (in Russian).
4. Kurbatova I.E. (2014). Transformation monitoring of the Krasnodar Reservoir using high resolution satellite data. *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, vol. 11, No. 3, pp. 42-53. (in Russian).
5. Pogorelov A.V., Lipilin D.A., Kurnosova A.S. (2017). Satellite monitoring of the Krasnodar Reservoir. *Geograf. vestn. = Geographical Bulletin*, No. 1 (40), pp. 130-137. (in Russian).
6. Laguta A.A., Pogorelov A.V. (2018). Peculiarities of Krasnodar water reservoir silting. Evaluation based on the data of bathymetric surveys. *Geogr. vestn. = Geographical Bulletin*, No. 4 (47), pp. 54-66. (in Russian).
7. Pogorelov A.V., Laguta A.A. (2019). Krasnodar Reservoir: state and transformation over the period of operation. *Regional geographical research*. Collection of Scientific Papers. Krasnodar, Kuban State University Press, iss. 2(12), pp. 34-42. (in Russian).
8. Laguta A.A., Pogorelov A.V. (2019). Features of delta formation of rivers flowing into a valley reservoir (on the example of the Krasnodar Reservoir). *Geograf. vestn. = Geographical Bulletin*, No. 3(50), pp. 119-134, doi: 10/17072/2079-7877-2019-3-119-134. (in Russian).
9. Karashev A.V. (1960). *Natural water flow problems*. Leningrad, GIMIZ Press, 393 p. (in Russian).
10. Karashev A.V. (1969). *River hydraulics (course of general and special hydraulics for hydrologists)*. Leningrad, GIMIZ Press, 418 p. (in Russian).
11. Filatova T.N. (1972). *Study of currents in lakes and reservoirs*. Leningrad, Gidrometeoizdat Press, 319 p. (in Russian).
12. Matarzin Yu.M., Bogoslovskij B.B., Mackevich I.K. (1977). *Hydrological processes in reservoirs*. Perm, Perm State University Press, 88 p. (in Russian).
13. *Waves, currents and water masses of reservoirs*. (1980). B.B. Bogoslovskii (Ed.). Leningrad, LPI Press, 57 p. (in Russian).
14. Sudol'skii A.S. (1991). *Dynamic phenomena in water bodies*. Leningrad, Gidrometeoizdat Press, 260 p. (in Russian).
15. Vermeyen T.B. (2009). *Acoustic Doppler Current Profiler Measurements Near the Proposed Southern Nevada Water System Intake No. 3, Lake Mead, Nevada*. U.S. Department of the Interior Bureau of Reclamation, Technical Service Center, Hydraulic Investigations and Laboratory Services Group, Denver, Colorado, 45 p.
16. Vermeyen T.B., Wahl T. (1999). Experiences using Acoustic Doppler Current Profilers (ADCP) for Physical Model Calibrations. *Proceedings of the 3rd International Symposium on Ecohydraulics*. Salt Lake City, Utah, July 13-19.
17. Serebryanyi A.N., Kacnel'son B.G., Tarasov L.L., Uzhanskii E., Ostrovskii I. (2018). New results of measurements of the system of currents and internal waves in the Sea of Galilee. *Acoustics of the ocean*. Reports of the XVI academician L. M. Brekhovskikh school-seminar. Moscow, GEOS Publ., pp. 255-258. (in Russian).
18. Morozov A.N., Lemeshko E.M. (2005). Experience of using an acoustic Doppler current profiler (ADCP) in the Black Sea. *Ekologicheskaya bezopasnost' pribrezhnoi i shel'fovoi zon morya*, No. 12, pp. 457-476. (in Russian).
19. *WinRiver II. Software user's guide*. (2018). Teledyne RD Instruments, 296 p.
20. *The official site of the automated meteorological system SINOP*. Available at: <https://synop.ru/forecast/#archive/> (accessed December 15, 2019). (in Russian).
21. *The official site of the Kuban Basin Water Administration of the Federal Agency for Water Resources*. Available at: <http://www.kbvufgu.ru/> (accessed August 1, 2018). (in Russian).
22. *Guide to the climate of the USSR*. (1967). Iss. 13, ch. III: Wind. Leningrad, Gidrometeoizdat Press, 332 p. (in Russian).
23. Mikhailov V.N. (1997). *Hydrological processes at river mouths*. Moscow, GEOS Publ., 171 p. (in Russian).
24. Nazarov N.N. (2009). Channel and pseudo-channel processes in the reservoir bed. *Maccabean readings-2008*. Moscow, Faculty of Geography, Moscow State University Press, pp. 100-108. (in Russian).

УДК 528 + 06
doi 10.18522/1026-2237-2020-4-98-104

АНАЛИЗ ПОНЯТИЯ И СПОСОБОВ ОБРАЗОВАНИЯ ЗЕМЕЛЬНЫХ УЧАСТКОВ

© 2020 г. *О.Н. Соболева¹, Г.В. Колошина¹*

¹*Ростовский государственный университет путей сообщения, Ростов-на-Дону, Россия*

ANALYSIS OF DEFINITION AND METHODS OF LAND PLOTS FORMATION

O.N. Soboleva¹, G.V. Koloshina¹

¹*Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russia*

Соболева Ольга Николаевна – кандидат экономических наук, доцент, кафедра изысканий, проектирования и строительства железных дорог, Ростовский государственный университет путей сообщения, пл. Ростовского Стрелкового Полка Народного Ополчения, 2, г. Ростов-на-Дону, 344038, Россия, e-mail: sobolevao@yandex.ru

Olga N. Soboleva - Candidate of Economics, Associate Professor, Department of Research, Design and Construction of Railways, Rostov State Transport University, Rostovskogo Strelkovogo Polka Narodnogo Opolcheniya Sq., 2, Rostov-on-Don, 344038, Russia, e-mail: sobolevao@yandex.ru

Колошина Галина Викторовна – кандидат педагогических наук, доцент, кафедра изысканий, проектирования и строительства железных дорог, Ростовский государственный университет путей сообщения, пл. Ростовского Стрелкового Полка Народного Ополчения, 2, г. Ростов-на-Дону, 344038, Россия, e-mail: galinakoloshina@yandex.ru

Galina V. Koloshina - Candidate of Pedagogics, Associate Professor, Department of Research, Design and Construction of Railways, Rostov State Transport University, Rostovskogo Strelkovogo Polka Narodnogo Opolcheniya Sq., 2, Rostov-on-Don, 344038, Russia, e-mail: galinakoloshina@yandex.ru

Выполнен анализ понятия и способов образования земельных участков, существующих в настоящее время и предусмотренных действующим законодательством. Цель исследования – выявить проблемы формирования единой правовой терминологии, имеющей важное теоретическое и практическое значение.

Результаты исследования. *Выполнен анализ существующих в настоящее время способов образования земельных участков, особенностей постановки при каждом способе участков на государственный кадастровый учет. Разработана дефиниция понятия «образование земельных участков», восполняющая пробелы отечественного земельного и кадастрового законодательства.*

Обсуждение и заключение. *Полученные результаты могут быть использованы при уточнении и внесении изменений в методику образования земельных участков.*

Ключевые слова: *образование земельного участка, государственный кадастровый учет, выдел, раздел, перераспределение земель*

Introduction. *The paper is aimed at analyzing the concept and methods of forming land plots that exist at the present time and provided for by the current legislation. The authors seek to identify the problems of formulating a unified legal terminology that obviously has great theoretical and practical importance.*

Research result. *The paper takes a new look at the present-day methods of land plot formation the peculiarities of setting plots on the state cadastral registration for each method. In addition, it presents the definition of the concept of “formation of land plots”, which tends to fills the gaps in domestic land and cadastral legislation.*

Discussion and conclusions. *The results can be used to clarify and make changes in the methodology of land formation.*

Keywords: *land plot formation, state cadastral registration, apportionment, division, redistribution of land.*

Введение

Легальная дефиниция понятия «земельный участок» содержится в п. 3 ст. 6 Земельного кодекса Российской Федерации (ЗК РФ). Земельный уча-

сток является «недвижимой вещью, которая представляет собой часть земной поверхности и имеет характеристики, позволяющие определить ее в качестве индивидуально определенной вещи» [1]. Как справедливо отмечает Д.С. Железнов, это

определение далеко не полно и не однозначно, однако за ним стоит авторитет законодателя [2, с. 98].

Кроме того, сегодня выработано значительное число доктринальных определений анализируемого понятия, предлагающих существенно расширить его объем. В частности, по мнению А.П. Анисимова и С.А. Чаркина, земельный участок представляет собой «часть поверхности земли, характеризующуюся наличием площади, границ, кадастрового номера и целевого назначения, параметры и виды разрешенного использования которой, включая все то, что находится над и под ее поверхностью, определяются правилами землепользования и застройки и/или иными нормативно-правовыми актами» [3, с. 6].

Расширение территорий населенных пунктов наряду с образованием новых обуславливает возрастающую потребность населения в приобретении новых земельных участков, процедура создания которых устанавливается федеральным законом.

Специфика образования земельных участков обусловлена пятью видами их создания. Так, ЗК РФ от 25.10.2001 № 136-ФЗ определяет следующие способы образования земельных участков:

- раздел;
- объединение;
- перераспределение;
- выдел из земельных участков;
- образование из земель, которые находятся в собственности государства или муниципального района [1].

Таким образом, анализ действующего российского законодательства делает возможным выделение двух основных способов образования земельных участков:

– образование нового земельного участка, подразумевающее первоначальное установление границ для предоставления земельного участка физическому или юридическому лицу для последующего использования;

– преобразование (изменение) исходного земельного участка путем раздела, объединения, и(или) перераспределения, нацеленное на создание земельного участка из уже существующих.

В связи с этим целью настоящей работы является изучение способов образования земельных участков, существующих в настоящее время и предусмотренных действующим законодательством, а также разработка легального определения понятия «образование земельных участков», восполняющего пробелы современного российского земельного и кадастрового законодательства.

Результаты исследования

Для определения границ земельного участка в некоторых случаях применяется порядок формирования земельного участка, тогда как в других – процедура их образования. На наш взгляд, этот вопрос заслуживает тщательного внимания. Это связано с тем, что отсутствие легальной дефиниции указанных понятий может привести к искаженной интерпретации правовых норм.

В настоящее время сформировалось два доктринальных взгляда на данную проблему. Согласно первому, термины «образование земельных участков» и «формирование земельных участков» являются абсолютными, а посему взаимозаменяемыми синонимами. В качестве подтверждения своего мнения исследователи указывают, что эти понятия обозначают определенные действия, результатом которых является появление нового земельного участка. Эти действия включают межевание, определение границ, присвоение кадастрового номера и т.д. Примечательно, что данная позиция отражается не только в специальной литературе [4, с. 27], но и в судебной практике [5].

Последователи второй точки зрения, наоборот, подчеркивают нетождественность анализируемых понятий. В частности, ссылаясь на ст. 30–34 ЗК РФ, И.О. Краснова пишет, что формирование земельного участка происходит при предоставлении земель, находящихся в государственной или муниципальной собственности, для жилищного строительства. Образование земельного участка происходит при выделе земельного участка из общей собственности в счет доли, разделе, объединении и перераспределении земельного участка [4, с. 28]. О.И. Краснов отмечает, что понятие «образование земельных участков» отличается от понятия «формирование земельных участков», смысл которого сформулирован п. 4 ст. 30 ЗК РФ [6, с. 90]. Примечательно, что данная точка зрения также находит отражение в судебной практике [7].

С целью установления единого терминологического аппарата в области землеустройства и кадастра под понятием «формирование земельного участка» мы предлагаем понимать способ первичного образования земельных участков из земель, находящихся в государственной или муниципальной собственности. Таким образом, п. 1 ст. 11.2 ЗК РФ целесообразно изложить в нижеследующей редакции: «Земельные участки образуются при разделе, объединении, перераспределении земельных участков или выделе из земельных участков, а формируются из земель, находящихся в государственной или муниципальной собственности».

Что касается способов образования земельных участков, то, по мнению А.А. Ялбулганова, раздел земельного участка является самым широко распространенным способом образования новых земельных участков для земель населенных пунктов и земель сельскохозяйственного назначения [8].

При образовании земельного участка путем раздела уже имеющегося объекта недвижимости (который в дальнейшем прекращает существование) создается несколько абсолютно новых земельных участков. Образованные путем раздела земельные участки подчиняются правилу, указанному в п. 7 ст. 11.9 ЗК РФ, согласно которому образование земельного участка, границы которого пересекают границы территориальных зон, лесничеств, лесопарков, не допускается (за исключением случаев, указанных в статье) [1].

Право собственности у владельца в этом случае возникает относительно всех образуемых путем раздела земельных участков. В случае владения объектом недвижимости на основе совместной долевой собственности все права владельцев сохраняются и переходят на все созданные земельные участки [1], если иное не предусмотрено соглашением сторон [9, с. 246].

Следует подчеркнуть, что исходный земельный участок прекращает свое существование не в момент государственной регистрации прав на образованные земельные участки, а лишь после регистрации прав на них. Кроме того, до дня государственной регистрации права сведения, внесенные в Единый государственный реестр недвижимости, носят временный характер. Если по истечении пятилетнего срока со дня постановки на учет земельного участка государственная регистрация права на него не осуществлена, то временные сведения аннулируются и исключаются из ЕГРН.

При разделе земельного участка, находящегося в государственной или муниципальной собственности, для его последующей передачи на правах постоянного (бессрочного) пользования, аренды или безвозмездного пользования исполнительному органу государственной власти или органу местного самоуправления необходимо в срок не позднее одного месяца (отсчитывается со дня предоставления заинтересованным лицом заявления об утверждении схемы расположения земельного участка(ов) на кадастровом плане территории) принять решение об утверждении данной схемы или составить мотивированный отказ. К заявлению об утверждении схемы расположения земельного участка(ов) на кадастровом плане территории прилагается следующее (ч. 7 ст. 11.4 ЗК РФ):

1) составленная схема расположения объекта недвижимого имущества на кадастровом плане терри-

тории для земельных участков, которые предлагается образовать в результате проведения раздела;

2) в случае отсутствия в ЕГРН сведений о праве собственности на объект недвижимости необходимо предоставить копии документов, подтверждающих права на исходный земельный участок.

Процедуру объединения объектов недвижимости возможно осуществить исключительно в отношении смежных земельных участков, принадлежащих одной категории земель. При этом, как пишут В.М. Кроз и О.Н. Колесова со ссылкой на приказ Минэкономразвития России от № 518 от 17.08.2012, объединять можно лишь земельные участки, границы которых были установлены согласно действующему законодательству [10, с. 19]. В противном случае сначала необходимо уточнить границы земельных участков и их площадь и лишь затем производить процедуру объединения.

Буквальное толкование п. 1 ст. 11.2 ЗК РФ позволяет сделать вывод о том, что современное российское земельное законодательство включает исчерпывающий перечень способов образования земельных участков. Вместе с тем ЗК РФ не предусматривает объединение существующего земельного участка и части земель, находящейся в государственной собственности. По мысли Г.А. Мисник, данный способ образования земельного участка противоречит букве закона, поэтому исследователю видится правомерным отказ органа кадастрового учета в постановке образуемого земельного участка [11, с. 37–38]. Тем не менее изменения, вступившие в силу 1 июля 2020 г., позволяют перераспределять такие участки (ст. 39.28 ЗК РФ).

Как правило, объединение земельных участков осуществляется при строительстве, если исходные размеры земельных участков слишком малы, и для упрощения документооборота, так как при объединении земельных участков собственник получает одну кадастровую выписку на землю.

Результатом станет прекращение существования смежных объектов недвижимости. Права на владение земельным участком у собственника возникают в полной мере в отношении образованного путем объединения объекта недвижимости, в случае наличия совместной долевой собственности в отношении смежных участков, общая долевая собственность также сохраняется.

Вопрос о необходимости перераспределения встает в случае, если собственник смежного участка решил выкупить долю для более рационального использования земельного участка или если конфигурация смежных участков не удовлетворяет потребностям собственника и т.д.

Перераспределение существующих смежных объектов недвижимости образует новые смежные

земельные участки в измененных границах, существование прежних объектов недвижимости прекращается. Владельцы полностью сохраняют права собственности на созданные путем перераспределения земельные участки. Однако площадь образуемых земельных участков при перераспределении (по соглашению сторон) может отличаться от площади земельных участков, из которых они образованы [12].

Следует отметить, что перераспределение представляет собой совокупность последовательно выполняемых процедур объединения и раздела. Следовательно, оно не только объединяет в себе их особенности, но и характеризуется дополнительными случаями. В частности, перераспределение земель и (или) земельных участков, находящихся в государственной или муниципальной собственности, между собой и земель и (или) земельных участков и земельных участков, находящихся в частной собственности, регламентируется гл. V.4 ЗК РФ. Перераспределение земель или земельных участков, находящихся в публичной собственности, и земельных участков, находящихся в частной собственности, допустимо в ограниченном количестве случаев.

Перераспределение земельных участков не допускается, если образование новых участков приводит к нарушению требований к образуемым земельным участкам.

Выполнение выдела объекта недвижимости проводится при необходимости выделения доли или нескольких долей из уже существующего земельного участка. При этом имеющийся земельный участок находится в совместной долевой собственности.

Однако по смыслу п. п. 1 и 3 ст. 252 ГК РФ в случае достижения участниками общей собственности соглашения об условиях и способах образования земельных участков в счет долей каждого из собственников следует говорить о разделе земельного участка. Если соглашение не достигнуто, т.е. хотя бы с одним из участников общей собственности (даже если остальные придут к такому соглашению) предусматривает выдел такими лицами земельных участков в счет своих долей. В этом случае подготавливается один межевой план на все такие земельные участки, и также одновременно будет осуществляться их постановка на кадастровый учет [8]. В случае возникновения спора при образовании земельных участков различными способами решение имеющихся разногласий осуществляется исключительно в судебном порядке.

Выдел земельного участка приводит к образованию новых объектов недвижимого имущества, однако участок, из которого был проведен выдел

одного или нескольких новых объектов недвижимости, существования не прекращает, а сохраняется с учётом проведения изменений в положении его границ.

Отдельно регулируется выдел земельного участка из земель сельскохозяйственного назначения. В частности, ст. 13 Федерального закона «Об обороте земель сельскохозяйственного назначения» от 24.07.2002 № 101-ФЗ регламентирует образование земельного участка из земельного участка, находящегося в долевой собственности. Согласно этим нормам, участник или участники долевой собственности вправе выделить земельный участок в счет своей земельной доли или своих земельных долей, в случае если это не противоречит ЗК РФ и ФЗ «Об обороте земель сельскохозяйственного назначения».

Аналогичные правила распространяются на процедуру выдела земельных долей, находящихся в муниципальной собственности.

После осуществления образования новых объектов недвижимого имущества необходимо провести определённый ряд кадастровых работ, которые являются необходимым условием для постановки на учёт в органы государственного кадастрового учёта и государственной регистрации прав [13].

В случае возникновения нового земельного участка из земель или земельных участков, которые находятся в непосредственной собственности, данная процедура выполняется согласно одному из следующих документов:

- 1) проекту межевания территории;
- 2) проектной документации в отношении лесных участков;
- 3) в соответствии с утвержденной схемой расположения объекта недвижимости на кадастровом плане территории.

При этом подготовка межевого плана выполняется в виде одного документа в следующих случаях:

- в результате образования одного или нескольких объектов недвижимости при разделе одного земельного участка;
- в результате образования одного или нескольких объектов недвижимости после проведения выдела отдельной доли или нескольких долей из участка, находящегося в совместной долевой собственности;
- в результате образования одного или нескольких объектов недвижимости как итога проведения перераспределения нескольких имеющихся земельных участков;
- в результате образования одного объекта недвижимости после объединения нескольких смежных земельных участков.

При создании нескольких земельных участков из земель, которые находятся в ведении государства или муниципалитета, межевой план подготавливается в виде отдельного документа непосредственно для каждого образуемого объекта недвижимого имущества.

Если после проведения кадастровых работ сохраняются существующие возражения касательно расположения границ земельных участков, межевой план подготавливается для передачи заказчику в целях снятия притязаний в порядке, установленном законодательством Российской Федерации [14].

При образовании новых земельных участков требуется соблюдение определённых требований. К ним относятся:

- требования по соблюдению размеров земельных участков (с учётом установленных минимальных и максимальных значений);
- отсутствие пересечений между границами образованного участка с границами населенного пункта или с границами муниципального района;
- запрещается образовывать земельные участки, если данные действия в дальнейшем не допустят разрешенного использования существующих в границах земельного участка объектов недвижимого имущества;
- запрещается осуществлять раздел, выдел или перераспределение в том случае, если существующие обременения ограничивают возможность использования земельных участков;
- создание новых земельных участков должно соответствовать требованиям охраны и рационального использования земель, а также не должно мешать размещению новых объектов недвижимого имущества [15].

Все изменения, которые осуществляются с территориальным расположением границ земельных участков, в обязательном порядке должны быть отражены на кадастровом плане территории.

Схема территориального расположения границ земельного участка должна отражать:

- 1) площадь каждого созданного объекта недвижимости;
- 2) условные номера.

Создание данной схемы может быть выполнено гражданином или юридическим лицом. При этом право собственности данных лиц распространяется на земельные участки, приобретенные согласно действующим в Российской Федерации нормативно-правовым актам.

В случае необходимости осуществления изъятия земельного участка подготовка схемы может быть

выполнена лицом, в пользу которого будет проведена данная процедура.

Схема расположения земельного участка должна предоставляться в органы регистрации в форме электронного носителя. При этом её подготовка может осуществляться с помощью официального интернет-портала Росреестра [16]. Плата за подготовку схемы расположения земельного участка с использованием официального сайта не взимается.

После утверждения схемы расположения в органах регистрации прав указываются следующие данные о земельном участке:

- кадастровый номер одного или нескольких образованных участков;
- адрес, определяющий местоположение образованного участка в пространстве;
- общая площадь;
- территориальная зона, к которой относится образованный участок;
- установленная категория земель.

Продолжительность действия решения об утверждении схемы расположения земельного участка – два года.

Также существует ряд оснований для отказа в утверждении схемы расположения земельного участка:

- 1) отсутствие соответствия установленному формату;
- 2) пересечение местоположения границ земельного участка с ранее утвержденной схемой расположения земельного участка;
- 3) нарушение требований к создаваемым земельным участкам;
- 4) несоответствие утвержденному проекту планировки или землеустроительной документации;
- 5) создание схемы для участка, располагаемого внутри территории, для которой утверждён межевой план.

В том случае, если границы земельного участка на схеме расположения пересекают границы участков, которые образуются согласно проекту межевания территории, который был принят после утверждения схемы, схема расположения земельного участка будет иметь преимущественное значение при образовании земельного участка.

Требование от физического или юридического лица, подавшего заявление на согласование схемы, документов, не установленных законодательством, запрещается.

Данные, которые находятся в утвержденном решении, а также в схеме расположения земельного участка, отображаются на публичных кадастровых картах.

Ограничения, которые ранее были установлены в отношении исходных земельных участков, в полной мере сохраняются для образованных земельных участков в прежних границах.

Заключение

В настоящее время действующим законодательством предусмотрено пять способов образования земельных участков, выбор которых зависит от целей собственников/землепользователей, вида прав на землю, целевого назначения земель. Процедура образования участков, которая в первую очередь относится к земельным отношениям и кадастровым работам, увязана также с градостроительными вопросами использования территорий. Таким образом, действующим законодательством предусмотрены различные способы формирования земельных участков, учитывающие как особенности самих участков и их назначение, так и желание собственников реализовать свои права в целях наиболее эффективного использования недвижимости или удобного им.

Полученные результаты могут быть использованы при уточнении и внесении изменений в методу образования земельных участков.

Литература

1. Земельный кодекс Российской Федерации от 25.10.2001 № 136-ФЗ (ред. от 18.03.2020) (с изм. и доп., вступ. в силу с 01.07.2020) // Собрание законодательства РФ. 2001. № 44. Ст. 4147.
2. Железнов Д.С. Правовое регулирование предоставления земельных участков для строительства в городах федерального значения: дис. ... канд. юрид. наук. М., 2014. 208 с.
3. Анисимов А.П., Чаркин С.А. Объекты земельных правоотношений // Российская юстиция. 2012. № 2. С. 4–8.
4. Земельное право / отв. ред. Н.Г. Жаворонкова, О.А. Романова. М.: Проспект, 2013. 352 с.
5. Постановление ФАС Московского округа от 15 ноября 2012 г. по делу № А40-13200/12-106-62 // СПС «КонсультантПлюс».
6. Крассов О.И. Комментарий к Земельному кодексу Российской Федерации (постатейный). М.: Инфра-М, 2016. 359 с.
7. Определение Приморского краевого суда от 7 марта 2013 г. по делу № 33-1979 // СПС «КонсультантПлюс».
8. Постатейный научно-практический комментарий к Земельному кодексу Российской Федерации /

под ред. А.А. Ялбулганова // СПС «КонсультантПлюс». 2014.

9. Настольная книга нотариуса: в 4 т. Т. 2: Правила совершения отдельных видов нотариальных действий / под ред. И.Г. Медведева. М.: Статут, 2015. 638 с.

10. Кроз В.М., Колесова О.Н. К вопросу об образовании земельного участка как юридической процедуры // Вопросы экономики и права. 2016. № 2. С. 17–21.

11. Кадастровый учет недвижимого имущества: вопросы и ответы / отв. ред. Г.А. Мисник. М.: Статут, 2015. 176 с.

12. Корнеев А.Л. Некоторые вопросы образования земельных участков // Экологическое право. 2012. № 5. С. 38–43.

13. Федеральный закон от 13.07.2015 № 218-ФЗ (ред. от 25.05.2020) «О государственной регистрации недвижимости» // Собрание законодательства РФ. 2015. № 29 (ч. I). Ст. 4344.

14. Федеральный закон от 24.07.2007 № 221-ФЗ (ред. от 02.08.2019) «О кадастровой деятельности» (с изм. и доп., вступ. в силу с 16.09.2019) // Собрание законодательства РФ. 2007. № 31. Ст. 4017.

15. Приказ Минэкономразвития России от 08.12.2015 № 921 (ред. от 14.12.2018) «Об утверждении формы и состава сведений межевого плана, требований к его подготовке» (зарегистрировано в Минюсте России 20.01.2016 № 40651) // Официальный интернет-портал правовой информации. URL: www.pravo.gov.ru (дата обращения: 25.06.2020).

16. Оказание электронных государственных услуг // Официальный сайт Федеральной службы государственной регистрации, кадастра и картографии (РОСРЕЕСТР). URL: <http://www.rosreestr.ru> (дата обращения: 24.06.2020).

References

1. Land Code of the Russian Federation of October 25, 2001 No. 136-FZ (as revised on March 18, 2020) (as amended and supplemented, entered into force on July 1, 2020). (2001). *Sobranie zakonodatel'stva RF*, No. 44, art. 4147. (in Russian).
2. Zheleznov D.S. (2014). *Legal regulation of the provision of land plots for construction in cities of federal significance*. Dissertation Thesis, Moscow, 208 p. (in Russian).
3. Anisimov A.P., Charkin S.A. (2012). Objects of land legal relations. *Rossiiskaya yustitsiya*, No. 2, pp. 4-8. (in Russian).
4. *Land law*. (2013). N.G. Zhavoronkova, O.A. Romanova (Eds.). Moscow, Prospekt Publ., 352 p. (in Russian).
5. Resolution of the Federal Antimonopoly Service of the Moscow District of November 15, 2012 in case No. A40-13200 / 12-106-62. *Reference Legal System "ConsultantPlus"*. (in Russian).

6. Krassov O.I. (2016). *Commentary on the Land Code of the Russian Federation*. 3rd ed. Moscow, Infra-M Publ., 359 p. (in Russian).
7. Determination of the Primorsky Regional Court dated March 7, 2013 in case No. 33-1979. *Reference Legal System "ConsultantPlus"*. (in Russian).
8. Article-by-article scientific and practical commentary to the Land Code of the Russian Federation (2014). A.A. Yalbulganov (Ed.). *Reference Legal System "ConsultantPlus"*. (in Russian).
9. *Notary's handbook*. (2015). I.G. Medvedev (Ed.). 3rd ed. Moscow, Statut Publ., vol. 2: Rules for the Performance of Certain Types of Notarial Actions, 638 p. (in Russian).
10. Kroz V.M., Kolesova O.N. (2016). To the question of a land plot formation as a legal procedure. *Voprosy ekonomiki i prava*, No. 2, pp. 17-21. (in Russian).
11. *Cadastral registration of real estate: Questions and answers*. (2015). G.A. Misnik (Ed.). Moscow, Statut Publ., 176 p. (in Russian).
12. Korneev A.L. (2012). Some issues of land plots formation. *Ekologicheskoe pravo*, No. 5, pp. 38-43. (in Russian).
13. Federal Law of July 13, 2015 No. 218-FL (ed. May 25, 2020) "On State Registration of Real Estate". (2015). *Sobranie zakonodatel'stva RF*, No. 29 (part I), art. 4344. (in Russian).
14. Federal Law of July 24, 2007 No. 221-FL (ed. August 2, 2019) "On Cadastral Activity" (as amended and supplemented, entered in force on September 16, 2019) (2007). *Sobranie zakonodatel'stva RF*, No. 31, art. 4017. (in Russian).
15. Order of the Ministry of Economic Development of Russia of December 8, 2015 No. 921 (ed. December 14, 2018) "On Approval of the Form and Details of a Survey Plan and Requirements to Its Preparation" (Registered in the Ministry of Justice of Russia January 20, 2016 No. 40651). *The official Internet portal of legal information*. Available at: www.pravo.gov.ru (accessed June 25, 2020). (in Russian).
16. Provision of Electronic State Services. *Official website of the Federal Service for State Registration, Cadastre and Cartography (ROSREESTR)*. Available at: <http://www.rosreestr.ru> (accessed June 24, 2020). (in Russian).

УДК 630; 631.46, 574.42

doi 10.18522/1026-2237-2020-4-105-111

ДИНАМИКА ИЗМЕНЕНИЯ АКТИВНОСТИ ФЕРМЕНТОВ В ПОЧВАХ АДЫГЕИ С РАЗНОЙ СТЕПЕНЬЮ НАРУШЕНИЯ ПОСЛЕ СВЕДЕНИЯ ЛЕСА*

© 2020 г. В.П. Солдатов¹, А.К. Шханацев², К.Ш. Казеев¹,
Т.Д. Харитоновна¹, Д.К. Казеев^{1,3}, С.И. Колесников¹

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия,

²Майкопский государственный технологический университет, Майкоп, Россия,

³НИИ «Спецвузавтоматика», Ростов-на-Дону, Россия

DYNAMICS OF ENZYME ACTIVITY CHANGE IN SOILS OF ADYGEA WITH VARIOUS DEGREES OF DISTURBANCE AFTER FOREST REDUCTION**

V.P. Soldatov¹, A.K. Shkhatpatsev², K.Sh. Kazeev¹,
T.D. Kharitonova¹, D.K. Kazeev^{1,3}, S.I. Kolesnikov¹

¹Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia,

²Maikop State Technological University, Maikop, Russia,

³Research Institute "Spetsvuzavtomatika", Rostov-on-Don, Russia

Солдатов Василий Петрович – аспирант, кафедра экологии и природопользования, Академия биологии и биотехнологии им. Д.И. Ивановского, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: mefesto90@mail.ru

Vasilij P. Soldatov - Postgraduate, Department of Ecology and Environmental Management, Ivanovsky Academy of Biology and Biotechnology, Southern Federal University, Stachki Ave, 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: mefesto90@mail.ru

Шханацев Аслан Капланович – кандидат сельскохозяйственных наук, доцент, декан факультета аграрных технологий, Майкопский государственный технологический университет, ул. Первомайская, 191, г. Майкоп, Республика Адыгея, 385000, Россия, e-mail: f_agr_technolog@mkgtu.ru

Aslan K. Shkhatpatsev - Candidate of Agricultural Sciences, Associate Professor, Dean of the Faculty of Agrarian Technologies, Maikop State Technological University, Pervomayskaya St., 191, Maikop, Republic of Adygea, 385000, Russia, e-mail: f_agr_technolog@mkgtu.ru

Казеев Камиль Шагидуллоевич – доктор биологических наук, профессор, кафедра экологии и природопользования, Академия биологии и биотехнологии им. Д.И. Ивановского, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: kamil_kazeev@mail.ru

Kamil Sh. Kazeev - Doctor of Biological Sciences, Professor, Department of Ecology and Nature Management, Ivanovsky Academy of Biology and Biotechnology, Southern Federal University, Stachki Ave, 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: kamil_kazeev@mail.ru

Харитоновна Татьяна Дмитриевна – студентка, кафедра экологии и природопользования, Академия биологии и биотехнологии им. Д.И. Ивановского, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: har@sfedu.ru

Tatiana D. Kharitonova - Student, Department of Ecology and Nature Management, Ivanovsky Academy of Biology and Biotechnology, Southern Federal University, Stachki Ave, 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: har@sfedu.ru

Казеев Дамир Камильевич – студент, Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Ворovichа, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия; НИИ «Спецвузавтоматика», пер. Газетный, 51, г. Ростов-на-Дону, 344002, Россия, e-mail: dkazeev@sfedu.ru

Damir K. Kazeev - Student, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia; Research Institute "Spetsvuzavtomatika", Gazetny Lane, 51, Rostov-on-Don, 344002, Russia, e-mail: dkazeev@sfedu.ru

* Исследование выполнено при государственной поддержке ведущей научной школы Российской Федерации (НШ-2511.2020.11).

** Work was supported by government projects for the leading scientific schools of the Russian Federation (NSh-2511.2020.11).

Колесников Сергей Ильич – доктор сельскохозяйственных наук, профессор, заведующий кафедрой экологии и природопользования, Академия биологии и биотехнологии им. Д.И. Иванковского, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: kolesnikov@sfedu.ru

Sergey I. Kolesnikov - Doctor of Agricultural Sciences, Professor, Head of the Department of Ecology and Nature Management, Ivanovsky Academy of Biology and Biotechnology, Southern Federal University, Stachki Ave, 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: kolesnikov@sfedu.ru

Выявлены закономерности десятилетнего изменения биологических свойств почв на нескольких вырубках в среднегорной части Западного Кавказа после сведения леса. Почвенный покров территории представлен дерново-карбонатными выщелоченными почвами (карболитоземы темногумусовые), которые имеют более высокое содержание гумуса и биологическую активность, чем зональные бурые лесные почвы. В результате рубки и сопутствующих работ территория вырубок дифференцирована по степени нарушения почвенно-растительного покрова. Почвенный покров со временем отличается от исходных почв все больше в результате разнонаправленных процессов. Участки с сильным повреждением покрова разрушаются в результате эрозии, особенно в условиях расчлененного рельефа. Периферийные участки в первые годы активно зарастают высокотравной луговой растительностью, что приводит к активизации дернового и гумусо-аккумулятивного процессов. Активность почвенных ферментов (каталаза, уреазы, фосфатазы, дегидрогеназы) значительно варьирует на разных участках вырубок. Спустя 5 лет после сведения леса варьирование содержания гумуса и активности каталазы значительно повышается. Активность почвенных гидролаз и содержание органического вещества в нарушенных почвах вырубок уменьшается в несколько раз, в то время как на окраинах вырубок в слабонарушенных почвах гумусонакопление и ферментативная активность усиливаются в результате опушечного эффекта.

Ключевые слова: антропогенное воздействие, рубка леса, сукцессии, краевой эффект, биоиндикация почв, ферментативная активность.

Regularities of ten-year changes in the biological properties of soils at several clearings in the mid-mountainous part of the Western Caucasus after de-forestation have been revealed. The soil cover of the territory is represented by Rendzic Leptosols, which have a higher humus content and biological activity than zonal Dystric Cambisols. As a result of felling and related work, the area of felling is differentiated according to the degree of disturbance of the soil and vegetation cover. Over time, the soil cover differs from the forest soils more and more as a result of multidirectional processes. Areas with severe damage to the soil are destroyed as a result of erosion, especially in conditions of dissected relief. In the early years, the peripheral areas are actively overgrown with tall-grass meadow vegetation, which leads to the activation of sod and humus-accumulative processes. The activity of soil enzymes (catalase, urease, phosphatase, dehydrogenase) varies significantly in different areas of felling sites. Variation in the humus content and catalase activity increases significantly after 5 years of forest clearing. The hydro-lases activity and organic matter content in the disturbed soils of felling are-as decrease several times, while on the outskirts of clearings in slightly disturbed soils, humus accumulation and enzyme activity increases as a result of the edging effect.

Keywords: anthropogenic impact, forest felling, succession, edge effect, soil bioindication, enzyme activity.

На юге европейской территории России крупные массивы ненарушенных лесов остались только на Кавказе. Здесь они занимают значительную часть территории в предгорных и горных условиях. Лесные массивы обладают высокой ценностью вследствие высокого разнообразия флоры и фауны, экосистемной и природоохранной функций. Рубка лесов приводит к коренным преобразованиям природных экосистем [1]. Экологическое состояние почв значительно изменяется при сведении лесов, что в условиях горного рельефа и большого количества осадков приводит к деградации почвенного покрова в результате эрозионных процессов [2–4]. Восстановительные сукцессии после рубки лесов приводят к значительным изменениям растительности и почв [5, 6]. В послелесных экосистемах можно отметить не только деградацию, но и так называемый экотонный, или опушечный, краевой эффект. Экотонный эффект проявляется в отноше-

нии не только растительности, но и других групп организмов. Актуальность исследований опушечного эффекта определяется возможностью использования полученных данных для прогнозирования состояния смежных экосистем и оценки их взаимовлияния, а также для изучения экотонных как специфических местообитаний, в которых могут сохраняться редкие виды.

Для оценки состава, свойств почв, деградационных процессов и устойчивости к ним широко применяют методы биологической диагностики и индикации [7]. Биологическая активность почв имеет большое значение для их свойств и почвообразования. Микробиологические и биохимические показатели широко используются в оценке качества и здоровья почв, их применение все время совершенствуется для унификации и преодоления разночтений [8]. Ранее показатели биологической активности использовались для оценки свойств почв Юга Рос-

сии [9], их плодородия [10, 11], устойчивости к пожарам [12] и химическому загрязнению [13–15]. Среди биологических показателей высокой информативностью и чувствительностью обладают почвенные экзоферменты [12, 16–19]. Для оценки последствий сведения леса на биологические процессы в почвах также можно применять методы биологической диагностики почв [4, 20].

Целью работы было изучение закономерностей изменения биологической активности почв вырубок Западного Кавказа в зависимости от степени повреждений при сведении леса.

Объекты и методы

Территория, на которой проводились исследования, расположена в нескольких километрах от поселка Гузерибль (Адыгея) на высоте 1200–1600 м над уровнем моря. Почвы исследуемой территории – дерново-карбонатные (рендзины) выщелоченные слабокаменистые суглинистые на элювии известняков. По классификации почв России они относятся к карболитоземам темногумусовым, если их мощность не превышает 30 см. Если мощность превышает 30 см, то они классифицированы как органо-аккумулятивные темногумусовые остаточного-карбонатные [21]. Дерново-карбонатные почвы имеют некоторые отличия от зональных почв [22, 23]: высокое содержание гумуса в верхнем горизонте и карбонатов по всему профилю, слабощелочная реакция среды, тяжелосуглинистый гранулометрический состав, высокая поглощательная способность, хорошая оструктуренность. Биологические параметры этих почв значительно различаются благодаря наличию карбонатов кальция в почвенном профиле [24]. Ранее здесь были проведены исследования биологических свойств лесных и послелесных почв [4, 25, 26].

Исследовали несколько участков вырубок, находящихся в нескольких километрах друг от друга. Сплошная рубка леса на участках № 1 и 2 проведена в 2010 г. для строительства высоковольтных линий передачи, поэтому их длина измеряется многими километрами при ширине 20–50 м. При проведении работ по рубке и тралевке леса на значительной территории был поврежден почвенно-растительный покров. В качестве мониторинговых площадок были выбраны несколько участков с разной степенью нарушения почвенного покрова. Их выявили по глубине скальпирования почвы, степени её перемешивания и погребения в результате работы тяжелой техники. Уровень нарушения изменялся от леса до дороги, от самого слабого до самого сильного. В соответствии с антропогенной нагрузкой выделили участки со слабым, средним и

сильным уровнем нарушения почвы. В качестве контроля были исследованы участки буково-пихтового леса с подлеском из папоротника и травянистых растений. На участке № 3 рубка леса и сопутствующие работы завершены в 2019 г., территория представляет собой однородную площадку с полным уничтожением растительности, подстилки и верхнего гумусового слоя.

В настоящую работу вошли результаты исследований, проведенных с 2010 по 2020 г. ежегодно в летний период. На каждом участке было отобрано по 3 образца почвы на расстоянии нескольких метров друг от друга. Глубина отбора образцов составляла 0–10 см, в нескольких случаях отбор проводили по всему почвенному профилю.

Для оценки биологической активности определены разные показатели с особым вниманием к активности почвенных ферментов. Для оценки причинно-следственных связей определяли экологические, физические и химические свойства почв. Все определения выполнены с использованием современных методов исследований [7]. Статистическая обработка данных выполнена с использованием программы Python 3.6.5, пакет Matplotlib.

Результаты и обсуждение

Ферментативная активность исследуемых фоновых дерново-карбонатных почв весьма значительна. Активность каталазы, инвертазы, дегидрогеназ в большинстве случаев находится на высоком уровне обогащенности. Выявлены высокое пространственное варьирование и динамичность значений активности ферментов в исследуемых почвах во времени. Активность почвенных ферментов по-разному изменяется в течение первых 10 лет после вырубки леса. Варьирование активности каталазы резко усиливается через 5 лет после рубки леса и остается высоким в течение всех последующих лет наблюдения (рис. 1).

Это связано с дифференциацией нарушенных при сведении леса почв, которая происходит с разной скоростью на разных участках. Мониторинг ферментативной активности в почвах территории вырубки показал значительные различия в почвах на разных участках вырубки. Выявлены разные закономерности изменения ферментативной активности на участках вырубки со слабым, средним и сильным уровнем нарушений при вырубки и тралевке леса после 2010 г. Активность каталазы, первоначально резко ингибированной на всей территории вырубки, в дальнейшем значительно дифференцируется в зависимости от скорости восстановления почвенно-растительного покрова на выручке (рис. 2).

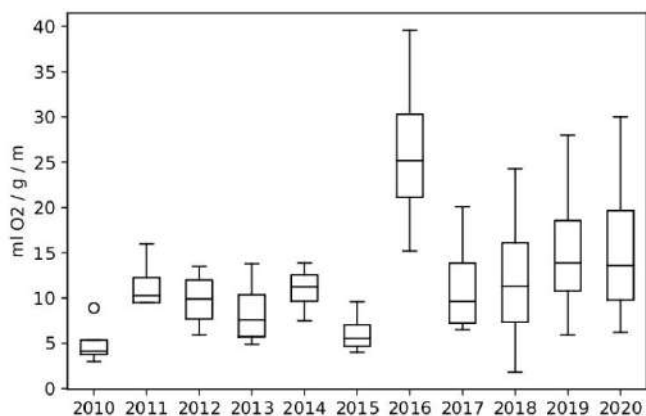


Рис. 1. Динамика активности каталазы в почвах вырубке № 1 (2010–2020 гг.) / Fig. 1. Dynamics of catalase activity in the soils of felling No. 1 (2010-2020)

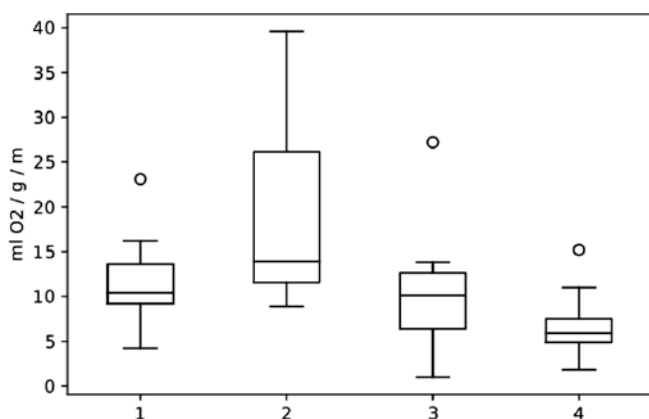


Рис. 2. Активность каталазы в почвах вырубке № 1 с разной степенью нарушения: 1 – лес (контрольный участок); 2 – слабое нарушение; 3 – среднее нарушение; 4 – сильное нарушение / Fig. 2. Catalase activity in soils of felling No. 1 with varying degrees violations: 1 - forest (control plot); 2 - weak violation; 3 - average violation; 4 - severe violation

Наиболее значительно с широкой амплитудой значений изменяется активность каталазы на периферийном участке вырубке со слабой степенью повреждения и высокой скоростью возобновления растительного покрова. Здесь происходит прогрессирующее повышение значений активности каталазы сверх контрольных значений уже в первые годы наблюдения. Через 10 лет после рубки леса активность каталазы здесь повышена на 85 % относительно контрольного участка леса (рис. 3). Это связано с сукцессионным изменением растительности, сопровождаемым повышением разнообразия и продуктивности высокотравной растительности. Повышенная инсоляция на открытых после сведения леса пространствах приводит к повышению

температуры и бурному росту травянистой растительности и, как следствие, усилению дернового и гумусо-аккумулятивного процессов. Кроме того, большое значение в увеличении биологической активности, особенно ферментов, ответственных за цикл углерода и азота, имеют древесные остатки, остающиеся на вырубках после сведения леса [20, 27]. О различиях в уровне биологической активности почв сообщал ранее А.Г. Молчанов с соавторами [20]. На ненарушенных участках вырубке дыхание почв повышено относительно участков леса вследствие улучшения освещения и гидротермических условий. При нарушении гумусового слоя интенсивность дыхания резко уменьшается. На большей части вырубке на участках со средним антропогенным нарушением отмечено восстановление активности каталазы, которая при этом колеблется на уровне контрольных значений, но степень её варьирования весьма высока, что связано с локальными изменениями микрорельефа и растительности.

На участках с сильным нарушением поверхности почвы происходит снижение активности всех исследуемых ферментов. При этом в условиях обильного увлажнения и расчлененного рельефа резко усиливаются процессы водной эрозии, которые приводят к смыву верхнего гумусированного слоя, укорачиванию гумусового профиля, повышению каменистости почв, а местами выхода на поверхность карбонатного элювия и массивных плит известняка. Через 10 лет после рубки активность каталазы на этом участке вырубке № 1 на 62 % меньше контрольных значений. Однако в некоторых случаях активность каталазы даже на сильно нарушенных участках может быть не только не снижена, но даже быть выше контроля. Это, например, зафиксировано на второй вырубке, где отмечены дополнительное увлажнение и привнос

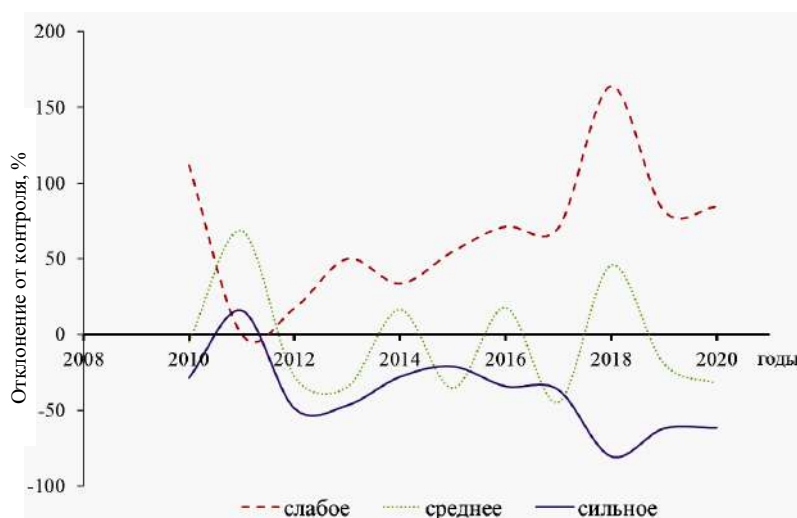


Рис. 3. Динамика активности каталазы в почвах вырубке № 1 после рубки леса, 2010–2020 гг. / Fig. 3. Dynamics of catalase activity in soils of felling No. 1 after felling, 2010-2020

с вышерасположенных склонов водными потоками почвенного мелкозёма и каменистого элювия, преимущественно карбонатных пород (рис. 4).

Это приводит к насыщению почв кальцием извести и повышению pH с 6,7 в почве под лесом до 7,8 на этом участке. Так как каталаза положительно реагирует на повышение pH и карбонатности почв [10, 24], ее значения на участке с сильным нарушением в 2020 г. на 14 % выше контроля. Ранее на этом участке были отмечены значительные отклонения значений каталазы от контроля. Вырубка № 3 с коротким периодом восстановления и оголенной нарушенной поверхностью также характеризуется сходными с контролем значениями активности каталазы в первые два года после сведения леса. При этом содержание гумуса на всех участках сильного нарушения в несколько раз ниже, чем на контрольных участках леса. Это свидетельствует о низкой зависимости активности каталазы от пула органического углерода в исследуемых почвах. Коэффициент корреляции Пирсона для этих показателей в 2019 г. составил всего 0,49, в то время как для других ферментов он гораздо выше (дегидрогеназы – 0,82; фосфатаза – 0,87, инвертаза – 0,93, уреазы – 0,99). В большинстве исследований указано на значительную связь активности большинства ферментов с содержанием гумуса [7, 10, 18, 19, 27]. По другим сведениям, ферментативная активность лесных почв плохо коррелирует с пулом углерода и азота и больше зависит от абиотических факторов [28].

Активность инвертазы, уреазы и дегидрогеназ в исследуемых почвах варьирует в больших пределах, чем активность каталазы. Однако для всех ферментов выявлен сходный с поведением активности каталазы тренд (рис. 3). При слабом нарушении почв после первых лет значительного возрастания ферментативной активности на 70–200 % значения дегидрогеназ и инвертазы начинают снижаться. Активность дегидрогеназ уже через 5 лет снижается ниже контроля, активность инвертазы приближается к контрольным значениям через 9 лет после рубки. Высокая степень нарушения на всех трех вырубках приводит к значительному уменьшению значений активности этих ферментов практически без тренда к восстановлению (рис. 4). В конце наблюдений активность инвертазы на сильно нарушенных участках трех вырубок ниже контроля на 65–87 %, уреазы – на 73–96, дегидрогеназа – на 63–81.

Таким образом установлено, что активность почвенных ферментов после сведения леса опреде-

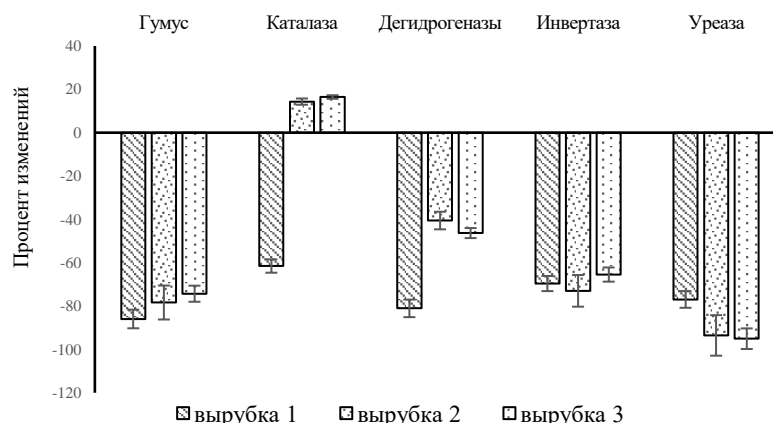


Рис. 4. Изменение биологической активности на вырубках при сильной степени нарушения почв, 2020 г. / Fig. 4. Change in biological activity in felling areas with a strong degree of soil disturbance, 2020

ляется многими факторами, включая степень нарушения почвенно-растительного покрова, время восстановления, тип растительности, содержание гумуса, вид фермента и др.

Литература

1. Дымов А.А. Влияние сплошных рубок в бореальных лесах России на почвы (обзор) // Почвоведение. 2017. № 7. С. 787–798.
2. Ивонин В.М., Тертерян А.В. Поверхностный сток при ливнях в нарушенных лесах на водосборах горных рек Северо-Западного Кавказа // Мелиорация и водное хозяйство. 2013. № 1. С. 17–19.
3. Ивонин В.М., Тертерян А.В. Эрозия почвы во время ливней в производных лесах Северо-Западного Кавказа // Изв. вузов. Лесной журн. 2015. № 1 (343). С. 54–61.
4. Тер-Мисакянц Т.А., Казеев К.Ш., Колесников С.И. Дегградация дерново-карбонатных почв Западного Кавказа в результате вырубки леса. Ростов н/Д.: Изд-во ЮФУ, 2013. 108 с.
5. Кузнецова А.И., Лукина Н.В., Тихонова Е.В., Горнов А.В., Горнова М.В., Смирнов В.Э., Гераськина А.П., Шевченко Н.Е., Тебенькова Д.Н., Чумаченко С.И. Аккумуляция углерода в песчаных и суглинистых почвах равнинных хвойно-широколиственных лесов в ходе послерубочных восстановительных сукцессий // Почвоведение. 2019. № 7. С. 803–816.
6. Шевченко Н.Е., Кузнецова А.И., Тебенькова Д.Н., Смирнов В.Э., Гераськина А.П., Горнов А.В., Грабенко Е.А., Тихонова Е.В., Лукина Н.В. Сукцессионная динамика растительности и запасы почвенного углерода в хвойно-широколиственных лесах Северо-Западного Кавказа // Лесоведение. 2019. № 3. С. 163–176.
7. Казеев К.Ш., Колесников С.И., Акименко Ю.В., Даденко Е.В. Методы биодиагностики наземных экосистем. Ростов н/Д.: Изд-во ЮФУ, 2016. 356 с.
8. Thiele-Bruhn S., Schloter M., Wilke B.-M., Beaudette L. A., Martin-Laurent F., Cheviron N., Mougin C., Römbke J. Identification of new microbial functional

standards for soil quality assessment // *Soil*. 2020. Vol. 6. P. 17–34.

9. Казеев К.Ш., Козунь Ю.С., Колесников С.И. Использование интегрального показателя для оценки пространственной дифференциации биологических свойств почв юга России в градиенте аридности климата // *Сиб. экол. журн.* 2015. Т. 22, № 1. С. 112–120.

10. Казеев К.Ш., Колесников С.И., Вальков В.Ф. Биология почв Юга России. Ростов н/Д.: Изд-во ЦВВР, 2004. 350 с.

11. Казеев К.Ш., Трушков А.В., Одабашиян М.Ю., Колесников С.И. Постагрогенное изменение ферментативной активности и содержания органического углерода чернозема в первые 3 года залежного режима // *Почвоведение*. 2020. № 7. С. 901–910.

12. Kazeev K.Sh., Poltoratskaya T.A., Yakimova A.S., Odobashyan M.Yu., Shkharapatshev A.K., Kolesnikov S.I. Post-fire changes in the biological properties of the brown soils in the Utrish state nature reserve (Russia) // *Nature Conservation Research*. 2019. № 4, suppl. 1. P. 93–104.

13. Акименко Ю.В., Казеев К.Ш., Колесников С.И. Экологические последствия загрязнения чернозема антибиотиками. Ростов н/Д.: Изд-во ЮФУ, 2013. 103 с.

14. Вардуни В.М., Колесников С.И., Тимошенко А.Н., Казеев К.Ш., Акименко Ю.В. Влияние наночастиц Al_2O_3 , TiO_2 , Fe_2O_3 и SiO_2 на биологическое состояние чернозема обыкновенного // *Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки*. 2019. № 3. С. 95–100.

15. Дауд Р.М., Колесников С.И., Кузина А.А., Казеев К.Ш., Акименко Ю.В. Влияние модельного загрязнения селеном на биологические свойства аридных почв Юга России // *Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки*. 2019. № 2. С. 90–96.

16. Hugh H.A.L. Soil extracellular enzyme dynamics in a changing climate // *Soil Biology and Biochemistry*. 2012. Vol. 47. P. 53–59.

17. Trasar-Cepeda C., Leiro M.C., Gil-Sotres F. Hydrolytic enzyme activities in agricultural and forest soils. Some implications for their use as indicators of soil quality // *Soil Biology & Biochemistry*. 2008. Vol. 40. P. 2146–2155.

18. Фаузова В.И. Ферментативная активность черноземов Центрального Предкавказья // *Вестн. АПК Ставрополя*. 2014. № 3 (15). С. 154–157.

19. Горобцова О.Н., Гедгафова Ф.В., Улигова Т.С., Темботов Р.Х. Сравнительная оценка биологических свойств почв культурных и естественных ценозов Центрального Кавказа (на примере территорий терского варианта поясности в пределах Кабардино-Балкарии) // *Почвоведение*. 2016. № 1. С. 100–106.

20. Молчанов А.Г., Курбатова Ю.А., Ольчев А.В. Влияние сплошной вырубке леса на эмиссию CO_2 с поверхности почвы // *Изв. РАН. Серия биол.* 2017. № 2. С. 190–196.

21. Конюшков Д.Е., Герасимова М.И., Ананко Т.В. Корреляция дерново-карбонатных почв на почвенной карте РСФСР масштаба 1:2,5 млн и в системе классификации почв России // *Почвоведение*. 2019. № 3. С. 276–289.

22. Вальков В.Ф., Казеев К.Ш., Колесников С.И. Почвы Юга России. Ростов н/Д.: Эверест, 2008. 276 с.

23. Вальков В.Ф., Казеев К.Ш., Колесников С.И., Кутровский М.А. Почвообразование на известняках и мергелях. Ростов н/Д.: Росиздат, 2007. 198 с.

24. Казеев К.Ш., Кутровский М.А., Даденко Е.В., Везденева Л.С., Колесников С.И., Вальков В.Ф. Влияние карбонатности пород на биологические свойства горных почв Северо-Западного Кавказа // *Почвоведение*. 2012. № 3. С. 327–335.

25. Казеев К.Ш., Тер-Мисакянц Т.А., Колесников С.И., Козунь Ю.С. Биодиагностика экологического состояния почв Западного Кавказа после вырубки леса // *Изв. Самарского науч. центра РАН*. 2013. Т. 15, № 3 (5). С. 1299–1301.

26. Казеев К.Ш., Тер-Мисакянц Т.А., Кузнецова Ю.С., Поляков А.И., Кутузова И.В., Мазанко М.С., Прудникова М.В., Колесников С.И. Влияние вырубки леса на биологические свойства горных почв Западного Кавказа // *Политем. сетевой электр. науч. журн. КубГАУ*. 2012. № 8 (82). С. 1059–1069.

27. Adamczyk B., Adamczyk S., Kukkola M., Tamminen P., Smolander A. Logging residue harvest may decrease enzymatic activity of boreal forest soils // *Soil Biology and Biochemistry*. 2015. Vol. 82. P. 74–80.

28. McDaniel M.D., Kaye J.P., Kaye M.W. Increased temperature and precipitation had limited effects on soil extracellular enzyme activities in a post-harvest forest // *Soil Biology and Biochemistry*. 2013. Vol. 56. P. 90–98.

References

1. Dymov A.A. (2017). The impact of clearcutting in boreal forests of Russia on soils: a review. *Eurasian Soil Science*, vol. 50, No. 7, pp. 780-790.

2. Ivonin V.M., Terteryan A.V. (2013). Surface runoff during heavy rainfall in disturbed forests on the catchments of mountain rivers of the North-West Caucasus. *Melioratsiya i vodnoe khozyaistvo*, No. 1, pp. 17-19. (in Russian).

3. Ivonin V.M., Terteryan A.V. (2015). Soil erosion during heavy rains in the industrial forests of the North-West Caucasus. *Izv. vuzov. Lesnoi zhurn.*, No. 1 (343), pp. 54-61. (in Russian).

4. Ter-Misakyants T.A., Kazeev K.Sh., Kolesnikov S.I. (2013). *Degradation of sod-calcareous soils of the Western Caucasus as a result of deforestation*. Rostov-on-Don, Southern Federal University Press, 108 p. (in Russian).

5. Kuznetsova A.I., Lukina N.V., Tikhonova E.V., Gornov A.V., Gornova M.V., Smirnov V.E., Geraskina A.P., Shevchenko N.E., Tebenkova D.N., Chumachenko S.I. (2019). Carbon stock in sandy and loamy soils of coniferous-broadleaved forests at different succession stages. *Eurasian Soil Science*, vol. 52, No. 7, pp. 756-768.

6. Shevchenko N.E., Kuznetsova A.I., Tebenkova D.N., Smirnov V.E., Geraskina A.P., Gornov A.V., Grabenko E.A., Tikhonova E.V., Lukina N.V. (2019). Succession dynamics of vegetation and soil carbon reserves

in the coniferous-deciduous forests of the North-Western Caucasus. *Lesovedenie*, No. 3, pp. 163-176. (in Russian).

7. Kazeev K.Sh., Kolesnikov S.I., Akimenko Yu.V., Dadenko E.V. (2016). *Biodiagnostic methods of terrestrial ecosystems*. Rostov-on-Don, Southern Federal University Press, 356 p. (in Russian).

8. Thiele-Bruhn S., Schloter M., Wilke B.-M., Beaudette L. A., Martin-Laurent F., Cheviron N., Mougin C., Römbke J. (2020). Identification of new microbial functional standards for soil quality assessment. *Soil*, vol. 6, pp. 17-34.

9. Kazeev K.S., Kozun' Y.S., Kolesnikov S.I. (2015). Applying an integral index to evaluate the spatial differentiation of biological properties of soils along an aridity gradient in the south of Russia. *Contemporary Problems of Ecology*, vol. 8, No. 1, pp. 91-98.

10. Kazeev K.Sh., Kolesnikov S.I., Valkov V.F. (2004). *Soil biology of the South of Russia*. Rostov-on-Don, TsVVR Publ., 350 p. (in Russian).

11. Kazeev K.Sh., Trushkov A.V., Odabashyan M.Yu., Kolesnikov S.I. (2020). Postagrogenic change of enzyme activity and organic carbon in chernozem during the first 3 years of layland regime. *Eurasian Soil Science*, vol. 53, No. 7, pp. 995-1003.

12. Kazeev K.Sh., Poltoratskaya T.A., Yakimova A.S., Odobashyan M.Yu., Shkhatpatsev A.K., Kolesnikov S.I. (2019). Post-fire changes in the biological properties of the brown soils in the Utrish state nature reserve (Russia). *Nature Conservation Research*, vol. 4, suppl. 1, pp. 93-104.

13. Akimenko Yu.V., Kazeev K.Sh., Kolesnikov S.I. (2013). *Ecological consequences of antibiotic pollution of chernozem*. Rostov-on-Don, Southern Federal University Press, 103 p. (in Russian).

14. Varduni V.M., Kolesnikov S.I., Timoshenko A.N., Kazeev K.Sh., Akimenko Yu.V. (2019). Influence of Al₂O₃, TiO₂, Fe₂O₃ and SiO₂ nanoparticles on the biological state of ordinary chernozem. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki (Bulletin of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region. Natural Science)*, No. 3, pp. 95-100. (in Russian).

15. Daud R.M., Kolesnikov S.I., Kuzina A.A., Kazeev K.Sh., Akimenko Yu.V. (2019). Influence of model pollution with selenium on biological properties of arid soils in the South of Russia. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki (Bulletin of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region. Natural Science)*, No. 2, pp. 90-96. (in Russian).

16. Hugh H.A.L. (2012). Soil extracellular enzyme dynamics in a changing climate. *Soil Biology and Biochemistry*, vol. 47, pp. 53-59.

17. Trasar-Cepeda C., Leiro M.C., Gil-Sotres F. (2008). Hydrolytic enzyme activities in agricultural and forest soils. Some implications for their use as indicators

of soil quality. *Soil Biology & Biochemistry*, vol. 40, pp. 2146-2155.

18. Faizova V.I. (2014). Enzymatic activity of chernozems in the Central Ciscaucasia. *Vestn. APK Stavropol'ya*, No. 3 (15), pp. 154-157. (in Russian).

19. Gorobtsova O.N., Gedgafova F.V., Uligova T.S., Tembotov R.K. (2016). A comparative assessment of the biological properties of soils in the cultural and native cenoses of the Central Caucasus (using the example of the Terskii variant of altitudinal zonality in Kabardino-Balkaria). *Eurasian Soil Science*, vol. 49, No. 1, pp. 89-94.

20. Molchanov A.G., Kurbatova Y.A., Olchev A.V. (2017). Effect of clear-cutting on soil CO₂ emission. *Biological Bulletin*, vol. 44, No. 2, pp. 218-223.

21. Konyushkov D.E., Gerasimova M.I., Ananko T.V. (2019). Correlation of soddy calcareous soils on the soil map of the Russian Federation (1:2.5 m scale, 1988) and in the Russian soil classification system. *Eurasian Soil Science*, vol. 52, No. 3, pp. 244-257.

22. Valkov V.F., Kazeev K.Sh., Kolesnikov S.I. (2008). *Soils of the South of Russia*. Rostov-on-Don, Everest Publ., 276 p. (in Russian).

23. Valkov V.F., Kazeev K.Sh., Kolesnikov S.I., Kutrovsky M.A. (2007). *Soil formation on limestones and marls*. Rostov-on-Don, Rosizdat Publ., 198 p. (in Russian).

24. Kazeev K.S., Kutrovskii M.A., Dadenko E.V., Vezdeneeva L.S., Kolesnikov S.I., Val'kov V.F. (2012). The influence of carbonates in parent rocks on the biological properties of mountain soils of the Northwest Caucasus region. *Eurasian Soil Science*, vol. 45, No. 3, pp. 282-289.

25. Kazeev K.Sh., Ter-Misakyants T.A., Kolesnikov S.I., Kozun Yu.S. (2013.) Bio-diagnostics of the ecological state of soils in the Western Caucasus after deforestation. *Izv. Samarskogo nauch. tsentra RAN*, vol. 15, No. 3 (5), pp. 1299-1301. (in Russian).

26. Kazeev K.Sh., Ter-Misakyants T.A., Kuznetsova Yu.S., Polyakov A.I., Kutuzova I.V., Mazanko M.S., Prudnikova M.V., Kolesnikov S.I. (2012). Influence of deforestation on the biological properties of mountain soils in the Western Caucasus. *Politem. setevoi elektr. nauch. zhurn. KubGAU*, No. 8 (82), pp. 1059-1069. (in Russian).

27. Adamczyk B., Adamczyk S., Kukkola M., Tamminen P., Smolander A. (2015). Logging residue harvest may decrease enzymatic activity of boreal forest soils. *Soil Biology and Biochemistry*, vol. 82, pp. 74-80.

28. McDaniel M.D., Kaye J.P., Kaye M.W. (2013). Increased temperature and precipitation had limited effects on soil extracellular enzyme activities in a post-harvest forest. *Soil Biology and Biochemistry*, vol. 56, pp. 90-98.

УДК 574.52

doi 10.18522/1026-2237-2020-4-112-117

ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ В ЮЖНОЙ ЧАСТИ КЕРЧЕНСКОГО ПРОЛИВА И ПРЕПРОЛИВНОЙ ЗОНЕ ЧЕРНОГО МОРЯ КАК ПОТЕНЦИАЛЬНОМ РАЙОНЕ ПРОМЫШЛЕННОГО КУЛЬТИВИРОВАНИЯ МОЛЛЮСКОВ

© 2020 г. Н.А. Сытник¹¹Керченский государственный морской технологический университет, Керчь, Россия

HYDROMETEOROLOGICAL CONDITIONS IN THE SOUTHERN PART OF THE KERCH STRAIT AND THE PRE-STRAIT ZONE OF THE BLACK SEA AS A POTENTIAL AREA FOR INDUSTRIAL SHELLFISH CULTIVATION

N.A. Sytnik¹¹Kerch State Marine Technological University, Kerch, Russia

Сытник Наталья Александровна – кандидат биологических наук, доцент, кафедра экологии моря, Керченский государственный морской технологический университет, ул. Орджоникидзе, 82, г. Керчь, Республика Крым, 298309, Россия, e-mail: amtek-kerch@mail.ru

Natalya A. Sytnik - Candidate of Biological Sciences, Associate Professor, Department of Marine Ecology, Kerch State Marine Technological University, Ordzhonikidze St., 82, Kerch, Republic of Crimea, 298309, Russia, e-mail: amtek-kerch@mail.ru

Рассмотрены материалы по гидрометеорологическим условиям Керченского пролива и предпроливья Чёрного моря. Представлены данные о ветровом режиме в районах исследования. Приведены материалы о течениях и водообмене. Проанализированы среднемесячные, годовые, минимальные и максимальные значения температуры воздуха на береговых гидрометеостанциях. В сезонном ходе солёности в отличие от закономерностей в морской зоне (в поверхностном и придонном слоях) в придонном слое пролива отсутствует летний минимум. Это свидетельствует о развитии в летний период прибрежных апвеллингов в Чёрном море, что способствует проникновению черноморских вод в пролив в придонном слое. Насыщенность вод кислородом в проливе (как в поверхностном, так и в придонном слоях) выше, чем в морской акватории. Это свидетельствует о более интенсивном протекании процессов продуцирования. Для плантаций, расположенных в проливе у крымского побережья в период сбора личинок на коллекторе и для улучшения трофических условий в районах плантаций наиболее благоприятны устойчивые азовские течения. Для очищения прибрежных вод от взвесей предпочтительны черноморские течения. Частая смена азовских и черноморских течений создает благоприятные условия для эффективной работы марихозяйств. На основе проведенных исследований сделаны выводы о возможности промышленного культивирования моллюсков в акватории Керченского пролива и предпроливья Чёрного моря.

Ключевые слова: Керченский пролив, Чёрное море, мидия, культивирование, ветровой режим, течения, водообмен.

Considered materials on the hydrometeorological conditions of the Kerch Strait and the Black Sea. The data on the wind regime in the study areas are presented. The materials on currents and water exchange in the southern part of the Kerch Strait and the Black Sea waters are presented. The average monthly, annual, minimum and maximum values of air temperature at the coastal hydrometeorological stations are analyzed. In the seasonal course of salinity, in contrast to the regularities in the sea zone (in the surface and bottom layers), there is no summer minimum in the bottom layer of the strait. This indicates the development of coastal upwellings in the Black Sea in the summer, which facilitates the penetration of the Black Sea waters into the strait in the bottom layer. The oxygen saturation of the waters in the strait (both in the surface and in the bottom layers) is higher than in the sea area. This indicates a more intensive course of production processes. The stable Azov currents are most favorable for the plantations located in the strait near the Crimean coast during the collection of larvae on the collector and for the improvement of trophic conditions in the plantation areas. For the purification of coastal waters from suspended matter, the Black Sea currents are preferred. The frequent change of the Azov and Black Sea currents creates favorable conditions for the effective operation of mariculture farms. On the basis of the studies carried out, conclusions were drawn about the possibility of industrial cultivation of mollusks in the water area of the Kerch Strait and the Black Sea.

Keywords: Kerch Strait, Black Sea, mussel, cultivation, wind regime, currents, water exchange.

Введение

Актуальная задача, стоящая перед современной наукой и практикой в области рыбного хозяйства, – это расширенное воспроизводство биологических ресурсов в пресных и морских водоемах. Исходя из современного состояния и тенденций развития, получение необходимых биоресурсов из Мирового океана большинство ученых связывают с развитием аквакультуры промысла [1–4]. Фактическим подтверждением вышесказанного является увеличение объемов выращивания гидробионтов с 13 млн т (в 1990 г.) до 66,7 млн т (в 2013 г.), что во многом связано с марикультурой.

Доля продукции марикультуры (в первую очередь двустворчатых и брюхоногих моллюсков) в будущем имеет тенденцию к увеличению в связи с небольшими затратами при культивировании.

Чёрное море по своему физико-географическому положению является одним из наиболее перспективных бассейнов для выращивания моллюсков. Благоприятные климатические условия, высокая трофность шельфовой зоны Чёрного моря и наличие естественных (природных) популяций этих организмов обеспечивают морские хозяйства посадочным материалом [5].

Целью исследований являются гидрометеорологические условия Керченского пролива и предпроливья Черного моря для получения выводов о возможности выращивания моллюсков в промышленных масштабах в исследуемом районе.

Материал и методы. Исследования осуществлялись в шельфовой зоне Керченского пролива и предпроливья Черного моря: переходная зона южной части Керченского пролива в предпроливье (м. Такиль – м. Кыз-Аул) и шельфовая зона от м. Кыз-Аул до м. Чауда (рисунок). Сбор материала проводили путем полевых наблюдений и натуральных испытаний [4, 5].

Результаты исследования. При выборе района для культивирования моллюсков необходимо определить соответствие гидрометеорологических условий определенным требованиям.



Исследуемая акватория для создания морской фермы по культивированию моллюсков от южной части Керченского пролива (от оз. Тобичик) до м. Такиль и м. Чауда [4]
/ The investigated water area for the creation of a sea farm for the cultivation of mollusks from the southern part of the Kerch Strait (from l. Tobichik) to c. Taquill and c. Chauda [4]

Водная экосистема Керченского пролива и предпроливной зоны Черного моря является уникальной, поскольку обусловлена ее трансэкосистемным положением. Являясь естественным экологическим коридором, соединяющим водные экосистемы Черного и Азовского морей, она крайне чувствительна к изменениям водного баланса в сторону одного или другого моря. Условия, определяющие эффективность развития аквакультуры в акваториях северо-восточной части Черного моря, формируют гидрометеорологические процессы [6].

Режим ветровой деятельности. В северо-восточной части Черного моря преобладают ветры северо-восточного (19,3 %) и восточного (15,1 %) направлений (табл. 1).

На долю южных ветров по повторяемости приходится 13,4 %, на юго-западные – 12,9.

По скорости преобладающими являются ветры в интервале от 1 до 10 м/с. Суммарная повторяемость восточных и северо-восточных ветров такой скорости составляет 28 %, южных и юго-западных – 24. В целом для ветров всех направлений указанный интервал скорости обеспечивает 88 % наблюдающихся ветров (табл. 1). В восточной части района исследований штормовые ветры достигают большей силы, чем в западной. Выводы сделаны исходя из рассчитанных значений скоростей ветра, возможных 1 раз в n лет (табл. 2).

Таблица 1

Средняя многолетняя повторяемость ветра различной скорости по направлениям, суммарная повторяемость и режимная обеспеченность в северо-восточной части Черного моря, 1960–1999 гг., %/ Average long-term frequency of occurrence of wind of different speed in directions, total frequency of occurrence and regime availability in the north-eastern part of the Black Sea, 1960-1999, %

Скорость, м/с	С	СВ	В	ЮВ	Ю	ЮЗ	З	СЗ	Повторяемость	Обеспеченность
0									0,66	100
1 – 5	7,38	7,08	6,95	5,13	6,69	7,67	5,50	5,73	52,14	99,34
6 – 10	3,92	7,76	6,35	3,27	5,36	4,40	3,14	1,62	35,82	47,19
11 – 15	0,52	3,30	1,52	0,87	1,22	0,63	0,87	0,14	9,06	11,37
16 – 20	0,07	0,92	0,26	0,13	0,08	0,15	0,34	0,02	1,97	2,32
> 20	0,007	0,23	0,06	0,01	0	0,007	0,04	0	0,35	0,35

Таблица 2

Скорость ветра, возможная 1 раз в n лет, м/с / Wind speed, possible once every n years, m/s

Район	1 год	5 лет	10 лет	20 лет	50 лет	100 лет
Феодосия	15	17	18	20	25	30
Анапа	23	28	31	33	36	42

Так, в Анапе 1 раз в 10 лет возможен ветер скоростью 31 м/с, а в Феодосии – только 18 м/с, 1 раз в 50 лет – 25 и 36 м/с соответственно. Внутригодовое распределение ветров, по данным гидрометеостанций Феодосия и Заветное указывает на общее усиление ветров в январе-марте.

Средние месячные значения в эти месяцы в Феодосии не превышают 4,5–4,6 м/с, в Заветном – 5,0–5,1 м/с. Абсолютные максимумы скорости ветра в Феодосии отмечались в марте (24 м/с), в Заветном – в октябре (30 м/с). Сравнительно интенсивными ветрами на обеих станциях характеризуются ноябрь и декабрь, наиболее слабыми – июнь и июль.

В течение всего года чаще наблюдаются ветры скоростью 1–5 м/с: от 77 (август, Феодосия) и 75 % (июнь, Заветное) до 61 (февраль, Феодосия) и 54 % (январь, Заветное).

Повторяемость скоростей ветра 6–10 м/с преобладает в январе-феврале в Феодосии (24–26 %) и в январе (34 %), ноябре (33 %) в Заветном. Штилевые погоды наиболее часто наблюдаются в апреле-июне в Феодосии (11–12 %) и в мае и сентябре (9 %) в Заветном. Скорости ветра более 20 м/с в Феодосии не наблюдаются. В Заветном их повторяемость достигает 0,1 % в феврале, марте и октябре.

Режим волнения. Волны высотой от 0,26 до 0,74 м преобладают в зимние месяцы и в первой половине весны. При этом в Феодосии их наибольшая повторяемость наблюдается в декабре (44,7 %), а в Заветном – в апреле (41,2 %). Летом и осенью преобладает волнение слабых ветров (высота волн 0,01–0,25 м) с наибольшей повторяемостью в июле (до 67 % в Феодосии и до 50 % в Заветном).

Штилевые условия в Заветном наиболее продолжительны в сентябре (10 %), в Феодосии – в июне (около 5 %). Июнь является наиболее спокойным месяцем года: повторяемость волнения с высотой волны в пределах 1,26–2,0 м не превышает 1 %, а максимальная высота волн составляет 2,0 м.

Волнение штормовых ветров с высотой волн в интервале 2,1–3,5 м наблюдается сравнительно редко. Наибольшая повторяемость таких волн в Феодосии наблюдается в феврале-марте и достигает 1 %. В Заветном в марте повторяемость таких волн достигает 2,2 %. Волны высотой более 3,5 м в Феодосии не наблюдаются, высотой 3,0 м наблюдаются 1 раз в 10 лет, высотой 3,5 м – 1 раз в 50 лет (табл. 3).

Таблица 3

Высота волн, возможная 1 раз в n лет, м / Wave height, possible once every n years, m

Район	1 год	5 лет	10 лет	20 лет	50 лет	100 лет
Феодосия	2,3	2,7	3,0	3,2	3,5	4,0
Заветное	3,0	4,2	4,5	4,9	5,2	6,0

В Заветном, в большей степени, чем в Феодосии, открытом волнению с юга и северо-востока, волны высотой более 3,5 м наблюдаются в 2 раза чаще (повторяемость в апреле – 2,2 %), высотой 4,5 м наблюдаются 1 раз в 10 лет, высотой 5,2 м – 1 раз в 50 лет.

Течения и водообмен. В Керченском проливе выделяют три основных типа течений: устойчивое черноморское, устойчивое азовское и неустойчивое [7].

Показатели динамики вод Керченского пролива при различных ветровых ситуациях представлены в табл. 4.

Таблица 4

Показатели динамики вод Керченского пролива при различных ветровых ситуациях [8] / Indicators of the dynamics of the Kerch Strait waters under various wind situations [8]

Показатель	Течение		
	Азовское (ветер северной четверти)	Черноморское (ветер южной четверти)	Смешанное (ветер переменный)
Повторяемость в год, %	Около 58	Около 42	Менее 1
Продолжительность (max), ч	300	200	6–10
Продолжительность (среднегодовое), сут	208	135	22
Продолжительность (среднемесячная), сут	18	11	2
Максимальная скорость (в узких частях пролива), м/с	0,7–0,8	0,7–0,8	0,4–0,5
Максимальная скорость (на широких участках), м/с	0,4–0,5	0,4–0,5	0,1–0,3

Выполненные исследования позволяют заключить, что максимальные скорости течений (до 35 см/с) наблюдаются в районах Павловской устьи, а минимальные (до 10 см/с) – в южной части Керченского пролива, обладающей большими глубиной и шириной [9].

Температура воздуха. По среднемесячным показателям наиболее холодным месяцем является январь как в Феодосии, так и в Заветном (0,8 °С). Однако абсолютные минимумы наблюдались в феврале (–25 °С в Феодосии и –23 °С в Заветном). Также в январе отмечены и абсолютные максимумы: в г. Феодосии они достигали 15,5 °С, а в п. Заветном – 15,0 °С.

Среднее месячное многолетнее значение температуры воздуха в Феодосии составляет 23,8 °С, в Заветном – 24,0 °С. При этом абсолютный максимум зафиксирован в августе: 38,0 °С в Феодосии и 34,7 °С в Заветном.

Температура морской воды. По среднемесячным значениям наиболее холодным является февраль (4,8 °С в Феодосии и 2,8 °С в Заветном) (табл. 5).

Таблица 5

Значения температуры воды на береговых гидрометеостанциях, °С / Values of water temperature at coastal hydrometeorological stations, °С

Параметры значений	Месяц												Год
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
Феодосия, 1923–2011 гг.													
Среднее	5,5	4,8	6,0	9,4	14,0	17,8	21,1	22,7	19,9	15,8	11,4	7,8	13,0
Минимум	1,5	–0,8	2,2	6,2	10,2	13,6	15,9	15,9	15,2	10,8	5,4	3,8	11,1
Абс. минимум	–1,0	–1,1	–0,5	4,4	7,6	6,8	7,4	9,3	7,2	6,8	0,4	–1,0	–1,1
Максимум	9,1	8,0	8,7	12,0	17,4	22,4	25,7	27,5	23,0	19,8	14,3	11,2	15,2
Абс. максимум	12,1	9,0	11,2	17,1	22,9	25,8	28,4	30,0	26,4	22,6	18,5	13,6	30,0
Заветное, 1950–2011 гг.													
Среднее	3,4	2,8	4,5	9,8	15,5	20,2	23,5	23,8	19,8	14,7	9,3	5,7	12,7
Минимум	0,4	–0,9	–0,6	6,7	11,9	17,6	19,7	20,6	17,5	9,9	2,9	1,6	10,8
Абс. минимум	–1,0	–1,1	–1,2	0,3	0,3	9,4	10,2	12,1	10,8	4,3	–0,9	–1,7	–1,7
Максимум	7,2	6,9	7,1	12,2	18,5	23,4	28,0	27,4	22,4	18,4	13,0	9,2	14,6
Абс. максимум	11,9	10,2	12,0	19,3	24,2	29,0	30,4	30,9	27,3	27,2	18,7	12,6	30,9

Вертикальная термическая структура вод в предпроливной зоне Черного моря до глубины 20 м гомогенна в весенний период (8–10 °С) и в октябре–декабре (16–10 °С). В период с декабря по февраль поверхностные воды охлаждаются до 4 °С, при этом в придонном слое сохраняются более теплые воды (8 °С).

Средняя температура придонного слоя в летний период находится в пределах 12–17 °С. Поверхностный слой воды при этом прогревается в среднем до 23 °С.

Соленость. Керченская предпроливная зона Черного моря характеризуется сравнительно широким интервалом изменения солености морской во-

ды вследствие варьирования объемов поступления в рассматриваемый район вод пониженной солености из Азовского моря. Эти колебания солености – от характерной черноморской (18 ‰) до характерной азовской (11 ‰) – происходят в течение нескольких суток и не оказывают негативного воздействия на популяцию черноморских мидий в Керченском проливе. Более того, присутствие вод повышенной трюфности из Азовского моря способствует более интенсивному росту мидий [10].

Выводы

Гидрометеорологические условия района исследований обусловлены состоянием экосистемы пролива, занимающей переходную зону от азовской экосистемы к черноморской.

По средним температурным показателям Керченский пролив в весенний период теплее Черного моря. Влияние повышенного объема вод из Азовского моря в весенний период приводит к снижению солености пролива. В сезонном ходе солености в придонном слое пролива отсутствует летний минимум. Это свидетельствует о развитии в летний период прибрежных апвеллингов в Черном море, что способствует проникновению черноморских вод в пролив в придонном слое. Насыщенность вод кислородом в проливе выше, чем в морской акватории, что свидетельствует о более интенсивном протекании процессов продуцирования.

К факторам, несколько осложняющим крупномасштабное выращивание мидий, можно отнести динамичный солевой режим, а также в отдельные годы образование в проливе льда. Однако эти недостатки полностью компенсируются высокой эффективностью фотосинтеза и значительным содержанием взвешенного и растворенного органического вещества в проливе, о чем свидетельствуют высокий темп роста и продуцирование на коллекторах высокой биомассы. Следует также отметить, что вся экосистема Керченского пролива в гораздо большей степени стабильнее, чем в ряде других районов, например, северо-западной части Черного моря, где абиотические условия более сложны и непредсказуемы.

Таким образом, можно утверждать, что для плантаций, расположенных в проливе у крымского побережья, в период сбора личинок на коллекторе и для улучшения трофических условий в районах плантаций наиболее благоприятны устойчивые азовские течения. Для очищения прибрежных вод от взвесей предпочтительны черноморские течения. Частая смена азовских и черноморских течений создает благоприятные условия для эффективной работы марихозяйств [11].

Литература

1. ФАО. 2012 г. Состояние мирового рыболовства и аквакультуры в 2012 г. Рим, 2013. 237 с.
2. Fishery and Aquaculture Statistics // FAO of the United Nations. Rome, 2010. 74 p.
3. Encyclopedia of Aquaculture / R.R. Stickney. N.Y., 2000. 1064 p.
4. Сытник Н.А. Санитарно-токсикологическая характеристика Керченского пролива и предпроливной зоны Черного моря как районов, планируемых для развития мариккультуры мидий // Вестн. Керченского гос. морского технол. ун-та. 2018. Вып. 3. С. 15–29. URL: <https://onedrive.live.com/view.aspx?cid=645EA053FC5722E5&authKey=%21AJQ30oBrPXPz1M&resid=645EA053FC5722E5%21784&ithint=%2Epdf&open=true&app=WordPdf> (дата обращения: 15.07.2020).
5. Сытник Н.А. Химико-токсикологическая характеристика и санитарно-бактериологическое состояние морской среды и моллюсков Керченского пролива и предпроливья Чёрного моря // Вестн. Керченского гос. морского технол. ун-та. 2019. Вып. 4. С. 26–42. URL: <https://onedrive.live.com/?authkey=%21AJcWilb18BxAEg&cid=645EA053FC5722E5&id=645EA053FC5722E5%211049&parId=645EA053FC5722E5%21310&o=OneUp> (дата обращения: 10.07.2020).
6. Краткая гидрологическая характеристика в районе строительства Керченского гидроузла: отчет о НИР. М.: Ин-т Гидропроект, 1973. 28 с.
7. Еремеев В.Н., Иванов В.А., Ильин Ю.П. Океанографические условия и экологические проблемы Керченского пролива // Морской экол. журн. 2003. № 3. С. 2–14.
8. Альтман Э.Н. Динамика вод Керченского пролива // Гидрометеорология и гидрология морей СССР. Т. 4: Черное море. СПб., 1991. С. 291–328.
9. Ломакин П.Д., Боровская Р.В. Характеристика современного состояния системы течений в Керченском проливе на базе спутниковых и контактных наблюдений // Исследования Земли из Космоса. 2006. № 6. С. 65–71.
10. Золотницкий А.П. Биологические основы культивирования моллюсков в различных районах Чёрного моря : дис. ... д-ра биол. наук. К.: Ин-т гидробиологии, 2004. 408 с.
11. Панов Б.Н. Океанографические предпосылки размещения аквахозяйств в Черном море // Рыбохозяйственные исследования в Азово-Черноморском бассейне : тр. ВНИРО. М.: ВНИРО, 1987. С. 4–12.

References

1. FAO. 2012. *The State of World Fisheries and Aquaculture in 2012*. (2013). Rome, 237 p. (in Russian).
2. Fishery and Aquaculture Statistics. (2010). *FAO of the United Nations*. Rome, 74 p.
3. Encyclopedia of Aquaculture. (2000). R.R. Stickney. New York, 1064 p.

4. Sytnik N.A. (2018). Sanitary and toxicological characteristics of the Kerch Strait and the pre-strait zone of the Black Sea as areas planned for the development of mussel mariculture. *Vestn. Kerchenskogo gos. morskogo tekhnol. un-ta*, iss. 3 pp. 15-29. Available at: <https://onedrive.live.com/view.aspx?cid=645EA053FC5722E5&authKey=%21AJPQ30oBrPXPz1M&resid=645EA053FC5722E5%21784&ithint=%2Epdf&open=true&pp=WordPdf> (assessed July 15, 2020). (in Russian).
5. Sytnik N.A. (2019). Chemical-toxicological characteristics and sanitary-bacteriological state of the marine environment and mollusks of the Kerch Strait and the Black Sea pre-strait. *Vestn. Kerchenskogo gos. morskogo tekhnol. un-ta*, iss. 4, pp. 26-42. Available at: <https://onedrive.live.com/?authkey=%21AJIcWilbI8BxAEG&cid=645EA053FC5722E5&id=645EA053FC5722E5%211049&parId=645EA053FC5722E5%21310&o=OneUp> from the screen (assessed July 10, 2020). (in Russian).
6. Brief hydrological characteristics in the area of construction of the Kerch hydroelectric complex: report on research. (1973). Moscow, Institute Hydroproject Press, 28 p. (in Russian).
7. Eremeev V.N., Ivanov V.A., Ilyin Yu.P. (2003). Oceanographic conditions and environmental problems of the Kerch Strait. *Morsk. ecol. zhurn.*, No. 3, pp. 2-14. (in Russian).
8. Altman E. N. (1991). Dynamics of the Kerch Strait waters. *Hydrometeorology and hydrology of the seas of the USSR*. Vol. 4. Black Sea. St. Petersburg, pp. 291-328. (in Russian).
9. Lomakin P.D., Borovskaya R.V. (2006). Characteristics of the current state of the system of currents in the Kerch Strait based on satellite and contact observations. *Issledovaniya Zemli iz kosmosa*, No. 6, pp. 65-71. (in Russian).
10. Zolotnitsky A.P. (2004). *Biological basics of cultivating mollusks in various areas of the Black Sea*. Dissertation Thesis. Kiev, Institute of Hydrobiology Press, 408 p. (in Russian).
11. Panov B.N. (1987). Oceanographic preconditions for the placement of aquaculture in the Black Sea. *Fisheries research in the Azov-Black Sea basin. Proceedings of VNIRO*. Moscow, VNIRO Press, pp. 4-12. (in Russian).

УДК 631.41

doi 10.18522/1026-2237-2020-4-118-129

СОДЕРЖАНИЕ И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОРГАНИЧЕСКОГО И НЕОРГАНИЧЕСКОГО УГЛЕРОДА В ГОРОДСКИХ ПОЧВАХ РОСТОВСКОЙ АГЛОМЕРАЦИИ*

© 2020 г. С.С. Тагивердиев¹, П.Н. Скрипников¹, О.С. Безуглова¹, С.Н. Горбов¹, Д.А. Козырев¹

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

CONTENT AND DISTRIBUTION OF ORGANIC AND INORGANIC CARBON IN THE URBAN SOILS OF ROSTOV AGGLOMERATION**

S.S. Tagiverdiev¹, P.N. Skripnikov¹, O.S. Bezuglova¹, S.N. Gorbov¹, D.A. Kozyrev¹

¹Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Тагивердиев Сулейман Самидинович – научный сотрудник, научно-испытательная лаборатория «Биогеохимия», Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: tagiverdiev@sfedu.ru

Suleiman S. Tagiverdiev - Researcher, Laboratory of Biogeochemistry, Southern Federal University, Stachki Ave, 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: tagiverdiev@sfedu.ru

Скрипников Павел Николаевич – аспирант, младший научный сотрудник, научно-испытательная лаборатория «Биогеохимия», Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: skripnikov@sfedu.ru

Pavel N. Skripnikov - Postgraduate, Junior Researcher, Laboratory of Biogeochemistry, Southern Federal University, Stachki Ave, 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: skripnikov@sfedu.ru

Безуглова Ольга Степановна – доктор биологических наук, профессор, кафедра почвоведения и оценки земельных ресурсов, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: osbesuglova@sfedu.ru

Olga S. Bezuglova - Doctor of Biological Sciences, Professor, Department of Soil Science and Land Resources Assessment, Southern Federal University, Stachki Ave, 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: osbesuglova@sfedu.ru

Горбов Сергей Николаевич – доктор биологических наук, заведующий научно-испытательной лабораторией «Биогеохимия», профессор, кафедра ботаники, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: sngorbov@sfedu.ru

Sergey N. Gorbov - Doctor of Biological Sciences, Head of Biogeochemistry Laboratory, Professor, Botany Department, Southern Federal University, Stachki Ave, 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: sngorbov@sfedu.ru

Козырев Денис Андреевич – аспирант, младший научный сотрудник, научно-испытательная лаборатория «Биогеохимия», Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, e-mail: kozyrev@sfedu.ru

Denis A. Kozyrev - Postgraduate, Junior Researcher, Laboratory of Biogeochemistry, Southern Federal University, Stachki Ave, 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: kozyrev@sfedu.ru

Рассматриваются содержание и распределение по профилю органического и неорганического углерода в почвах Ростовской агломерации. Результаты, полученные на анализаторе углерода TOC-L CPN Shimadzu, оцениваются с помощью критерия Стьюдента. Сравниваются группы отдельных горизонтов нативных почв AU rz, AU, BSA, C, а также их погребенные аналоги [AU], [BSA], [C]. Анализ горизонтов урбик проводится с учетом их гранулометрического состава после предварительного разделения на кластеры горизонтов – тяжелых URm и легких URl. В почвах, погребенных под антропогенной толщей, в горизонте [AU] наблюдается статистически достоверное снижение содержания органического углерода по сравнению с горизонтом AU естественных аналогов. Средняя часть профиля – горизонты BSA и [BSA] – характеризуется наибольшей схожестью по содержанию углерода как органического, так и неорганического, что позволяет сделать вывод о наименьшем антропогенном влиянии на эти горизонты. Показаны достовер-

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-34-90085 с использованием оборудования ЦКП «Биотехнология, биомедицина и экологический мониторинг» Южного федерального университета.

** Acknowledgments: The reported study was funded by RFBR, project number 20-34-90085.

ные различия в содержании неорганического углерода в паре сравнения – горизонты C и [C], при этом его количество выше в естественных аналогах (горизонтах C). Анализ данных по диагностическим горизонтам урбик не выявил каких-либо существенных закономерностей по причине высокой степени вариации этого показателя в силу особенностей генезиса самой антропогенно-преобразованной толщ.

Ключевые слова: урбостратозем, чернозем миграционно-сегрегационный, органический углерод, неорганический углерод, карбонаты, гумус.

The content and distribution of organic and inorganic carbon along the profile in the soils of the Rostov agglomeration are considered. The results obtained on a TOC-L CPN Shimadzu carbon analyzer are evaluated using Student's t-test. The groups of some horizons of native soils AU rz, AU, BCA, C, as well as their buried analogues [AU], [BCA], [C] were compared. The analysis of the urbic horizons was carried out taking into account their particle size distribution, previously dividing into horizons clusters - heavy URh and light URL. In the [AU] horizon of soils buried under the anthropogenic stratum, a statistically significant decrease in the organic carbon content is observed, compared to the AU horizon of natural analogues. The middle part of the profile - the BCA and [BCA] horizons - is characterized by the greatest similarity in carbon content, both organic and inorganic, which suggests the lowest anthropogenic impact on these horizons. Significant differences in the inorganic carbon content in the comparison pair - horizons C and [C] are shown, and its content is higher in natural analogues (horizons C). The data analysis of the urbic diagnostic horizons did not reveal any significant regularities because of the high degree of variation of this indicator due to the genesis peculiarities of the anthropogenically transformed stratum.

Keywords: urbostratozem, migration-segregation chernozem, organic carbon, inorganic carbon, carbonates, humus.

Введение

В городских почвах, прежде всего индустриальных и придорожных зон, фиксируется повышенное содержание углерода за счет органических поллютантов [1], которые попадают в нее как в виде тонких аэрозольных частиц, так и в составе мусора. Среди аэрозольных выпадений наибольшее значение имеют углистые частицы, сажа и другие продукты неполного сгорания твердого и жидкого топлива [2–4]. Так, в Германии, в городе Галле, почвы, загрязненные угольной пылью, значительно обогащены техногенным органическим углеродом – в полуметровой толще загрязненной почвы содержалось 13,0–14,1 % С орг., в то время как в фоновой почве всего 2,1–2,3 %, иными словами, около 85 % углерода представлено техногенной составляющей [5]. Выхлопные газы автомобилей в значительной степени влияют на состав аэрозольных выпадений. Об этом свидетельствуют, например, следующие факты. В штате Огайо (США) почвы газонов вдоль автодорог содержат больше С и N по сравнению с почвами под газонной растительностью, сформированными вдали от дорог [6]. Для Москвы средняя величина содержания углерода в почвах наиболее низкая ($1,9 \pm 0,6$ %), вопреки ожиданиям, в рекреационной зоне, а наиболее высокая – в промышленной зоне – $2,8 \pm 0,8$ % [7], что также, по-видимому, обусловлено поступлением техногенного углерода.

Еще одной причиной повышенного содержания органического углерода в городских почвах становится внесение в почву компостов. Например, в констроктоземах Москвы содержание С орг. в среднем в полтора раза выше, чем в естественных почвах, что связано с регулярным внесением торфа [8].

Наконец, пополняются запасы техногенного органического углерода в городах и за счет органического мусора: пищевых отходов, осадков сточных вод, пластика [9, 10].

Следует отметить, что урбопочвоведение – относительно молодое направление в науке, имеющее много неразрешенных методологических и теоретических проблем. И одна из таких проблем – выработка подходов к изучению свойств почв, что наиболее актуально для преобразованной части профиля. Если оценивать содержание органического углерода почвы, то основная сложность заключается в возникновении ошибки в ходе проведения аналитической работы, которую вносят неспецифические органические вещества поллютантов. Особенно явно эта ошибка проявляется в техногенных почвах при использовании анализаторов углерода, в то время как мокрое сжигание (окисление) дает более сходимые результаты [11]. Однако в настоящее время с помощью экспресс-методов не представляется возможным достаточно уверенное разделение органического углерода загрязненных техногенными органическими веществами почв на составляющие. Хотя некоторые попытки выработки таких приемов известны [12, 13].

В черноземах юга европейской части России распределение по профилю неорганического углерода связано, прежде всего, с миграционно-сегрегационными процессами. Однако в условиях городской агломерации невозможно четко разделить антропогенное перемещение карбонатсодержащих продуктов и характерную для нативных черноземов сезонную динамику карбонатов в профиле [14–16]. Это приводит к неверному определению классификационного положения почв, ошибочным выводам по функционированию их водного режима.

Напомним также, что карбонатные горизонты играют существенную роль, формируя биогеохимические барьеры, на которых аккумулируются многие компоненты почвы путем перевода их в неподвижное состояние [17, 18]. Наше исследование направлено на выявление различий в накоплении органического и неорганического углерода в разных генетических горизонтах, что дает возможность апробировать предлагаемый подход к изучению антропогенно-преобразованных почв.

Объекты и методы

Исследование проводили на территории Ростовской агломерации, самой крупной на Юге России, центром которой является город Ростов-на-Дону [19]. Объектами выступали почвы разной степени трансформации, среди которых выделяли черноземы миграционно-сегрегационные (Haplic Calcic Chernozems), урбистратифицированные черноземы (Calcic Chernozems (Technic)), урбостратоземы и реплантоземы (Urbic Technosol) [20]. Следует отметить, что большая часть территории Ростова-на-Дону, Аксая и прилегающих поселков располагается на водоразделах Приазовской равнины и пологих склонах надпойменных террас правого берега Дона (рис. 1).

В изученную выборку почвенных типов включены разрезы, приуроченные к водораздельным частям, сложенным морскими неогеновыми отложениями, перекрытыми мощными (до 20 м) отложениями четвертичных лёссовидных суглинков [18, 21]. Всего заложено 26 разрезов, статистический анализ включал данные по 186 горизонтам.

Определяли общий (TC), неорганический (IC) и органический углерод (TOC) на анализаторе углерода TOC-L CPN Shimadzu в приставке для сухих образцов SSM-5000A. Данный метод основан на высокотемпературном каталитическом сжигании пробы и последующем детектировании выделившегося углекислого газа. Анализ пробы происходит в два этапа: общий углерод определяется путем сжигания пробы

при температуре 900 °C, неорганический – при 200 °C с добавлением ортофосфорной кислоты. Органический углерод определяется путем вычета неорганического из общего количества углерода [22].

Для статистической обработки использовали критерий Стьюдента при доверительной вероятности 95 %. Горизонты группировали по их свойствам в несколько кластеров. В нативных почвах выделяли: AU rz – гумусово-аккумулятивные (дерновые) горизонты с содержанием гумуса более 5 %; AU – гумусово-аккумулятивные горизонты с содержанием гумуса менее 5 %; BSA – аккумулятивно-карбонатные горизонты; C – почвообразующая порода. Их аналоги, погребенные под антропогенной толщей, обозначали в квадратных скобках [AU], [BSA], [C] в соответствии с рекомендациями [23]. Для выявления закономерностей в содержании изучаемых показателей в горизонтах урбик UR их сгруппировали в два кластера, условно обозначив как тяжелые – с содержанием физического песка менее 60 % (UR_T) – и легкие – с содержанием физического песка от 60 % и выше (UR_L). Рабочая гипотеза, положенная в основу такой группировки, исходила из предварительных исследований, показавших, что горизонты урбик с повышенным содержанием физической глины характеризуются более высоким генетическим сродством с нативными почвами, так как сформированы преимущественно из материала естественных почв. Генезис легких горизонтов, напротив, преимущественно связан с привнесённым извне материалом [18].

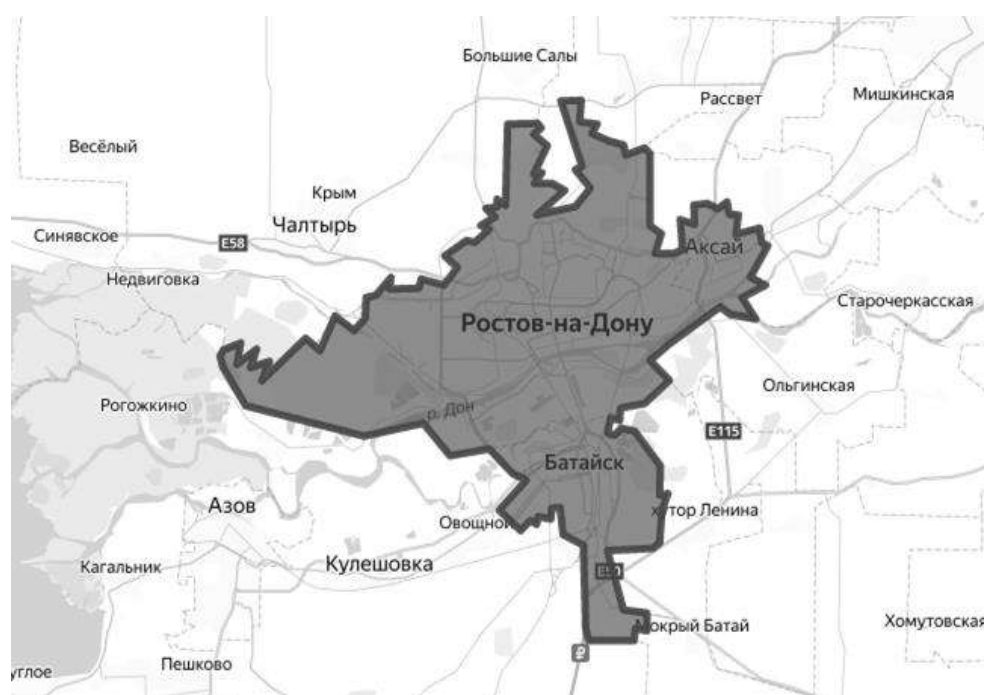


Рис. 1. Границы Большого Ростова – ядра Ростовской агломерации / Fig. 1. Borders of Big Rostov - the core of Rostov agglomeration

Результаты и обсуждение

Содержание в почвах органического углерода – гумуса – является важным диагностическим показателем, поэтому его определение обязательно при всех генетических исследованиях. Неорганический углерод, представленный в почвах преимущественно в виде углерода карбонатов и бикарбонатов, нередко не учитывают в анализах, что если и оправдано для кислых почв, то недопустимо для почв нейтрального и щелочного ряда [24].

В табл. 1 представлена часть результатов определения углерода в черноземах естественного сложения, сохранившихся в пределах агломерации на залежных участках. Компоновка по группам генетических горизонтов позволяет наглядно увидеть варьирование показателей.

В табл. 2 представлено содержание углерода в погребенных горизонтах черноземов урбостратифицированных, урбостратоземов и реплантоземов.

Таблица 1

Содержание различных форм углерода в генетических горизонтах естественных почв Ростовской агломерации, %
/ The content of various forms of carbon in the genetic horizons of natural soils in Rostov agglomeration, %

Разрез	Горизонт	ТОС (С орг)	ТС (С общ)	ИС (С карб)
1205	AU rz 0-25	2,50	2,51	0,01
1305	AU rz 0-10	4,15	4,16	0,01
1306	AU rz 0-8	4,45	4,47	0,02
1402	AU rz 0-10	6,80	6,81	0,01
1406	AU rz 0-10	4,45	4,54	0,09
1502	AU rz 0-15	3,14	3,34	0,01
1601	AU rz 0-15	3,70	3,71	0,01
1609	AU rz 0-15	2,39	2,78	0,39
1203	AU lc 50-65	2,01	2,01	0,01
1403	AU lc 15-50	2,35	2,36	0,01
1403	AU lc 50-65	1,92	2,28	0,36
1406	AU lc 43-72	1,14	2,73	1,59
1601	AU 15-70 (20-30)	2,85	2,86	0,01
1601	AU 15-70 (50-60)	2,51	2,52	0,01
1602	AU 20-40	1,99	2,45	0,46
1602	AU lc 40-60	1,46	2,56	1,10
1603	AU 5-50	1,98	2,01	0,03
1603	AU 50-70	1,21	1,53	0,32
1607	AU lc 63-80	0,97	2,46	1,48
1305	BCA lc 37-47	1,63	1,63	0,00
1305	BCA lc 47-62	0,96	2,12	1,16
1306	BCA 60-85	1,43	1,46	0,03
1402	BCA nc 90-115	0,42	2,08	1,66
1403	BCA lc 90-110	0,54	2,52	1,98
1502	BCA nc 100-120	0,45	2,23	1,75
1504	BCA lc 90-110	0,78	2,28	1,45
1601	BCA nc 120-145	0,59	1,88	1,29
1603	BCA nc 90-130	0,45	1,74	1,29
1607	BCA nc 92-120	0,13	2,37	2,24
1609	BCA lc 65-90	1,14	2,39	1,25
1306	С са 110-130/дно	0,58	1,75	1,17
1402	С са 115-150/дно	0,35	1,91	1,56
1601	С са 145-160/дно	0,36	2,36	2,00
1602	С са 110-150/дно	0,04	1,95	1,90
1603	С са 130-150/дно	0,11	2,01	1,91
1607	С са 120-дно	0,12	1,95	1,83
1609	С са 110-150/дно	0,13	2,42	2,29

Таблица 2

Содержание различных форм углерода в генетических горизонтах погребенных почв Ростовской агломерации, %
/ The content of various forms of carbon in the genetic horizons of the buried soils in Rostov agglomeration, %

Разрез	Горизонт	ТОС (С орг)	ТС (С общ)	ИС (С карб)
1604	[AU] 50-83	1,37	1,38	0,01
1503	[AU lc] 22-35	1,17	2,02	0,78
1501	[AU ur] 100-140	2,03	2,17	0,01
1501	[AU] 140-170	1,48	1,62	0,02
1401	[AU] 45-72	1,46	1,47	0,01
1401	[AU] 72-92	1,04	1,06	0,02
1405	[AU] 70-90	1,90	1,96	0,06
1301	[AU s f] 95-140	0,99	1,02	0,03
1304	[AU] 110-135/дно	1,37	1,39	0,02
1202	[AU ur f] 46-80	1,18	1,20	0,01
1202	[AU lc ur f] 80-100	0,97	1,27	0,30
1604	[BCA lc] 103-116	0,84	2,00	1,16
1604	[BCA nc] 116-133	0,40	1,83	1,43
1608	[BCA lc] 75-95	1,07	2,34	1,27
1608	[BCA nc] 95-115	0,64	2,43	1,80
1501	[BCA] 170-200	1,27	1,37	0,02
1503	[BCA lc] 35-55	0,67	2,24	1,54
1503	[BCA nc] 55-75	0,50	2,07	1,55
1404	[BCA lc x] 90-125	1,48	1,76	0,28
1404	[BCA lc x] 125-165	0,92	2,32	1,40
1303	[BCA nc f] 103-130	0,56	2,12	1,56
1201	[BCA lc] 107-133	0,70	1,78	1,09
1201	[BCA nc] 133-160	0,37	2,01	1,65
1204	[BCA] 125-150	0,96	1,81	0,85
1608	[C ca] 115-150/дно	0,40	2,18	1,78
1604	[C ca] 133-193	0,11	1,68	1,57
1604	[C] 193-210/дно	0,43	1,69	1,25
1303	[C ca] 130-170/дно	0,34	1,71	1,37
1405	[C ca] 180-210/дно	0,31	2,16	1,84
1503	[C ca] 75-110	0,35	1,84	1,47
1503	[C ca] 110-160/дно	0,26	1,61	1,34
1201	[C ca] 160-206	0,23	1,65	1,42
1201	[C] 206-280/дно	0,18	1,41	1,24
1202	[C ca] 142-175	0,23	1,92	1,69
1202	[C] 175-220/дно	0,21	1,70	1,49
1204	[C ca] 170-210	0,31	2,08	1,77
1204	[C] 210-230/дно	0,36	1,61	1,25

Содержание органического углерода в естественных почвах и в погребенных толщах естественного сложения урбопочв снижается вглубь по профилю, а содержание неорганического углерода увеличивается. Эта закономерность является естественной для черноземов миграционно-сегрегационных [14, 15, 25]. Как видим, она сохраняется в почвах даже после погребения почвенной толщи под антропогенными слоями.

Однако сравнивая средние значения содержания углерода в соответствующих генетических горизонтах естественного и погребенного профилей, можно заметить повсеместное снижение как органиче-

ского, так и неорганического углерода в результате погребения профиля (табл. 3).

Это легко объяснимо в отношении органического вещества, так как погребение почвы под слоем антропогенных отложений, тем более если это плотные непроницаемые слои (асфальт, бетон), прекращает поступление свежих органических остатков, а медленная минерализация накопленного органического вещества сопровождается снижением общего его количества [26].

Уменьшение в погребенных слоях неорганического углерода не так ярко выражено, но и оно наличествует (табл. 3).

Таблица 3

Некоторые показатели вариационно-статистической обработки результатов определения форм углерода в генетических горизонтах / Some indicators of variational-statistical processing of the results of determination of carbon forms in genetic horizons

Углерод	Выборка горизонтов										
	AU rz	AU	BCA	C	[AU]	[BCA]	[C]	UR _T	UR _L	TCH	RAT
Среднее арифметическое содержание, %											
TOC (C орг)	4,06	1,95	0,75	0,29	1,31	0,73	0,27	1,97	2,44	1,38	1,95
TC (C общ)	4,22	2,31	2,16	2,17	1,56	2,01	1,75	2,47	3,03	1,96	2,30
IC (C карб)	0,11	0,34	1,41	1,87	0,23	1,27	1,48	0,50	0,59	0,57	0,32
Коэффициент вариации, %											
TOC (C орг)	34	28	53	60	36	41	49	79	88	60	31
TC (C общ)	34	19	18	11	28	15	18	55	78	53	34
IC (C карб)	164	133	49	16	170	39	21	89	82	70	91

Коэффициенты вариации по выборкам естественных горизонтов представлены в табл. 3. Можно было бы ожидать, что в горизонтах с более низким содержанием углерода более высокий коэффициент вариации. Однако такая закономерность прослеживается только для неорганического углерода (IC). По органическому углероду ситуация несколько иная: в дерновом горизонте AU rz, более всего обогащенном органическим углеродом, наблюдается и более высокое варьирование этого показателя. Вероятно, это связано не только с динамичностью поступления органического углерода и его преобразованием, но и с возрастом залежи, обуславливающим различия в составе растительного покрова залежных участков.

Значения общего углерода TC показывают обратную динамику: с глубиной коэффициент вариации снижается. Нужно отметить, что показатели вариации TC – одни из самых низких, что и понятно, учитывая его собирательный характер. Этим же объясняется и тот факт, что в среднем содержание общего углерода в горизонтах AU, BCA и C почти одинаково и составляет немногим больше 2 % (табл. 3).

Очень высокие коэффициенты вариации характерны для неорганического углерода поверхностных горизонтов, особенно для группы горизонтов AU rz – 164 % и AU – 133 %. Сохраняется эта закономерность в погребенных почвах – 170 % в горизонтах [AU]. Это объясняется высокой динамичностью карбонатов в верхней части профиля черноземов миграционно-сегрегационных, чем, собственно, и обусловлено формирование миграционных форм карбонатных новообразований. В погребенных горизонтах прослеживается общая закономерность – чем ниже содержание углерода, тем выше коэффициент вариации.

Содержание углерода в поверхностных антропогенных горизонтах различного генезиса представлено в табл. 4. Независимо от характера формирования горизонта наблюдается хаотичное распределение данных по всем формам углерода, что

также подтверждается высокими коэффициентами вариации (табл. 3) и было отмечено ранее [26].

Оценка разницы между средними значениями содержания углерода в горизонтах UR_T и UR_L (табл. 3) показала неожиданный результат: в легких горизонтах значения по всем формам углерода выше. Однако зачастую и вариация выше в горизонтах группы UR_L. Скорее всего, это обусловлено более высокой степенью вовлеченности этих горизонтов в процессы урбогенной трансформации почв, так как известно, что для почв в городах степной зоны характерно облегчение гранулометрического состава, особенно для территорий придорожных зон [18].

Горизонты группы RAT схожи по среднему содержанию органического углерода с горизонтами AU, однако вариация в горизонтах RAT выше, что также объясняется антропогенным характером этих горизонтов, представляющих собой почву, привезенную с разных мест для использования ее в качестве реплантанта.

Таким образом, на фоне высокой мозаичности антропогенной части профиля городских почв для адекватной оценки гумусного состояния и обобщения полученных данных возникает необходимость разработки особых подходов к систематизации различных горизонтов урбик по генезису, разделению их на группы. Одним из вариантов подобной систематизации является их разделение на тяжелые и легкие кластеры. Однако необходимо отметить, что даже в случае сортировки горизонтов урбик на тяжелые и легкие вариация по содержанию углерода остается довольно высокой – около 70–80 %, но, учитывая специфику изучаемых объектов, вероятно, такие значения можно считать приемлемыми.

В условиях города одним из самых распространенных видов нарушения естественного хода почвообразования является погребение (захоронение) почвенного профиля под толщей рыхлых антропогенных отложений либо под слоем плотных покрытий – полупроницаемых (плитка) и непроницаемых (бетон, асфальт) [16, 21].

Таблица 4

Содержание различных форм углерода в антропогенно-преобразованных генетических горизонтах почв Ростовской агломерации / The content of various forms of carbon in anthropogenically transformed genetic horizons of soils in Rostov agglomeration

Разрез	Горизонт	ТОС (С орг)	ТС (С общ)	ИС (С карб)
1204	(TCH) UR1 au ca 20–35	2,84	3,85	1,01
1302	(TCH) UR1 au 45–95	1,12	2,10	0,98
1401	(TCH) UR1 au ca 20–40	1,27	2,01	0,74
1404	(TCH) UR1 au g 15–25	2,47	2,51	0,04
1405	(TCH) UR au ca f 50–70	1,55	2,31	0,76
1604	(TCH) UR1 au 0–22	1,16	1,99	0,83
1608	(TCH) UR1 au 0–25	1,79	2,28	0,50
1301	RAT1 au rz 0–10	2,11	2,25	0,14
1301	RAT2 au 10–35	1,94	2,15	0,21
1301	RAT3 au 35–60	1,24	1,54	0,31
1301	RAT4 au f 60–95	1,29	1,41	0,12
1304	RAT au rz 0–21	2,45	3,37	0,92
1503	RAT1 au rz 0–5	2,83	3,20	0,23
1503	RAT2 au 5–22	1,38	1,52	0,05
1605	RAT rz 0–25	2,35	2,94	0,60
1201	UR2 au ca 35–57	0,68	1,54	0,86
1204	UR4 au 64–76	2,30	2,31	0,01
1204	UR3 au ca 46–64	3,54	4,03	0,49
1302	UR3 au ca 105–135	2,05	2,71	0,65
1302	UR4 au f g 165–176	0,66	1,97	1,30
1303	UR1 au 0–45	0,95	1,89	0,94
1401	UR2 au ca 40–45	1,45	1,58	0,13
1404	UR2 au x 25–43	5,26	5,29	0,02
1404	UR3 au x f 43–68	7,13	7,14	0,01
1608	UR3 au 40–55	1,44	2,89	1,45

Что происходит при этом с погребенной частью почвы, потерявшей связь с дневной поверхностью и при перекрытии почвы плотными поверхностями не имеющей подпитки в виде минеральных и органических соединений? Ответ на этот вопрос важен как с теоретической, так и с практической точки зрения, так как содержание органического вещества в почве в значительной степени обуславливает ее сорбционную емкость, с которой связана протекторная функция, значимость которой в условиях города многократно возрастает.

Сравнив с применением критерия Стьюдента результаты определения изучаемых показателей в погребенных и открытых естественных горизонтах, можно отметить, что достоверная разница по органическому углероду наблюдается только в паре гумусово-аккумулятивных горизонтов: AU – [AU]. С глубиной различия в содержании органического углерода нивелируются, несмотря на некоторое возрастание критерия в паре сравнения С – [С], которое, однако, не превышает критических значений (табл. 5).

Из полученных данных видно, что антропогенная трансформация, сопровождающаяся погребением нативных горизонтов черноземных почв, приводит к изменению содержания органического углерода в сторону значительного снижения. Однако процесс затрагивает только верхнюю часть профиля – горизонты [AU]. Содержание органического углерода выше в естественных горизонтах нативных почв: в паре сравнения AU – [AU] – на 0,65 %. Уже в сравнении горизонтов ВСА – [ВСА] и ниже по профилю достоверной разницы нет. Интересен факт, что срединные горизонты погребенного профиля – [ВСА] – по изученным свойствам практически не изменяются под воздействием урбопедогенеза в отличие от [AU] и [С]. Это подтверждается величиной критерия Стьюдента и низким коэффициентом вариации указанных выборок.

Показатель запасов углерода на единицу площади в метровой толще, кг/м², называют плотностью содержания углерода [27]. Если рассчитать усредненные запасы углерода в 50- и 100-сантиметровом слоях естественных горизонтов и их

погребенных аналогов (табл. 6), можно отметить наличие значительных различий.

Плотность содержания органического углерода существенно выше в нативных почвах. Причем если запасы органического углерода для 50 см толщи по итогам классического определения мокрым сжиганием (метод Тюрина) выше в 1,18, то анализ ТОС

показал результаты выше в 1,5 раза. Плотность органического углерода для 100 см толщи в нативных аналогах выше, чем в погребенной почве, в 1,14 раза при определении по окисляемости гумуса и в 1,38 раза при определении каталитическим сжиганием. Такая разница связана, прежде всего, с отсутствием дернового горизонта в погребенных почвах.

Таблица 5

Оценка достоверности разницы в содержании различных форм углерода в нативных горизонтах городских почв с использованием критерия Стьюдента / Assessment of the significance of difference in the content of various forms of carbon in the native horizons of urban soils using Student's criterion

Пара сравнения	ТОС	ТС	IC
t _{кр} =2, n=52			
AU – [AU]	<u>4,1</u>	<u>5,7</u>	0,9
t _{кр} =2,01, n=47			
BCA – [BCA]	0,2	1,5	0,8
t _{кр} =2,04, n=33			
C – [C]	0,4	<u>4,2</u>	<u>3,5</u>

Таблица 6

Запасы углерода в 50- и 100-сантиметровом слое естественных горизонтов в открытых почвах и их погребенных аналогах, кг/м² / Carbon reserves in the 50/100 cm layer of natural horizons in modern soils and their buried analogues, kg/m²

Почвы	Тюрин (C)		ТОС (C)		IC (C)	
	Мощность почвенной толщи, см					
	50	100	50	100	50	100
Нативные	13,7	21,31	15,7	22,56	1,2	8,61
Погребенные аналогах	11,6	18,74	10,5	16,32	3,1	11,25
Превышение показателей при сравнении нативных и погребенных аналогов	1,18	1,14	1,50	1,38	2,58	1,31

Запасы неорганического углерода в 50-сантиметровой толще выше в погребенных почвах по сравнению с нативными в среднем в 2,58 раза. Все это указывает на существенную биогеохимическую и экологическую роль погребенной толщи в качестве накопителя и преобразователя поллютантов, защищающего сопредельные среды от вторичного загрязнения.

По итогам анализа общего углерода достоверная разница наблюдается во всех сравниваемых парах, кроме BCA – [BCA]. Однако если в горизонтах [AU] снижение общего углерода происходит за счет органической формы, то в горизонте [C] – за счет неорганического углерода. В среднем в горизонтах C естественных почв содержание неорганического углерода выше на 0,32 % по сравнению с аналогичным горизонтом урбостратоземов. Иными словами, запечатывание почвы погребящей толщей приводит к достоверному снижению неорганического углерода в погребенном горизонте [C]. Возможно, это обусловлено тем, что запечатывание почв за счет уменьшения

испарения влаги с поверхности почвы приводит к увеличению показателей полевой влажности по сравнению с открытыми почвами. В таких условиях происходит постепенный процесс растворения карбонатов, а поскольку динамика грунтовых вод в городских условиях зачастую выше, чем во внегородских аналогах [28], то карбонаты медленно мигрируют, покидая погребенный почвенный профиль.

Результаты определения разных форм углерода в горизонтах урбик из разных кластеров (UR_T – UR_L) показали, что разница статистически недостоверна (табл. 7).

Это, вероятнее всего, обусловлено высокой вариацией показателей в этих горизонтах: от 67 до 88 % в выборках разных форм углерода. Недостоверны различия и при сравнении изученных показателей в горизонтах урбик со значениями, полученными в перегнойно-аккумулятивных горизонтах естественных почв (пары сравнения UR_T – AU; UR_L – AU). Причина, скорее всего, та же – высокая вариация значений в урбиковых горизонтах.

Таблица 7

Оценка достоверности разницы в содержании различных форм углерода в горизонтах урбик с использованием критерия Стьюдента / Assessment of the significance of difference in the content of various forms of carbon in the urbic horizons using Student's criterion

Пары сравнения	ТОС	ТС	IC
	tkp=2,03, n=37		
UR _T – UR _Л	0,8	0,9	0,6
	tkp=2, n=56		
UR _T – AU	0	0,6	1,3
	tkp=2,01, n=47		
UR _T – BCA	<u>3,9</u>	1,1	<u>5,2</u>
	tkp=2,04, n=35		
UR _T – C	<u>4</u>	0,8	<u>10</u>
	tkp=2,03, n=38		
UR _T – [AU]	1,7	<u>2,6</u>	2
	tkp=2,02, n=42		
UR _T – [BCA]	<u>3,6</u>	1,5	<u>5,5</u>
	tkp=2,02, n=40		
UR _T – [C]	<u>4,8</u>	<u>2,3</u>	<u>7,9</u>
	tkp=2, n=51		
UR _Л – AU	1,3	1,8	1,8
	tkp=2,02, n=42		
UR _Л – BCA	<u>3,9</u>	1,8	<u>4,2</u>
	tkp=2,05, n=30		
UR _Л – C	<u>3,37</u>	1,4	<u>8,5</u>
	tkp=2,04, n=33		
UR _Л – [AU]	<u>2,1</u>	<u>2,5</u>	<u>2,4</u>
	tkp=2,03, n=37		
UR _Л – [BCA]	<u>3,6</u>	2	<u>4,2</u>
	tkp=2,04, n=35		
UR _Л – [C]	<u>4,4</u>	<u>2,4</u>	<u>6,6</u>

Однако даже при такой высокой вариации обнаруживается достоверная разница в парах сравнения UR_Л – [AU] и UR_T – [AU]. Это позволяет предположить отсутствие либо ослабление связи между органическим веществом горизонтов урбик UR и погребенными гумусово-аккумулятивными горизонтами [AU].

Таким образом, можно предположить, что в условиях города в урбогоризонтах идет процесс накопления органического углерода как естественного, так и антропогенного происхождения, вплоть до величин, сравнимых с его содержанием в горизонте AU естественных почв.

В то же время достоверность разницы между различными группами генетических горизонтов в содержании неорганического углерода подтверждается статистически с высоким уровнем вероятности. За исключением поверхностных горизонтов, как урбиковых, так и естественных, в которых содержание этой формы углерода в изучаемых почвах невелико. Объясняется это генетически обу-

словленной существенной контрастностью почвенных горизонтов в отношении этого показателя.

Выводы

1. В погребенных почвах Ростовской агломерации наблюдается снижение общих запасов органического углерода по сравнению с естественными аналогами, происходит это за счет уменьшения количества углерода в верхней части погребенного профиля, а именно в горизонтах [AU].

2. Средняя часть погребенного профиля характеризуется стабильностью общих запасов органического углерода, тем самым проявляется своеобразное консервирование органических соединений под толщей урбанизированных наслоений и горизонтов. Все это указывает на существенную биогеохимическую и экологическую роль погребенной толщи городских почв как накопителя и преобразователя поллютантов, защищающего сопредельные среды от вторичного загрязнения.

3. В материнской породе погребенных черноземов происходит статистически значимое снижение содержания неорганического углерода, что связано с изменением водно-воздушного режима, обусловленного погребением почвы.

4. Горизонты урбик с относительно высоким содержанием глинистых частиц (UR_T) имеют генетическую связь с горизонтами ВСА на уровне гранулометрического состава, но их перемещение на дневную поверхность активизирует в этих горизонтах процессы накопления органического вещества разного типа – как биогенного, так и техногенного. Подобные процессы протекают и в горизонтах урбик облегченного гранулометрического состава (UR_Л).

Литература

1. Lovett G.M., Traynor M.N., Pouyat R.V., Carreiro M.M., Zhu W., Baxter J.W. Atmospheric deposition to oak forests along an urban rural gradient // Environ. Sci. Technol. 2000. Vol. 34. P. 4294–4300.
2. Beyer L., Kahle P., Kretschmer H., Wu Q. Soil organic matter composition of manimpacted urban soil in North Germany // J. Plant Nutr. Soil Sci. 2001. Vol. 164. P. 359–364.
3. Lorenz K., Preston C.M., Kandeler E. Soil organic matter in urban soils: Estimation of elemental carbon by thermal oxidation and characterization of organic matter by solidstate ¹³C nuclear magnetic resonance spectroscopy // Geoderma. 2006. Vol. 130. P. 312–323.
4. Wu Q., Blume H.P., Beyer L., Schleub U. Method for characterization of inert organic carbon in urbic Anthrosols // Commun. Soil Sci. Plant Anal. 1999. Vol. 30. P. 1497–1506.
5. Schmidt M.W.I., Knicker H., Hatcher P.G., Kogel-Knabner I. Impact of browncoal dust on the organic matter in particle size fractions of a Mollisol // Org. Geochem., 1996. Vol. 25. P. 29–39.
6. Park S., Cheng Z.C., Yang H., Morris E.E., Sutherland M., McSpadden Gardener B.B.M., Grewal P.S. Differences in soil chemical properties with distance to roads and age of development in urban areas // Urban Ecosyst. 2010. Vol. 13. P. 483–497.
7. Васенев В.И., Прокофьева Т.В., Макаров О.А. Разработка подхода к оценке запасов почвенного органического углерода мегаполиса и малого населенного пункта // Почвоведение. 2013. № 6. С. 725–736. Doi: 10.7868/S0032180X13060117.
8. Васенев В.И., Ананьева Н.Д., Макаров О.А. Особенности экологического функционирования конструкторземов на территории Москвы и Московской области // Почвоведение. 2012. № 2. С. 224–235.
9. Facelli J., Pickett S.T.A. The dynamics of litter // Bot. Rev. 1990. Vol. 57. P. 2–32.
10. Kuperman R.G. Litter decomposition and nutrient dynamics in oak-hickory forests along a historic gradient of nitrogen and sulfur deposition // Soil Biol. Biochem. 1999. Vol. 31. P. 237–244.
11. Безуглова О.С., Горбов С.Н., Карпушова А.В., Тагивердиев С.С. Сравнительная характеристика методов определения органического углерода в почвах // Фундаментальные исследования. 2014. № 8 (7). С. 1576–1580.
12. Завгородняя Ю.А., Бочарова Е.А., Кольцов Е.И. Определение уровня загрязнения почв углеводородами методом автоматизированной ускоренной экстракции в субкритических условиях // Экология и промышленность России. 2012. № 2. С. 30–33. Doi: 10.18412/1816-0395-2012-2-30-33.
13. Околелова А.А. Нефтепродукты в почве и особенности их учета // Современное состояние чернозёмов: материалы II Междунар. науч. конф., посвященной 140-летию со дня рождения С.А. Захарова, 24–28 сентября 2018 г.: в 2 т. / отв. ред. О.С. Безуглова. Ростов н/Д.; Таганрог: Изд-во Южн. фед. ун-та, 2018. Т. 2. С. 150–158.
14. Безуглова О.С., Хырхырова М.М. Почвы Ростовской области : учеб. пособие. Ростов н/Д. : Изд-во Южн. фед. ун-та, 2008. 352 с.
15. Вальков В.Ф., Казеев К.Ш., Колесников С.И. Почвы Ростовской области: генезис, география и экология. Ростов н/Д. : Изд-во Южн. фед. ун-та, 2012. 316 с.
16. Gorbov S.N., Bezuglova O.S. Transformation of Chernozem morphology under urban conditions // Abstract book of 9th international congress Soils of Urban Industrial Traffic Mining and Military Areas (SUITMA 9) “Urbanization: a challenge and an opportunity for soil functions and ecosystem services”, Russia, Moscow, May 22-26, 2017. P. 308–310.
17. Глазовская М.А., Богданова М.Д. Почвенные горизонты как геохимические объекты // Национальный атлас почв Российской Федерации / под ред. И.О. Алябиной, Г.В. Добровольского, И.С. Урусевской и др. М.: Астрель: АСТ, 2011. С. 248–249.
18. Bezuglova O.S., Tagiverdiev S.S., Gorbov S.N. Physical Properties of Urban Soils in Rostov Agglomeration // Eurasian Soil Science. 2018. № 51 (9). P. 1105–1110. DOI: 10.1134/S1064229318090028.
19. Проект стратегии социально-экономического развития Ростовской области на период до 2020 года. Ростов н/Д., 2011. 231 с.
20. IUSS Working Group WRB, 2014. World Reference Base for soil resources. International soil classification system for naming soils and creating legends to soil maps // World Soil Resources Reports No. 106. FAO, Rome. 181 p.
21. Горбов С.Н. Генезис, классификация и экологическая роль городских почв европейской части Юга России (на примере Ростовской агломерации): дис. ... д-ра биол. наук. М., 2018. 488 с.
22. Агатова А.И., Сапожников В.В., Торгунов Н.И. Сравнительное определение растворенного органиче-

ского вещества методом фотоокисления с персульфатом и методом высокотемпературного каталитического сжигания в различных морях // *Океанология*. 1996. Т. 36, № 3. С. 470–477.

23. Полевой определитель почв России. М.: Почвенный ин-т им. В.В. Докучаева, 2008. 182 с.

24. Наумова Н.Б. К вопросу об определении содержания органического углерода в почве // *Почвы и окружающая среда*. 2018. № 1 (2). С. 98–103.

25. Гаврилюк Ф.Я. Черноземы Западного Предкавказья. Харьков: Изд-во Харьковского ун-та, 1955. 146 с.

26. Gorbov S.N., Bezuglova O.S. Specific Features of Organic Matter in Urban Soils of Rostov-on-Don // *Eurasian Soil Science*. 2014. Vol. 47, No. 8. P. 792–800.

27. Vodyanitskii Y.N. Organic matter of urban soils: A review // *Eurasian Soil Science*. 2015. Vol. 48, No. 8. P. 802–811.

28. Безуглова О.С., Горбов С.Н., Морозов И.В., Невидомская Д.Г. Урбопочвоведение. Ростов н/Д.: Изд-во Южн. фед. ун-та, 2012. 264 с.

References

1. Lovett G.M., Traynor M.N., Pouyat R.V., Carreiro M.M., Zhu W., Baxter J.W. (2000). Atmospheric deposition to oak forests along an urban rural gradient. *Environ. Sci. Technol.*, vol. 34, pp. 4294-4300.

2. Beyer L., Kahle P., Kretschmer H., Wu Q. (2001). Soil organic matter composition of manimpacted urban soil in North Germany. *J. Plant Nutr. Soil Sci.*, vol. 164, pp. 359-364.

3. Lorenz K., Preston C.M., Kandeler E. (2006). Soil organic matter in urban soils: Estimation of elemental carbon by thermal oxidation and characterization of organic matter by solidstate ¹³C nuclear magnetic resonance spectroscopy. *Geoderma*, vol. 130, pp. 312-323.

4. Wu Q., Blume H.P., Beyer L., Schleub U. (1999). Method for characterization of inert organic carbon in urban Anthrosols. *Commun. Soil Sci. Plant Anal.*, vol. 30, pp. 1497-1506.

5. Schmidt M.W.I., Knicker H., Hatcher P.G., Kogel-Knabner I. (1996). Impact of browncoal dust on the organic matter in particle size fractions of a Mollisol. *Org. Geochem.*, vol. 25, pp. 29-39.

6. Park S., Cheng Z.C., Yang H., Morris E.E., Sutherland M., McSpadden Gardener B.B.M., Grewal P.S. (2010). Differences in soil chemical properties with distance to roads and age of development in urban areas. *Urban Ecosyst.*, vol. 13, pp. 483-497.

7. Vasenev V.I., Prokofieva T.V., Makarov O.A. (2013). Development of an approach to the assessment of soil organic carbon reserves in a megapolis and small locality. *Pochvovedenie*, No. 6, pp. 725-736, doi: 10.7868/S0032180X13060117. (in Russian).

8. Vasenev V.I., Ananyeva N.D., Makarov O.A. (2012). Features of ecological functioning of constructozems on the territory of Moscow and the Moscow region. *Pochvovedenie*, No. 2, pp. 224-235. (in Russian).

9. Facelli J., Pickett S.T.A. (1990). The dynamics of litter. *Bot. Rev.*, vol. 57, pp. 2-32.

10. Kuperman R.G. (1999). Litter decomposition and nutrient dynamics in oak-hickory forests along a historic gradient of nitrogen and sulfur deposition. *Soil Biol. Biochem.*, vol. 31, pp. 237-244.

11. Bezuglova O. S., Gorbov S. N., Karpushova A.V., Tagiverdiev S. S. (2014). Comparative characteristics of methods for determining organic carbon in soils. *Fundamental'nye issledovaniya*, No. 8 (7), pp. 1576-1580. (in Russian).

12. Zavgorodnaya Yu.A., Bocharova E.A., Koltsov E.I. (2012). Determination of the level of soil contamination of hydrocarbons by automated accelerated extraction under subcritical conditions. *Ekologiya i promyshlennost' Rossii*, No. 2, pp. 30-33, doi: 10.18412/1816-0395-2012-2-30-33. (in Russian).

13. Okolelova A.A. (2018). Oil products in the soil and the specifics of their accounting. *The current state of chernozems. Materials of the II International scientific conference dedicated to the 140th anniversary of the birth of S. A. Zakharov*. September 24-28, 2018: in 2 vol. O.S. Bezuglova (Ed.). Rostov-on-Don; Taganrog, Southern Federal University Press, vol. 2, pp. 150-158. (in Russian).

14. Bezuglova O.S., Khyrkhyrova M.M. (2008). *Soils of the Rostov region*. Textbook. Rostov-on-Don, Southern Federal University Press, 352 p. (in Russian).

15. Valkov V.F., Kazeev K.Sh., Kolesnikov S.I. (2012). *Soils of the Rostov region: genesis, geography and ecology*. Rostov-on-Don, Southern Federal University Press, 316 p. (in Russian).

16. Gorbov S.N., Bezuglova O.S. (2017). Transformation of Chernozem morphology under urban conditions. *Abstract book of 9th international congress Soils of Urban Industrial Traffic Mining and Military Areas (SUITMA 9) "Urbanization: a challenge and an opportunity for soil functions and ecosystem services"*. Russia, Moscow, May 22-26, pp. 308-310.

17. Glazovskaya M.A., Bogdanova M.D. (2011). Soil horizons as geochemical objects. *National atlas of soils of the Russian Federation*. I. O. Alyabin, G.V. Dobrovolsky, I. S. Urusevskaya et al. (Eds.). Moscow, Astrel, AST Publ., pp. 248-249. (in Russian).

18. Bezuglova O.S., Tagiverdiev S.S., Gorbov S.N. (2018). Physical Properties of Urban Soils in Rostov Agglomeration. *Eurasian Soil Science*, No. 51 (9), pp. 1105-1110, doi: 10.1134/S1064229318090028/.

19. *Draft strategy for socio-economic development of the Rostov region for the period up to 2020*. (2011). Rostov-on-Don, 231 p. (in Russian).

20. *IUSS Working Group WRB, 2014. World Reference Base for soil resources. International soil classification system for naming soils and creating legends to soil maps*. World Soil Resources Reports No. 106. FAO, Rome, 181 p.

21. Gorbov S.N. (2018). *Genesis, classification and ecological role of urban soils in the European part of*

Southern Russia (on the example of the Rostov agglomeration). Dissertation Thesis. Moscow, 488 p. (in Russian).

22. Agatova A.I., Sapozhnikov V.V., Morgunov N.I. (1996). Comparative determination of dissolved organic matter by photo-oxidation with persulfate and by high-temperature catalytic combustion in various seas. *Okeanologiya*, vol. 36, No. 3, pp. 470-477. (in Russian).

23. *Field determinant of Russian soils*. (2008). Moscow, Dokuchaev Soil Institute Press, 182 p. (in Russian).

24. Naumova N.B. (2018). On the issue of determining the content of organic carbon in the soil. *Pochvy i okruzhayushchaya sreda*, No. 1 (2), pp. 98-103. (in Russian).

25. Gavrilyuk F.Ya. (1955). *Chernozems of the Western Caucasus*. Kharkiv, Kharkiv University Press, 146 p. (in Russian).

26. Gorbov S.N., Bezuglova O.S. (2014). Specific Features of Organic Matter in Urban Soils of Rostov-on-Don. *Eurasian Soil Science*, vol. 47, No. 8, pp. 792-800.

27. Vodyanitskii Y.N. (2015). Organic matter of urban soils: A review. *Eurasian Soil Science*, vol. 48, No. 8, pp. 802-811.

28. Bezuglova O.S., Gorbov S.N., Morozov I.V., Nevidomskaya D. G. (2012). *Urban Soil Science*. Rostov-on-Don, Southern Federal University Press, 264 p. (in Russian).

Поступила в редакцию / Received

25 сентября 2020 г. / September 25, 2020

БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ**BIOLOGICAL SCIENCES**

УДК 579.22:57.017.3

doi 10.18522/1026-2237-2020-4-130-142

**АДАПТАЦИЯ ДРОЖЖЕЙ *S. CEREVISIAE* Y-503, *S. CEREVISIAE* DAW-3A,
S. OVIFORMIS M-12X К РАЗЛИЧНЫМ ЗНАЧЕНИЯМ ЭТАНОЛА.
ТВЕРДЫЕ ПИТАТЕЛЬНЫЕ СРЕДЫ**© 2020 г. Э.А. Халилова¹, Э.А. Исламмагомедова¹, С.Ц. Котенко¹, А.А. Абакарова¹, Д.А. Аливердиева¹¹Прикаспийский институт биологических ресурсов Дагестанского федерального исследовательского центра РАН, Махачкала, Россия**ADAPTATION OF THE YEAST *S. CEREVISIAE* Y-503, *S. CEREVISIAE* DAW-3A,
S. OVIFORMIS M-12X TO VARIOUS ETHANOL VALUES. SOLID GROWTH MEDIA****E.A. Khalilova¹, E.A. Islammagomedova¹, S.Ts. Kotenko¹, A.A. Abakarova¹, D.A. Aliverdieva¹**¹Caspian Institute of Biological Resources, Dagestan Federal Research Center, Russian Academy of Sciences, Makhachkala, Russia

Халилова Эсланда Абдурахмановна – кандидат биологических наук, ведущий научный сотрудник, лаборатория биохимии и биотехнологии, Прикаспийский институт биологических ресурсов Дагестанского федерального исследовательского центра РАН, ул. М. Гаджиева, 45, г. Махачкала, Республика Дагестан, 367000, Россия, e-mail: eslanda61@mail.ru

Eslanda A. Khalilova - Candidate of Biological Sciences, Leading Researcher, Laboratory of Biochemistry and Biotechnology, Caspian Institute of Biological Resources, Dagestan Federal Research Center, Russian Academy of Sciences, M. Gadzhieva St., 45, Makhachkala, Republic of Dagestan, 367000, Russia, e-mail: eslanda61@mail.ru

Исламмагомедова Эльвира Ахмедовна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, лаборатория биохимии и биотехнологии, Прикаспийский институт биологических ресурсов Дагестанского федерального исследовательского центра РАН, ул. М. Гаджиева, 45, г. Махачкала, Республика Дагестан, 367000, Россия, e-mail: islammagomedova@mail.ru

Elvira A. Islammagomedova - Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher, Laboratory of Biochemistry and Biotechnology, Caspian Institute of Biological Resources, Dagestan Federal Research Center, Russian Academy of Sciences, M. Gadzhieva St., 45, Makhachkala, Republic of Dagestan, 367000, Russia, e-mail: islammagomedova@mail.ru

Котенко Светлана Цалистиновна – кандидат биологических наук, ведущий научный сотрудник, лаборатория биохимии и биотехнологии, Прикаспийский институт биологических ресурсов Дагестанского федерального исследовательского центра РАН, ул. М. Гаджиева, 45, г. Махачкала, Республика Дагестан, 367000, Россия

Svetlana Ts. Kotenko - Candidate of Biological Sciences, Leading Researcher, Laboratory of Biochemistry and Biotechnology, Caspian Institute of Biological Resources, Dagestan Federal Research Center, Russian Academy of Sciences, M. Gadzhieva St., 45, Makhachkala, Republic of Dagestan, 367000, Russia

Абакарова Аида Алевдиновна – старший лаборант, лаборатория биохимии и биотехнологии, Прикаспийский институт биологических ресурсов Дагестанского федерального исследовательского центра РАН, ул. М. Гаджиева, 45, г. Махачкала, Республика Дагестан, 367000, Россия, e-mail: aida.abakarva@rambler.ru

Aida A. Abakarova - Senior Laboratory Assistant, Laboratory of Biochemistry and Biotechnology, Caspian Institute of Biological Resources, Dagestan Federal Research Center, Russian Academy of Sciences, M. Gadzhieva St., 45, Makhachkala, Republic of Dagestan, 367000, Russia, e-mail: aida.abakarva@rambler.ru

Аливердиева Динара Алиевна – кандидат биологических наук, заведующий лабораторией биохимии и биотехнологии, Прикаспийский институт биологических ресурсов Дагестанского федерального исследовательского центра РАН, ул. М. Гаджиева, 45, г. Махачкала, Республика Дагестан, 367000, Россия, e-mail: aliverdieva_d@mail.ru

Dinara A. Aliverdieva - Candidate of Biological Sciences, Head of the Laboratory of Biochemistry and Biotechnology, Caspian Institute of Biological Resources, Dagestan Federal Research Center, Russian Academy of Sciences, M. Gadzhieva St., 45, Makhachkala, Republic of Dagestan, 367000, Russia, e-mail: aliverdieva_d@mail.ru

Представлена информация о детерминантах жизнеспособности дрожжевых культур, культивируемых в виде колоний на твердом агаре в различных условиях этанольного стресса. Штаммы дрожжей, как правило, демонстрировали вместе с медленным ростом более высокую жизнеспособность. Установлено влияние различных концентраций этанола (6, 12, 18 %) и глюкозы (20 %) на морфологические свойства дрожжей *S. cerevisiae* Y-503, *S. cerevisiae* DAW-3a и *S. oviformis* M-12X. Обнаружено, что Y-503 и DAW-3a наиболее устойчивы к этанольному и осмотическому стрессу. Антагонистическое взаимодействие нескольких стрессоров наиболее наглядно отразилось на толерантности штаммов к этанолу+глюкозе. Фенотипические исследования показали, что штаммы имели стратегию выживания в неблагоприятных условиях в форме устойчивости к ингибитору – теллуриту калия (K_2TeO_3) – у Y-503, в большей степени – M-12X. Обнаружена потребность DAW-3a в инозите, орнитине и лизине, M-12X – в сорбите, инозите. Штаммы невосприимчивы к синтетическим антимикотикам широкого спектра действия – кетоконазолу и флуконазолу, однако антибиотик нистатин ингибировал их рост; в большей мере отмечена высокая чувствительность штамма M-12X. Сравнительный анализ морфологических параметров клеток и гигантских колоний изучаемых штаммов определил преимущество полиплоида Y-503 по выживаемости и толерантности к воздействию этанольного стресса. Результаты работы могут быть использованы в научных исследованиях и биотехнологиях различного назначения, основанных на использовании стрессоустойчивых дрожжей *S. cerevisiae*.

Ключевые слова: дрожжи, стресс, этанол, глюкоза, морфология, клетка, колонии.

The paper considers information on the determinants of the viability of yeast cultures cultivated in the form of giant colonies on solid agar under various conditions of ethanol stress. Yeast strains tends to show higher viability along with slow growth. The effect of various concentrations of ethanol (6, 12, 18 %), glucose (20 %) on the morphophysiological properties of the yeast *S. cerevisiae* Y-503, *S. cerevisiae* DAW-3a and *S. oviformis* M-12X is revealed. It has been determined that Y-503 and DAW-3a are most resistant to ethanol and osmotic stress. The antagonistic interaction of several stressors most clearly affected the tolerance of the strains to all positions with "ethanol + glucose". Phenotypic studies have found that the strains survival strategy in adverse conditions in the form of resistance to potassium tellurite inhibitor (K_2TeO_3) in Y-503, to a greater extent in M-12X. A need for DAW-3a for inositol, ornithine, and lysine was detected; M-12X – sorbitol, inositol. The strains are unsusceptible to synthetic broad-spectrum antimycotics - ketoconazole and fluconazole. However, antibiotic nystatin inhibited their growth, and a high sensitivity of strain M-12X was noted to a greater extent. A comparative analysis of the morphophysiological parameters of cells and giant colonies of the studied strains determined the advantage of polyploid Y-503 in survival and tolerance to the effects of various types of stress. The results can be applied in scientific research and biotechnology for various purposes, based on the use of stress-resistant *S. cerevisiae* yeast.

Keywords: yeast, stress, ethanol, glucose, morphology, cell, colonies.

В последние годы предпринято много усилий, чтобы найти эволюционные пути для улучшения толерантности промышленных дрожжей к высоким концентрациям этанола в среде ферментации [1–3].

Для изучения проблемы выживаемости дрожжей в условиях стресса существуют различные методы исследований, большинство из которых на сегодняшний день сосредоточено на популяциях клеток, выращенных в периодических или непрерывных жидких культурах. Напротив, использование твердых питательных сред, предполагающее существование микробов в естественных условиях, связано со сложностью проведения эксперимента с длительным пространственным отслеживанием развития культуры [4]. В последнее десятилетие дрожжевые

колонии стали отличной моделью для изучения особенностей эволюционных и физиологических механизмов многоклеточных организмов [5], в том числе высокой пролиферации клеток [6], действия антагонистов и антибиотиков; дифференцирования клеток [7], поляризации, цитокинеза [8], хронологической продолжительности жизни, рака, скрининга лекарств [9] и др.

Известна уникальная информация о детерминантах жизнеспособности клеток высших эукариот, культивируемых в виде гигантских колоний на твердом агаре и жидких средах лабораторного ферментера или биореактора, в которых обеспечивается достаточное количество питательных веществ для удовлетворения энергетических потребностей [2, 10].

Клетки в колониях подвергаются воздействию градиентов питательных веществ, продуктов метаболизма и газов, чья сложная пространственная и временная динамика приводит к дифференцированию культуры. Дрожжи, растущие в виде колоний на агаре, больше напоминают ткани многоклеточных организмов, чем дрожжи в жидкой культуре, и, как правило, демонстрируют вместе с медленным ростом более высокую жизнеспособность [2].

Ранее нами были проведены многочисленные исследования для поиска биохимически активных, толерантных к этанолу штаммов рода *Saccharomyces* с использованием жидких и твердых сред. Представлены данные воздействия различных концентраций этанола на морфофизиологические показатели *S. cerevisiae* Y-503 [11].

Принимая во внимание, что большинство промышленных процессов получения этанола осуществляется в жестких физико-химических условиях, предполагается использование различных экстремально устойчивых штаммов дрожжей, включая гибридные и рекомбинантные культуры.

Цель настоящих исследований – изучение влияния различных концентраций этанола в условиях твердых питательных сред на культурально-морфологические и биохимические свойства штаммов рода *Saccharomyces*, полученных в результате экстремальных физических и генетических воздействий.

Объекты исследований – штаммы дрожжей: гетерозиготный тетраплоид *Saccharomyces cerevisiae* Y-503, полученный в результате лазерного воздействия на промышленный гибридный штамм *S. cerevisiae* 73 [12]; гетероталлический гаплоид *Saccharomyces cerevisiae* DAW-3а – потомок линии Y-503; *Saccharomyces oviformis* M-12X – полученный в результате мутагенного действия холода сверхнизких температур на штамм *S. cerevisiae* M-12 [13] из коллекции лаборатории биохимии и биотехнологии ПИБР ДФИЦ РАН и Всероссийской коллекции промышленных микроорганизмов ФГУП ГосНИИГенетика (Россия). Принадлежность *S. cerevisiae* Y-503 и *S. cerevisiae* DAW-3а к таксону *Saccharomyces* показана с помощью молекулярно-генетических методов [14].

Инкубацию микроорганизмов осуществляли в микробиологическом термостате Binder-115 (США) при рабочей температуре 30 °С. Для культивирования дрожжей использовали твердую среду YPD. Ее состав, %: дрожжевой экстракт – 0,5 (BD, США), пептон – 0,5 (BD, США), D-глюкоза – 2,0 (Merk, Германия), агар-агар – 2,5 (Difco, Нидерланды). Взвешивание субстратов осуществляли на аналитических весах DV215CD (Ohaus Discovery, Швейцария). Для получения агаризованных сред использо-

вали агар (Difco, Испания); кислотность среды pH 4,5 корректировали 1N HCl или 4M KOH (Россия) на pH-метре Hanna Instrumentals pH 211 (Германия).

Питательную среду Сабуро для культивирования дрожжей, определения чувствительности к антибиотикам и теллуриду калия готовили из сухой среды готового набора реагентов промышленного производства в соответствии с инструкцией изготовителя (ФБУН «ГНЦПМиБ», Россия). Ее состав, г/л: панкреатический гидролизат рыбной муки – 10,0, панкреатический гидролизат казеина – 10,0, дрожжевой экстракт – 2,0, натрия фосфат однозамещенный – 2,0, d-глюкоза – 40,0, агар – 10,0±3,0; pH 6,0±0,3. Для приготовления среды Сабуро с теллуридом калия (K₂TeO₃) использовали готовую среду, как описано выше, с дополнительным внесением 5 мл 2-%-го раствора соли / 1 л среды.

Морфологический анализ клеток и их фотографирование осуществляли с помощью светового микроскопа CX21 FS1 (Olympus, Япония) и цифровой фотокамеры Power Shot A640 (Canon, Япония). Основным критерием для определения морфотипов колоний служили признаки: форма, пигментация, окраска, поверхность, профиль, край, структура.

Стрессоустойчивость дрожжей к различным концентрациям этанола (6, 12, 18 %) и глюкозы (20 %) определяли при культивировании на агаровой среде YPD в чашках Петри в течение 10 сут. Этанол вносили в питательную среду глубинным методом параллельно в две стерильные чашки Петри, заливали расплавленной и охлажденной (до 45±1 °С) средой; высота слоя 4–5 мм. Среду немедленно равномерно перемешивали круговыми движениями; при ее затвердении чашки переворачивали вверх дном и ставили в термостат на одни сутки при 30 °С.

Чувствительность к различным субстратам, противогрибковым препаратам (кетоконазол, флуконазол, нистатин) изучали диско-диффузионным методом, используя стандартные диски «Системы индикаторные бумажные для идентификации микроорганизмов» НПО «Микроген» холдинга «Нацимбио» (Россия) с 10–30 мкг антимикробного агента, и замером зон отсутствия роста [15]. Способность к продуцированию ферментов уреазы (КФ 3.5.3.1), оксидазы (КФ 1.4.3.3) и β-галактозидазы (КФ 3.2.1.23) определяли, используя экспресс-тесты для исследования ферментативной активности микроорганизмов (MERCCK, Германия).

Исследования морфологии колоний выполнены в 3-кратной повторности одним экспериментатором для обеспечения достоверности.

При исследовании толерантности дрожжей к воздействию этанола определенное внимание уделено вопросам фенотипических свойств культур (табл. 1).

Таблица 1

**Фенотипические признаки штаммов *S. cerevisiae* Y-503, *S. cerevisiae* DAW-3a и *S. oviformis* M-12X
/ Phenotypic signs of strains of *S. cerevisiae* Y-503, *S. cerevisiae* DAW-3a, *S. oviformis* M-12X**

Тест	ШТАММ		
	<i>S. cerevisiae</i> Y-503	<i>S. cerevisiae</i> DAW-3a	<i>S. oviformis</i> M-12X
Отношение к NaCl, %	5, 10, 15, 20 (опт. 5) [16, 17]	5, 10, 15, 20 (опт. 5) [16, 17]	н
pH	3,0; 4,5; 7,0; 9,0; 11,0 (опт. 4,5) [16, 17]	3,0; 4,5; 7,0; 9,0; 11,0 (опт. 4,5) [16, 17]	2,9–3,6; 4,5 (опт. 3–4) [18]
Температура, °C	28–30; 37 (опт. 30)	28–30; 37 (опт. 30)	20–24; 28–30 (опт. 24, 30)
Малонат натрия	–	–	–
Сорбит	–	–	+
Инозит	–	+	+
Орнитин	–	+	–
Лизин	–	+	–
Глюкоза	+	+	+
Уреаза	–	–	–
β-галактозидаза	–	–	–
Оксидаза	–	–	–

Примечание. «–» – отсутствие активности или потребления; «+» – активность, потребление; «н» – не изучено. В каждом столбце обозначены статистически значимые значения в 3-кратной повторяемости (одновременно).

Как установлено ранее, штаммы *S. cerevisiae* Y-503 и *S. cerevisiae* DAW-3a толерантны к воздействию 5–20%-му NaCl при pH 4,5 и температуре 30 °C [16, 17]. Результаты исследований продемонстрировали резистентность культур по отношению к ингибитору сукцинат-дегидрогеназного комплекса дыхательной цепи – малонату натрия; утилизацию глюкозы в качестве источника углерода и энергии. Следует отметить способность штамма DAW-3a, в отличие от родительского Y-503, усваивать инозит (витамин B₈), орнитин и лизин, M-12X – инозит и сорбит (табл. 1).

Считается, что этанольный стресс активизирует внутриклеточный сигнальный путь UPR (unfolded protein response), регулирующий сотни генов, ответственных за функционирование эндоплазматического ретикулума, состав липидов и текучесть мембран, в том числе гена INO1. При этом известно влияние *инозита* на активацию UPR-пути и изменение состояния липидов мембран [19]. По нашим данным, штаммы DAW-3a и M-12X (табл. 1) способны потреблять *инозит* в составе питательной среды, что особенно важно в условиях этанольного стресса.

Как известно, микробное загрязнение при ферментативных процессах синтеза этанола происходит закономерно дикими дрожжами и грамположительными бактериями из семейства *Lactobacillaceae*, которые во время спонтанного брожения конкурируют за факторы роста, необходимые дрожжам; синтезируют значительное количество органических кислот; выделяют *орнитин*, подавляющий спиртовое брожение. Для лабораторных штаммов *S. cerevisiae*, в основном являющихся производными штамма *S. cerevisiae* S288c, наиболее предпочтительным источником азота является глутамин, но наряду с ним они могут использовать соли аммония, пролин, мочевины, *орнитин*, аллантоин [20]. В этом случае данные табл. 1 свидетельствуют, что штамм *S. cerevisiae* DAW-3a обладает преимуществом, активно используя орнитин.

Ферментирующие дрожжи могут также продуцировать алифатическую незаменимую аминокислоту *лизин*, обладающую потенциальной способностью ингибировать некоторых представителей молочнокислых бактерий [21]. Очевидно, что лизин как дополнительный источник азота не был востребован *S. cerevisiae* Y-503 и *S. oviformis* M-12X (табл. 1), так как штаммы способны сами его синтезировать. Имеются данные, что в процессе получения этанола наибольшее накопление незаменимых аминокислот в биомассе штаммов Y-503 и M-12X приходилось на валин, лейцин, изолейцин, тирозин и *лизин* [18, 22].

Способность штаммов к продуцированию ферментов уреазы (КФ 3.5.3.1), оксидазы (КФ 1.4.3.3) и β-галактозидазы (КФ 3.2.1.23) не обнаружена.

Принимая во внимание, что вопросы микробной контаминации бродильных производств продолжают оставаться актуальными [23], нами была изучена чувствительность штаммов Y-503, DAW-3a и M-12X к противогрибковым препаратам широкого спектра действия (табл. 2).

Используемые препараты, как известно, ингибируют развитие грибов за счет нарушения биосинтеза мембранных липидов, где эргостерол, обеспечивающий целостность и текучесть мембран, представляет биохимическую мишень повреждающего действия. Обнаружена резистентность штаммов к синтетическим антимикотикам II поколения – кетоконазолу, III поколения – флуконазолу (за исключением полиенового антибиотика природного происхождения – нистатина). Зоны ингибирования культур Y-503 и DAW-3a нистатином на среде Сабуро визуально четко различимы и почти идентичны. Отмечена высокая чувствительность штамма M-12X к антибиотику по сравнению с другими культурами (табл. 2).

Таблица 2

Чувствительность штаммов *S. cerevisiae* Y-503, *S. cerevisiae* DAW-3a и *S. oviformis* M-12X к различным противогрибковым препаратам / The sensitivity of the strains *S. cerevisiae* Y-503, *S. cerevisiae* DAW-3a and *S. oviformis* M-12X to various antifungal drugs

Противогрибковый препарат	Штамм		
	Зона действия, мм		
	<i>S. cerevisiae</i> Y-503	<i>S. cerevisiae</i> DAW-3a	<i>S. oviformis</i> M-12X
Кетоконазол	–	–	–
Нистатин	4	5	10
Флуконазол	–	–	–

Примечание. «–» – отсутствие роста.

Изучение морфологических характеристик колоний штаммов Y-503 и DAW-3a на среде Сабуро обнаружило достаточно хороший рост, в отличие от M-12X, с характерной для культур окраской (рис. 1а, б, в). Установлены следующие отличия: *S. cerevisiae* Y-503 – обильный сплошной рост широких штрихов колоний с волнистым краем, сливочного цвета с блеском; *S. cerevisiae* DAW-3a – рост скудный по сравнению с Y-503, штрихи более узкие, светло-бежевого цвета с блеском; *S. oviformis* M-12X – рост четковидный, 3 круглые, выпуклые и 2 диффузные колонии палевого цвета с блеском.

Исследования толерантности микроорганизмов к потенциально токсичным металлам в последние годы получили особую актуальность. Металлорезистентные микробные штаммы часто проявляют способность предотвращать или уменьшать проникновение токсичных металлов в клетку [24]. Имеются данные о способности отдельных представителей дрожжей *S. cerevisiae* к детоксикации теллурита, связанной с цитозольным вакуолярным компартаментом и вакуолярной Н-АТФазой. Сообщается о превращении теллурита в летучие метилированные формы бактериями и грибами; восстановлении теллура, которое проявляется в виде черных отложений внутри или снаружи клетки. Устойчивость к токсичным соединениям за

счет их перевода в менее токсичную форму может определять стратегию выживания микроорганизмов в неблагоприятных условиях [25, 26].

Возник интерес, насколько чувствительны изучаемые штаммы в присутствии ингибитора – теллурита калия в среде. На среде Сабуро с добавлением теллурита характер роста культур изменился: вместо сплошного обильного роста штрихов на поверхности среды (рис. 1а, б, в) отчетливо выделялись круглые, выпуклые колонии, особенно крупные у Y-503 (рис. 1г, д, е). Штамм Y-503 формировал колонии в виде капель жемчужного цвета с заметным потемнением, у M-12X – в очень мелких белых прозрачных колониях это особенно отражено. На среде Сабуро с теллуритом, как и без него, штамм M-12X существенно отличался от других культур по площади и размеру колоний. Поведение штамма, полученного в результате мутагенного действия сверхнизких температур, в условиях различных видов стресса требует отдельного серьезного изучения. В колониях обоих штаммов участки сплошного роста не окрашены. Известно, что высокочувствительные штаммы дрожжей могут накапливать значительное количество теллурита в клетке, но, обладая низкой способностью к детоксикации, иметь неокрашенные колонии [27]. В мелких колониях молочного цвета,

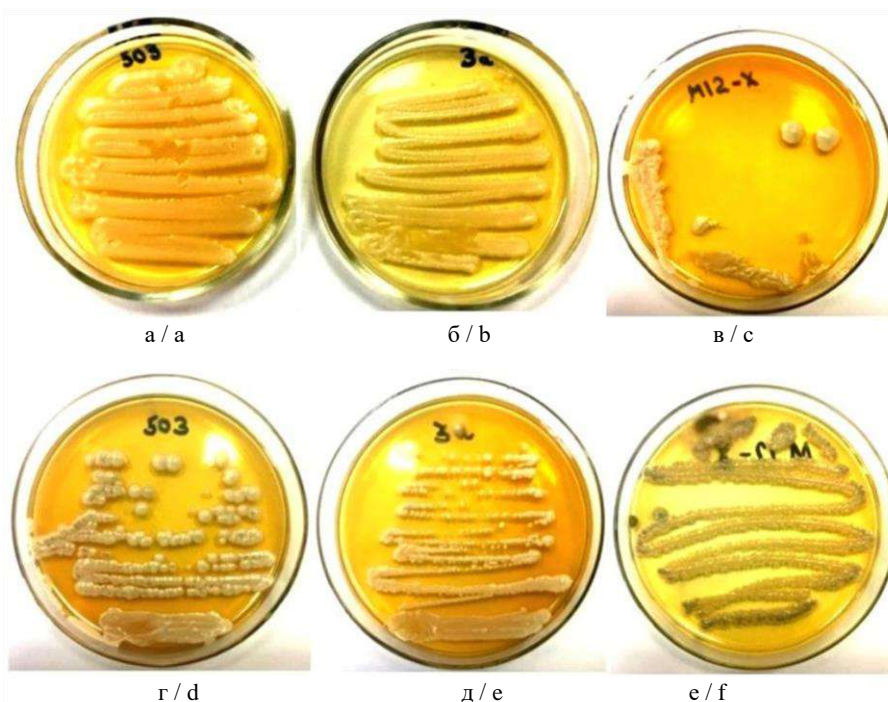


Рис. 1. Рост штаммов на среде Сабуро: а – *S. cerevisiae* Y-503; б – *S. cerevisiae* DAW-3a; в – *S. oviformis* M-12X; на среде Сабуро с теллуритом калия: г – *S. cerevisiae* Y-503; д – *S. cerevisiae* DAW-3a; е – *S. oviformis* M-12X / Fig. 1. The growth of strains in Sabouraud media: а - *S. cerevisiae* Y-503; б - *S. cerevisiae* DAW-3a; в - *S. oviformis* M-12X; in Sabouraud media with potassium tellurite: г - *S. cerevisiae* Y-503; д - *S. cerevisiae* DAW-3a; е - *S. oviformis* M-12X

образованных штаммом DAW-3a, отсутствовали признаки потемнения, что указывало на повышенную чувствительность последнего. Результаты исследований штаммов Y-503 и M-12X по отношению к ингибитору определили их наибольшую устойчивость к стрессовым условиям.

Следующим этапом исследований было изучение влияния различных концентраций этанола на морфолого-культуральные свойства дрожжей *S. cerevisiae* Y-503, *S. cerevisiae* DAW-3a и *S. oviformis* M-12X. В течение 10 сут колонии как многоклеточные организмы дифференцировались; осуществляли медленную и устойчивую диффузию питательных веществ, что позволяло клеткам штаммов постепенно увеличивать популяцию. Контролем для серии опытов с этанолом служил вариант колонии со стандартной средой YPD без добавок, содержащей в том числе 2 % глюкозы (рис. 2a).

Согласно предыдущим экспериментам, штамм Y-503 на жидких мелассных питательных средах синтезировал до 8,1, 9,5, 12,0 % этанола [28, 29], M-12X на виноградном сусле – 12,0–12,8 % этанола [13]. Штамм DAW-3a никогда не изучался на предмет влияния этанола. Исследование воздействия различных концентраций этанола на морфологические свойства указанных штаммов, выращенных на твердых питательных средах YPD, проведено впервые. Характер образования колоний и их морфология отражены на рис. 2 и в табл. 3. Показано, что размер колоний M-12X и DAW-3a при концентрации 6 % этанола в среде уменьшился на 6,8 и 24,5 % по отношению к контролю (0 % этанола), а для Y-503, напротив, увеличился на 8,3 %.

Выявлено, что культуры Y-503 и DAW-3a достаточно толерантны к 12%-му этанолу в среде, диаметр колоний снизился по сравнению с контролем на 10,0 и 23,1 % соответственно. Напротив, M-12X оказался менее вос-

приимчив к данной концентрации – увеличение размера колонии составило 18,2 % (рис. 2б).

Как и следовало ожидать, с увеличением концентрации этанола скорость роста клеток в колониях штаммов закономерно уменьшалась. Использование 18%-го этанола в среде культивирования стало причиной уменьшения размеров колоний штаммов DAW-3a и Y-503 на 23,1 и 26,7 % по сравнению с контролем. Для роста колоний M-12X данная концентрация этанола оказалась критической – снижение размеров на 59,1 %. На протяжении всего эксперимента Y-503 и M-12X сохраняли форму цветка, в отличие от DAW-3a, имеющего колонию округлой формы при 12 % этанола в среде.

Процесс получения этанола предполагает повышенное содержание углеводов в среде ферментации. Представляло интерес выяснить, как поведут себя

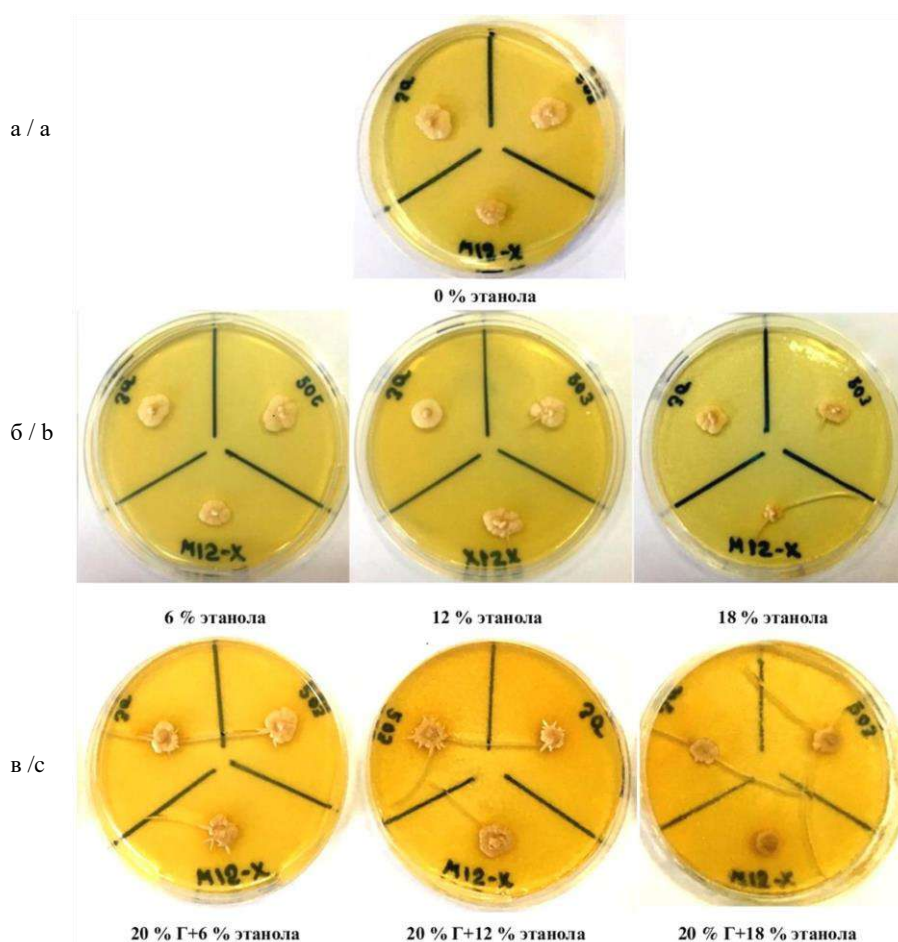


Рис. 2. Морфология колоний штаммов *S. cerevisiae* Y-503, *S. cerevisiae* DAW-3a и *S. oviformis* M-12X при воздействии различных значений этанола и глюкозы: а – исходная культура (контроль); б – этанол; в – этанол+глюкоза. Масштабная линейка 1 мм / Fig. 2. Morphology of colonies of strains *S. cerevisiae* Y-503, *S. cerevisiae* DAW-3a and *S. oviformis* M-12X when exposed to various values ethanol and glucose: a - original culture (control); b - ethanol; c - ethanol+glucose. Scale bar is 1 mm

дрожжи на твердых средах с различными концентрациями этанола при внесении мажорного в условиях эксперимента количества глюкозы (20 %), обычно используемого при производстве этанола.

В литературе имеются сведения, что гиперосмотический стресс, возникающий в результате высоких концентраций этанола и сахара, приводит к снижению пролиферации и жизнеспособности дрожжевых клеток [27, 30]. Контролем для серии опытов этанол+глюкоза (рис. 2в) являлись варианты с 6–12–18 % этанола (рис. 2б). Добавление 20 % глюкозы в контрольную среду без этанола оказалось стрессовым только для DAW-3а – размер колоний уменьшился на 23,1 %; для Y-503 и M-12X, напротив, увеличился на 19,2 и 18,2 % соответственно (табл. 3). Однако сочетание компонентов 6 % этанола+20 % глюкозы в среде замедлило метаболизм штаммов Y-503, DAW-3а и M-12X, и соответственно, размер колоний уменьшился на 7,7, 18,5 и 25,5 %.

Использование 12 % этанола+20 % глюкозы сократило размер колоний Y-503, DAW-3а и M-12X на 16,7, 41,8 и 4,8 %. Соответствующие условия, как и в варианте с 12 % этанола, в большей степени отрицательно сказались на жизнеспособности DAW-3а. Надо полагать, что осмотический потенциал в среде, вызванный высоким содержанием глюкозы, способен увеличить воздействие этанольного стресса [31], что мы и наблюдали у штамма DAW-3а (рис. 2в).

Сочетание двух стресс-факторов с повышенной концентрацией 18 % этанола+20 % глюкозы не способствовало подавлению жизнедеятельности штаммов, в большей степени это касалось M-12X, размер колонии которого увеличился на 88,9 %. Как показали результаты эксперимента, генетическая стратегия выживания штамма M-12X неожиданно проявилась как при воздействии теллура, так и в условиях повышенного значения стресс-факторов. При этом размер колонии Y-503 уменьшился на 4,5 %, DAW-3а – 12,7 % по сравнению с вариантом 18 % этанола без глюкозы в среде (рис. 2б, в; табл. 3).

В целом данные эксперимента показали, что максимальная скорость роста колоний установлена для Y-503 – на среде с 6 % этанола и 6 % этанола+20 % глюкозы, DAW-3а – с 0 % этанола и 6 % этанола+20 % глюкозы, M-12X – 12 % этанола и 12 % этанола+20 % глюкозы (рис. 2, табл. 3). Обнаружено, что уменьшение размеров колоний по сравнению с контролем в первой серии опытов можно расположить в следующей последовательности усредненных данных: 18,4:23,6:38,0 %, Y-503:DAW-3а:M-12X. Для серии этанол+глюкоза процент уменьшения размера колоний был также минималь-

ным для штамма Y-503 (9,6:15,5:24,3 %, Y-503:M-12X:DAW-3а). Между тем отмечено некоторое увеличение колоний Y-503 на среде с 6 % этанола, а для M-12X – на средах с 18 % этанола и 18 % этанола+20 % глюкозы соответственно. Таким образом, дополнительное использование глюкозы в условиях этанольного стресса не увеличивает размер колоний, но и не ингибирует рост клеток, а в случае с M-12X с мажорным содержанием этанол+глюкоза значительно активизирует метаболизм. Примечательно, что колонии M-12X приобретают округлую форму с ровными краями, которая характерна для штамма на виноградном и солодовом сусло-агаре.

Необходимо заметить также, что на средах с 18 % этанола и этанол+глюкоза (рис. 2б, в) возникли разломы, которые не были обнаружены на средах без этанола (рис. 2а) или с его меньшим количеством (рис. 2б). Рост дрожжевой биомассы в разломах не обнаружен.

В литературе имеются сведения о воздействии повышенных концентраций этанола на проницаемость клеточных мембран. Это создаёт условия для увеличения притока протонов (снижение pH в цитозоле до токсичных уровней), денатурации белков, повышения уровня активных форм кислорода, окислительного стресса, при котором уменьшается доступность воды, вызывая обезвоживание [32–34]. Возможно, в условиях данного эксперимента мажорная концентрация этанола и одновременное воздействие двух стресс-факторов могли привести к изменению метаболизма и формированию пространственно-временной архитектуры колоний культур таким образом, что это спровоцировало определенное накопление продуктов метаболизма, обезвоживание и, как следствие, разломы среды.

Кроме того, что в вариантах этанол+глюкоза структурированные колонии штаммов Y-503 и DAW-3а приобретают форму звездочек или цветка со стрелками. Известно, что клетки дрожжей, растущие в колониях на твердых питательных средах, способны передавать питательные вещества из центральной части на периферию. Запрограммированная гибель центральных клеток может способствовать общему выживанию сообщества колонии, причем клетки нижнего (по вертикали) слоя обладают более высокой дыхательной способностью, чем верхнего [9, 35]. Таким образом, формирование колониальных структур штаммов позволяет более эффективно перераспределять ресурсы между клетками в пределах колонии, создавая при этом сложные внешние формы.

Морфология колоний и клеток дрожжей *S. cerevisiae* У-503, *S. cerevisiae* ДАУ-3а и *S. oviformis* М-12Х на средах с различным содержанием этанола и глюкозы / Morphology of colonies and cells of the yeast *S. cerevisiae* У-503, *S. cerevisiae* ДАУ-3а and *S. oviformis* М-12Х on media with different contents of ethanol and glucose

Таблица 3

Характеристика колонии	УРД (контроль)				УРД+6 %				УРД+12 %				УРД+18 %		УРД+20 %	
	<i>S. cerevisiae</i> У-503	<i>S. cerevisiae</i> ДАУ-3а	<i>S. oviformis</i> М-12Х	<i>S. cerevisiae</i> У-503	<i>S. cerevisiae</i> ДАУ-3а	<i>S. oviformis</i> М-12Х	<i>S. cerevisiae</i> У-503	<i>S. oviformis</i> ДАУ-3а	<i>S. oviformis</i> М-12Х	<i>S. cerevisiae</i> У-503	<i>S. cerevisiae</i> ДАУ-3а	<i>S. cerevisiae</i> У-503	<i>S. cerevisiae</i> ДАУ-3а	<i>S. cerevisiae</i> ДАУ-3а	<i>S. oviformis</i> М-12Х	<i>S. oviformis</i> М-12Х
Размер, см (А)	1,00×1,20	1,10×1,30	0,80×1,10	1,00×1,30	0,90×1,20	0,85×1,10	0,90×1,20	1,05×1,05	0,80×1,30	0,80×1,10	0,80×1,05	0,80×1,10	1,00×1,10	1,00×1,10	0,60×0,60	0,80×0,85
Размер, см (Б)	1,10×1,30	1,00×1,10	0,80×1,30	1,00×1,20	0,80×1,10	0,70×1,00	0,90×1,00	0,75×0,85	0,90×1,10	0,80×1,30	0,80×1,05	0,80×1,20	0,80×1,20	0,80×0,85	0,80×0,85	0,80×0,85
Форма (А)	В виде цветка	В виде неправильной формы	В виде неправильной формы	В виде цветка	В виде цветка	В виде цветка	В виде цветка	Округлая	В виде неправильной удлиненной формы	В виде неправильной формы	В виде неправильной формы	В виде цветка	В виде цветка	В виде цветка	В виде цветка	В виде цветка
Цвет (А)	Молочно-кремовый	Молочно-кремовый	Молочно-кремовый	Светло-бежевая с розовинкой	Светло-бежевая с розовинкой	Светло-бежевая с розовинкой	Бежевая	Бежевая	Бежевая с розовинкой	Бежевая	Бежевая	Бежевая	Бежевая	Бежевая	Бежевая	Бежевая
Поверхность (А)	Матовая, радиально исчерченная	Матовая, радиально исчерченная	Матовая, радиально исчерченная	Матовая с легким блеском, радиально исчерченная	Матовая с легким блеском, радиально исчерченная	Матовая с легким блеском, радиально исчерченная	Матовая с легким блеском, радиально исчерченная, 3 тонких концентрических круга	Матовая с легким блеском, радиально исчерченная	Матовая с легким блеском, радиально исчерченная	Матовая с легким блеском, радиально исчерченная	Матовая, радиально исчерченная	Матовая, радиально исчерченная	Матовая, радиально исчерченная	Матовая, радиально исчерченная	Матовая, радиально исчерченная	Матовая, радиально исчерченная
Профиль (А)	Слабый кратер с приподнятым центром	Слабый кратер с приподнятым центром	Плоский с приподнятым центром	Плоский с приподнятым центром	Плоский с приподнятым центром	Плоский	Плоский с приподнятым центром	Плоский с приподнятым центром	Плоский с приподнятым центром	Плоский с приподнятым центром	Плоский с приподнятым центром	Плоский с приподнятым центром	Плоский с приподнятым центром	Плоский с приподнятым центром	Плоский с приподнятым центром	Плоский с приподнятым центром
Край (А)	Фестончатый	Фестончатый	Фестончатый	Волнистый / фестончатый	Волнистый / фестончатый	Волнистый / фестончатый	Волнистый / фестончатый	Сетка волнистый	Волнистый / фестончатый	Несколько волнистый	Волнистый / фестончатый	Волнистый / фестончатый	Волнистый / фестончатый	Волнистый / фестончатый	Волнистый / фестончатый	Волнистый / фестончатый
Морфология клеток (А)	4-7×6-12, 5×5 мкм; почкующиеся 11,3 %	2-5×4-7, 3×3, 4×4, 5×5, 6×6, 7×7, (единицы 10×10) мкм; почкующиеся 18,3 %	2-6×5-12, 5×5, 6×6, 8×8, 9×9 мкм; почкующиеся 20,7 %	3-8×3-11 мкм; почкующиеся 17,3 %	2-3×2-6, 2×2, 3×3, 4×4, 5×5, 6×6, (единицы 7×7) мкм; почкующиеся 16,8 %	2-6×3-8, 2×2, 3×3, 4×4, 5×5, (единицы 7×7) мкм; почкующиеся 52,6 %	2-7×4-10 мкм; почкующиеся 34,1 %	2×2, 3×3, 3×4, 4×4, 4×5, 5×5 (единицы 6×6) мкм; почкующиеся 8,8 %, имеются цепочки почкующиеся	2×2, 3×3, 4×4, 4×5, 5×5, (единицы 7×8) мкм; почкующиеся 22,4 %	3-6×3-8 мкм; почкующиеся 14,5 %	2×2, 2×3, 3×3, 3×4, 4×4 мкм; неотделимые почкующиеся клетки	2×2, 3×3, 3×4, 3×5, 4×4, 5×5, 5×6, (единицы 3×7) мкм; почкующиеся 14,0 %, имеются цепочки почкующиеся	2×2, 3×3, 3×4, 3×5, 4×4, 5×5, 5×6, (единицы 3×7) мкм; почкующиеся 14,0 %, имеются цепочки почкующиеся	2×2, 3×3, 3×4, 3×5, 4×4, 5×5, 5×6, (единицы 3×7) мкм; почкующиеся 14,0 %, имеются цепочки почкующиеся	2×2, 3×3, 3×4, 3×5, 4×4, 5×5, 5×6, (единицы 3×7) мкм; почкующиеся 14,0 %, имеются цепочки почкующиеся	2×2, 3×3, 3×4, 3×5, 4×4, 5×5, 5×6, (единицы 3×7) мкм; почкующиеся 14,0 %, имеются цепочки почкующиеся

Примечание: А – колонии и клетки на питательной среде УРД с различным содержанием этанола; Б – колонии на питательной среде УРД с различным содержанием этанола+20 % глюкозы.

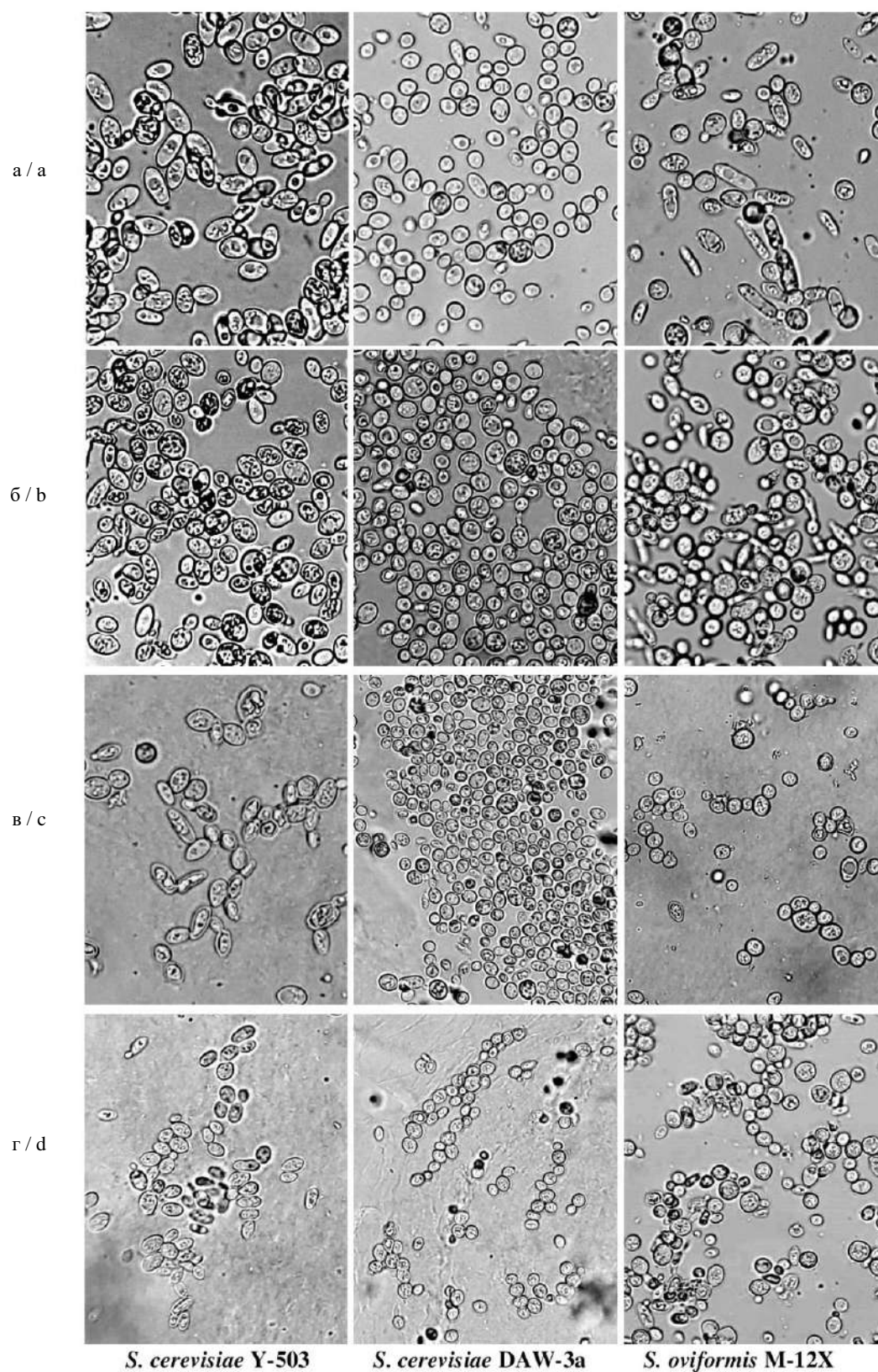


Рис. 3. Морфология клеток штаммов *S. cerevisiae* Y-503, *S. cerevisiae* DAW-3a, *S. oviformis* M-12X: а – исходные клетки; б – в присутствии 6 % этанола; в – 12 % этанола; г – 18 % этанола. Световая микроскопия, увеличение $\times 600$

/ Fig. 3. The morphology of cells of strains *S. cerevisiae* Y-503, *S. cerevisiae* DAW-3a, *S. oviformis* M-12X: a - the original cells; b - in the presence of 6 % ethanol; c - 12 % ethanol; d - 18 % ethanol. Light microscopy, increase $\times 600$

Как правило, воздействие различных концентраций этанола нарушает проницаемость и липидный состав клеточных мембран, вызывает задержку клеточного цикла [36], что приводит к изменению роста и размеров клеток. Тенденция к уменьшению размеров клеток на всех этапах эксперимента продемонстрирована в табл. 3 и рис. 3. Доминирующая форма клеток штамма Y-503 при всех значениях этанола – округло-овальная или овально-округлая, редко – округлая (6 % этанола) или овальная (12 % этанола). Для штамма DAW-3a характерна округлая форма (за исключением редких овальных клеток в исходной культуре). Для M-12X – в основном округлые клетки, причем в исходных – округлые и округло-овальные составлял 50/50, встречались овальные (6 % этанола) и яйцеобразные (12 % этанола).

Внесение 6%-го этанола в среду обнаружило накопление большого количества включений, в редких клетках штаммов выявлены вакуоли, причем для штамма M-12X это соотношение составляет 50/50. При 12 % этанола вакуоли встречаются исключительно в культуре M-12X. По мере накопления этанола с 6 до 18 % в среде в клетках штаммов прослеживалось утолщение внешней оболочки, увеличение включений в виде запасных питательных веществ, исчезновение вакуолей (рис. 3б, в, г).

Вопросы исследователей, касающиеся влияния почкования на рост колоний, на сегодняшний день остаются нерешенными. Как следует из табл. 3, максимальное число почкующихся клеток (ПК) выявлено у штаммов: Y-503 – на среде с 12 % этанола; DAW-3a – 0 % этанола; M-12X – 6 % этанола. Для всех культур отмечена закономерность – количество ПК уменьшается с увеличением концентрации этанола. Для штамма Y-503 показано уменьшение ПК при увеличении этанола как в жидких [11], так и твердых питательных средах. Отмечена тенденция к увеличению количества ПК до 12 % этанола в среде при культивировании штаммов Y-503 и M-12X. Напротив, для DAW-3a – снижение ПК на всех средах с этанолом. Наряду с этим выявлены цепочки из неотделившихся после почкования клеток на средах: 12 и 18 % этанола – у штаммов M-12X, 18 % этанола – DAW-3a.

В заключение необходимо отметить, что в условиях этанольного стресса на твердых питательных средах все штаммы *S. cerevisiae* Y-503, *S. cerevisiae* DAW-3a и *S. oviformis* M-12X имели собственную стратегию выживания, обусловленную их функциональным состоянием, причем Y-503 обладал большей жизнеспособностью, что, возможно, связано с плоидностью культуры [14]. Штамм M-12X проявил себя в условиях различных стрессов достаточно резистентным, не уступая гаплоиду DAW-3a.

Штамм DAW-3a лучше адаптировался на средах с этанолом, M-12X – этанол+глюкоза. Толерантность исследуемых штаммов к различным значениям этанола наглядно продемонстрировала такие морфолого-культуральные особенности, как характер изменения клеток и гигантских колоний. Изучение адаптации дрожжей в условиях этанольного стресса на твердых питательных средах особенно важно для понимания механизмов функционирования клеточных культур и дальнейшего их применения в различных биотехнологических процессах.

Литература

1. Caspeta L., Castillo T., Nielsen J. Modifying yeast tolerance to inhibitory conditions of ethanol production processes. Review // *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*. 2015. Vol. 3. P. 184–195. Doi: 10.3389/fbioe.2015.00184.
2. Zhang Q., Jin Y.F., Fang Y., Zhao H. Adaptive evolution and selection of stress-resistant *Saccharomyces cerevisiae* for very high-gravity bioethanol fermentation // *Electronic J. of Biotechnology*. 2019. Vol. 41. P. 88–94. Doi: 10.1016/j.ejbt.2019.06.003.
3. Helalat H.S., Bidaj S., Samani S., Moradi M. Producing alcohol and salt stress tolerant strain of *Saccharomyces cerevisiae* by heterologous expression of pprI gene // *Enzyme and Microbial Technology*. 2019. Vol. 124. P. 17–22. Doi: 10.1016/j.enzmictec.2019.01.008.
4. Palková Z., Váchová L. Life within a community, benefit to yeast long-term survival // *FEMS Microbiol. Review*. 2006. Vol. 30, iss. 5. P. 806–824. Doi: 10.1111/j.1574-6976.2006.00034.x.
5. Opalek M., Wloch-Salamon D. Aspects of multicellularity in *Saccharomyces cerevisiae* yeast: a review of evolutionary and physiological mechanisms. Review // *Genes (Basel)*. 2020. Vol. 11, iss. 6. P. 690. Doi: 10.3390/genes11060690.
6. Koschwanez J.H., Kevin R. Foster K.R., Andrew W. Murray A.W. Correction: sucrose utilization in budding yeast as a model for the origin of undifferentiated multicellularity // *PLOS Biology*. 2011. Vol. 9, iss. 8. P. e1001122. Doi:10.1371/journal.pbio.1001122.
7. Váchová L., Čáp M., Palková Z. Yeast colonies: a model for studies of aging, environmental adaptation, and longevity. Review // *Oxidative Medicine and Cellular Longevity*. 2012. P. 1–8. Doi: 10.1155/2012/601836.
8. Wang Y., Lo W.-C., Chou C.-S. A modeling study of budding yeast colony formation and its relationship to budding pattern and aging // *PLOS computational biology*. 2017. Vol. 13, iss. 11. P. e1005843. Doi:10.1371/journal.pcbi.1005843.
9. Gulli J., Cook E., Kroll E., Rosebrock A., Caudy A., Rosenzweig F. Diverse conditions support near-zero growth in yeast: Implications for the study of cell lifespan // *Microbiol Cell*. 2019. Vol. 6, iss. 9. P. 397–413. Doi: 10.15698/mic2019.09.690.

10. Reis V.R., Bassi A.P.G., Silva J.C.G., Ceccato-Antonini S.R. Characteristics of *Saccharomyces cerevisiae* yeasts exhibiting rough colonies and pseudohyphal morphology with respect to alcoholic fermentation // Brazilian J. of Microbiology. 2013. Vol. 44, iss. 4. P. 1121–1131. Doi: 10.1590/S1517-83822014005000020.
11. Халилова Э.А., Абрамов Ш.А., Котенко С.Ц., Исламмагомедова Э.А. Влияние стимулятора биосинтеза этанола – геотермальной воды на морфологические особенности дрожжей *Saccharomyces cerevisiae* в различных условиях культивирования // Хранение и переработка сельхозсырья. 2010. № 8. С. 44–46.
12. А.с. № 1284998. 09.04.1985. Штамм дрожжей *Saccharomyces cerevisiae* Y-503, используемый в производстве хлебобулочных изделий. Абрамов Ш.А., Котенко С.Ц., Далгатова Б.И., Мамаев А.Т., Пейсахова Д.С.
13. А.с. № 1104149. 21.03.1983. Штамм дрожжей *Saccharomyces oviformis* M-12X, используемый для производства шампанских виноматериалов и столовых вин. Абрамов Ш.А., Котенко С.Ц., Макуев А.-С.М., Власова О.К., Нахшунов Р.И.
14. Аливердиева Д.А., Мамаев Д.В., Лагутина Л.С., Шольц К.Ф. Особенности изменения содержания субстратов эндогенного дыхания в клетках *Saccharomyces cerevisiae* при низкой температуре // Биохимия. 2006. Т. 71, вып. 1. С. 50–58.
15. МУК 4.2.1890-04 Определение чувствительности микроорганизмов к антибактериальным препаратам: метод. указания. М.: Федеральный центр госсанэпиднадзора Минздрава России, 2004. 91 с.
16. Халилова Э.А., Исламмагомедова Э.А., Котенко С.Ц., Гасанов Р.З., Абакарова А.А., Аливердиева Д.А. О морфологических свойствах штамма *S. cerevisiae* Y-503 в условиях осмотического, температурного и кислотного стресса // Изв. Самарского науч. центра РАН. 2019. Т. 21, № 2 (2). С. 132–140.
17. Исламмагомедова Э.А., Халилова Э.А., Котенко С.Ц., Гасанов Р.З., Абакарова А.А., Аливердиева Д.А. Изменение морфологических свойств дрожжей *S. cerevisiae* в условиях стресса // Изв. Самарского науч. центра РАН. 2019. Т. 21, № 2 (2). С. 101–107.
18. Исламмагомедова Э.А., Халилова Э.А., Котенко С.Ц. Некоторые физиолого-биохимические свойства штамма *Saccharomyces oviformis* M-12X в зависимости от условий культивирования // Производство спирта и ликероводочных изделий. 2011. № 1. С. 13–15.
19. Navarro-Tapia E., Querol A., Pérez-Torrado R. Membrane fluidification by ethanol stress activates unfolded protein response in yeasts // Microb Biotechnol. 2018. Vol. 11, iss. 3. P. 465–475. Doi: 10.1111/1751-7915.13032.
20. Magasanik B., Kaiser C.A. Nitrogen regulation in *Saccharomyces cerevisiae* // Gene. 2002. Vol. 290, iss. 1–2. P. 1–18. Doi: 10.1016/S0378-1119(02)00558-9.
21. Kim J.S., Daum M.A., Jin Y.S., Miller M.J. Yeast Derived LysA2 Can Control Bacterial Contamination in Ethanol Fermentation // Viruses. 2018. Vol. 10, iss. 281. P. 1–16. Doi: 10.3390/v10060281.
22. Халилова Э.А., Исламмагомедова Э.А., Котенко С.Ц. Некоторые особенности азотного обмена в метаболизме дрожжей *Saccharomyces cerevisiae* Y-503 на питательной среде с геотермальной водой фенольного класса // Производство спирта и ликероводочных изделий. 2011. № 2. С. 9–12.
23. Fadel M., Zohri A.N.A., El-Heeny M.S., Abdel A.A.M. Managing of bacterial contamination in alcoholic fermentation of sugar cane molasses // Asian J. of Science and Technology. 2018. Vol. 9, iss. 1. P. 7383–7391.
24. Gadd G.M., White C. Removal of thorium from simulated acid process streams by fungal biomass // Biotechnology and bioengineering. 1989. Vol. 33, iss. 5. P. 592–597. Doi: 10.1002/bit.260330512.
25. Ghariieb M.M., Gadd G.M. Evidence for the involvement of vacuolar activity in metal (loid) tolerance: vacuolar-lacking and -defective mutants of *Saccharomyces cerevisiae* display higher sensitivity to chromate, tellurite and selenite // Biometals. 1998. Vol. 11. P. 101–106. Doi: 10.1023/A:1009221810760.
26. Chasteen T.G., Fuentes D.E., Tantaleán J.C., Claudio Christian Vásquez C.C. Tellurite: history, oxidative stress, and molecular mechanisms of resistance. Reviews // FEMS Microbiology. 2009. Vol. 33, iss. 4. P. 820–832. Doi: 10.1111/j.1574-6976.2009.00177.x.
27. Reis V.R., Antonangelo A.T.B.F., Bassi A.P.G., Colombi D., Ceccato-Antonini S.R. Bioethanol strains of *Saccharomyces cerevisiae* characterised by microsatellite and stress resistance // Biotechnology and industrial microbiology. 2017. Vol. 48, iss. 2. P. 268–274. Doi: 10.1016/j.bjm.2016.09.017.
28. Абрамов Ш.А., Халилова Э.А. Способ сбраживания меласного суслу. Пат. № 2329302. 22.06.2006.
29. Патент № 2495936. 26.04.2012. Способ получения этанола. Халилова Э.А., Котенко С.Ц., Исламмагомедова Э.А., Аливердиева Д.А.
30. Morard M., Macías L.G., Adam A.C., Lairón-Peris M., Pérez-Torrado R., Toft C., Barrio E. Aneuploidy and ethanol tolerance in *Saccharomyces cerevisiae* // Frontiers in genetics. 2019. Vol. 10, iss. 82. P. 1–12. Doi: 10.3389/fgene.2019.00082.
31. Kasbawati A., Anisa K.S. Mathematical study of feedback inhibition effects on the dynamics of metabolites on the central metabolism of a yeast cell: a combination of kinetic model and metabolic control analysis // Biotechnology & Biotechnological Equipment. 2019. Vol. 33, iss. 1. P. 1126–1137. Doi: 10.1080/13102818.2019.1641148.
32. Auesukaree C. Molecular mechanisms of the yeast adaptive response and tolerance to stresses encountered during ethanol fermentation // J. of Bioscience and Bioengineering. 2017. Vol. 124, iss. 2. P. 133–142. Doi: 10.1016/j.jbiosc.2017.03.009.
33. Stanley D., Bandara A., Fraser S., Chambers P.J., Stanley G.A. The ethanol stress response and ethanol tolerance of *Saccharomyces cerevisiae* // J. of Applied Microbiology. 2010. Vol. 109, iss. 1. P. 13–24. Doi: 10.1111/j.1365-2672.2009.04657.x.

34. Kuthan M., Devaux F., Janderová B., Slaninová I., Jacq C., Palková Z. Domestication of wild *Saccharomyces cerevisiae* is accompanied by changes in gene expression and colony morphology // *Molecular Microbiology*. 2003. Vol. 47. P. 745–754.

35. Čáp M., Stěpánek L., Harant K., Váchová L., Palková Z. Cell differentiation within a yeast colony: metabolic and regulatory parallels with a tumor-affected organism // *Molecular Cell*. 2012. Vol. 46, iss. 4. P. 436–448. Doi: 10.1016/j.molcel.2012.04.001.

36. Stanley D., Bandara A., Fraser S., Chambers P.J., Stanley G.A. The ethanol stress response and ethanol tolerance of *Saccharomyces cerevisiae*. Review // *Applied Microbiology*. 2010. Vol. 109, iss. 1. P. 13–24. Doi: 10.1111/j.1365-2672.2009.04657.x.

References

1. Caspeta L., Castillo T., Nielsen J. (2015). Modifying Yeast Tolerance to Inhibitory Conditions of Ethanol Production Processes. Review. *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*, vol. 3, pp. 184-195, doi: org/10.3389/fbioe.2015.00184.

2. Zhang Q., Jin Y.F., Fang Y., Zhao H. (2019). Adaptive evolution and selection of stress-resistant *Saccharomyces cerevisiae* for very high-gravity bioethanol fermentation. *Electronic Journal of Biotechnology*, vol. 41, pp. 88-94, doi: org/10.1016/j.ejbt.2019.06.003.

3. Helalat H.S., Bidaj S., Samani S., Moradi M. (2019). Producing alcohol and salt stress tolerant strain of *Saccharomyces cerevisiae* by heterologous expression of pprI gene. *Enzyme and Microbial Technology*, vol. 124, pp. 17-22, doi: 10.1016/j.enzmictec.2019.01.008.

4. Palková Z., Váchová L. (2006). Life within a community, benefit to yeast long-term survival. *FEMS Microbiol. Review*, vol. 30, No. 5, pp. 806-824, doi: 10.1111/j.1574-6976.2006.00034.x.

5. Opalek M., Wloch-Salamon D. (2020). Aspects of multicellularity in *Saccharomyces cerevisiae* yeast: a review of evolutionary and physiological mechanisms. Review. *Genes (Basel)*, vol. 11, No. 6, p. 690, doi: 10.3390/genes11060690.

6. Koschwanez J.H., Foster K.R., Murray A.W. (2011). Correction: sucrose utilization in budding yeast as a model for the origin of undifferentiated multicellularity. *PLOS Biology*, vol. 9, No. 8, p. e1001122, doi: 10.1371/journal.pbio.1001122.

7. Váchová L., Čáp M., Palková Z. (2012). Yeast colonies: a model for studies of aging, environmental adaptation, and longevity. Review. *Oxidative Medicine and Cellular Longevity*, pp. 1-8, doi: 10.1155/2012/601836.

8. Wang Y., Lo W.-C., Chou C.-S. (2017). A modeling study of budding yeast colony formation and its relationship to budding pattern and aging. *PLOS computational biology*, vol. 13, No. 11, p. e1005843, doi: 10.1371/journal.pcbi.1005843.

9. Gulli J., Cook E., Kroll E., Rosebrock A., Caudy A., Rosenzweig F. (2019). Diverse conditions support near-

zero growth in yeast: Implications for the study of cell lifespan. Review. *Microbiol. Cell*, vol. 6, No. 9, pp. 397-413, doi: 10.15698/mic2019.09.690.

10. Reis V.R., Bassi A.P.G., Silva J.C.G., Ceccato-Antonini S.R. (2013). Characteristics of *Saccharomyces cerevisiae* yeasts exhibiting rough colonies and pseudohyphal morphology with respect to alcoholic fermentation. *Brazilian Journal of Microbiology*, vol. 44, No. 4, pp. 1121-1131, doi: 10.1590/S1517-83822014005000020.

11. Khalilova E.A., Abramov S.A., Kotenko S.C., Islammagomedova E.A. (2010). The effect of the biosynthesis stimulator of ethanol - geothermal water on the morphophysiological features of the yeast *Saccharomyces cerevisiae* under various cultivation conditions. *Khranenie i pererabotka selkhozsyri*, vol. 8, pp. 44-46. (in Russian).

12. Certificate No. 1284998. The strain of yeast of *Saccharomyces cerevisiae* Y-503, used in the manufacture of bakery products. Sh.A. Abramov, S.Ts. Kotenko, B.I. Dalgatova, A.T. Mammaev, D.S. Peisakhova. 09.04.1985. (in Russian).

13. Certificate No. 1104149. The strain of yeast *Saccharomyces oviformis* M-12X, used for the production of champagne wine materials and table wines. Sh.A. Abramov, S.Ts. Kotenko, A.-S.M. Makuev, O.K. Vlasova, R.I. Nakhshunov. 03.21.1983. (in Russian).

14. Aliverdieva D.A., Mamaev D.V., Lagutina L.S., Sholtc K.F. (2006). Features of changes in the content of endogenous respiration substrates in *Saccharomyces cerevisiae* cells at low temperature. *Biokhimiya*, vol. 71, No. 1, pp. 50-58. (in Russian).

15. MUK 4.2.1890-04. (2004). Determination of the sensitivity of microorganisms to antibacterial drugs. *Methodical instructions*. Moscow, Federal Center for State Sanitary and Epidemiological Supervision of the Ministry of Health of Russia Press. (in Russian).

16. Khalilova E.A., Islammagomedova E.A., Kotenko S.C., Gasanov R.Z., Abakarova A.A., Aliverdieva D.A. (2019). On the morphological properties of the strain *S. cerevisiae* Y-503 under conditions of osmotic, temperature and acid stress. *Izvestiia Samarskogo nauchnogo tcentra Rossiiskoi akademii nauk*, vol. 21, No. 2 (2), pp. 132-140. (in Russian).

17. Islammagomedova E.A., Khalilova E.A., Kotenko S.C., Gasanov R.Z., Abakarova A.A., Aliverdieva D.A. (2019). Changes in the morphological properties of *S. cerevisiae* yeast under stress. *Izvestiia Samarskogo nauchnogo tcentra Rossiiskoi akademii nauk*, vol. 21, No. 2 (2), pp. 101-107. (in Russian).

18. Navarro-Tapia E., Querol A., Pérez-Torrado R. (2018). Membrane fluidification by ethanol stress activates unfolded protein response in yeasts. *Microb. Biotechnol.*, vol. 11, No. 3, pp. 465-475, doi: 10.1111/1751-7915.13032.

19. Magasanik B., Kaiser C.A. (2002). Nitrogen regulation in *Saccharomyces cerevisiae*. *Gene*, vol. 290, No. 1-2, pp. 1-18, doi: 10.1016/S0378-1119(02)00558-9.

20. Kim J.S., Daum M.A., Jin Y.S., Miller M.J. (2018). Yeast Derived LysA2 Can Control Bacterial Contamina-

tion in Ethanol Fermentation. *Viruses*, vol. 10, No. 281, pp. 1-16, doi: 10.3390/v10060281.

21. Islammagomedova E.A., Khalilova E.A., Kotenko S.C. (2011). Some physiological and biochemical properties of the *Saccharomyces oviformis* M-12X strain depending on the cultivation conditions. *Production of alcohol and alcoholic beverages*, No. 1, pp. 13-15.

22. Khalilova E.A., Islammagomedova E.A., Kotenko S.C. (2011). Some features of nitrogen metabolism in yeast *Saccharomyces cerevisiae* Y-503 in a growth medium with geothermal water of the phenolic class. *Proizvodstvo spirta i likerovodochnykh izdelii*, vol. 2, pp. 9-12. (in Russian).

23. Fadel M., Zohri A.N.A., El-Heeny M.S., Abdel A.A.M. (2018). Managing of bacterial contamination in alcoholic fermentation of sugar cane molasses. *Asian Journal of Science and Technology*, vol. 9, No. 1, pp. 7383-7391.

24. Gadd G.M., White C. (1989). Removal of thorium from simulated acid process streams by fungal biomass. *Biotechnology and bioengineering*, vol. 33, No. 5, pp. 592-597, doi: 10.1002/bit.260330512.

25. Ghariieb M.M., Gadd G.M. (1998). Evidence for the involvement of vacuolar activity in metal (loid) tolerance: vacuolar-lacking and defective mutants of *Saccharomyces cerevisiae* display higher sensitivity to chromate, tellurite and selenite. *Biometals*, vol. 11, pp. 101-106, doi: 10.1023/a:1009221810760.

26. Chasteen T.G., Fuentes D.E., Tantaleán J.C., Vásquez C.C. (2009). Tellurite: history, oxidative stress, and molecular mechanisms of resistance. Reviews. *FEMS Microbiology*, vol. 33, No. 4, pp. 820-832, doi: 10.1111/j.1574-6976.2009.00177.x.

27. Reis V.R., Antonangelo A.T.B.F., Bassi A.P.G., Colombi D., Ceccato-Antonini S.R. (2017). Bioethanol strains of *Saccharomyces cerevisiae* characterised by microsatellite and stress resistance. *Biotechnology and industrial microbiology*, vol. 48, No. 2, pp. 268-274, doi: 10.1016/j.bjm.2016.09.017.

28. Certificate No. 2329302. Method for fermenting molasses wort. Sh.A. Abramov, E.A. Khalilova. 22.06.2006. (in Russian).

29. Certificate No. 2495936. Method for producing ethanol. E.A. Khalilova, S.C. Kotenko, E.A. Islammagomedova, D.A. Aliverdieva. 26.04.2012. (in Russian).

30. Morard M., Macías L.G., Adam A.C., Lairón-Peris M., Pérez-Torrado R., Toft C., Barrio E. (2019). Aneuploidy and ethanol tolerance in *Saccharomyces cerevisiae*. *Frontiers in genetics*, vol. 10, No. 82, pp. 1-12, doi: 10.3389/fgene.2019.00082.

31. Kasbawati A., Anisa K.S. (2019). Mathematical study of feedback inhibition effects on the dynamics of metabolites on the central metabolism of a yeast cell: a combination of kinetic model and metabolic control analysis. *Biotechnology & Biotechnological Equipment*, vol. 33, No. 1, pp. 1126-1137, doi: 10.1080/13102818.2019.1641148.

32. Auesukaree C. (2017). Molecular mechanisms of the yeast adaptive response and tolerance to stresses encountered during ethanol fermentation. *Journal of Bioscience and Bioengineering*, vol. 124, No. 2, pp. 133-142, doi: 10.1016/j.jbiosc.2017.03.009.

33. Stanley D., Bandara A., Fraser S., Chambers P.J., Stanley G.A. (2010). The ethanol stress response and ethanol tolerance of *Saccharomyces cerevisiae*. *Journal of Applied Microbiology*, vol. 109, No. 1, pp. 13-24, doi: 10.1111/j.1365-2672.2009.04657.x.

34. Kuthan M., Devaux F., Janderová B., Slaninová I., Jacq C., Palková Z. (2003). Domestication of wild *Saccharomyces cerevisiae* is accompanied by changes in gene expression and colony morphology. *Molecular Microbiology*, vol. 47, pp. 745-754.

35. Cáp M., Stěpánek L., Harant K., Váchová L., Palková Z. (2012). Cell differentiation within a yeast colony: metabolic and regulatory parallels with a tumor-affected organism. *Molecular Cell*, vol. 46, No. 4, pp. 436-448, doi: 10.1016/j.molcel.2012.04.001.

36. Stanley D., Bandara A., Fraser S., Chambers P.J., Stanley G.A. (2010). The ethanol stress response and ethanol tolerance of *Saccharomyces cerevisiae*. Review. *Applied Microbiology*, vol. 109, No. 11, pp. 3-24, doi: 10.1111/j.1365-2672.2009.04657.x.

НАШИ ЮБИЛЯРЫ

OUR PERSONS

doi 10.18522/1026-2237-2020-3-143-145

ЮРИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ ФЕДОРОВ: К ЮБИЛЕЮ НАСТАВНИКА, УЧЕНОГО, ИССЛЕДОВАТЕЛЯ



гия и разведка полезных ископаемых». С 1968 по 1970 г. служил в Советской армии в должности командира разведывательно-водолазного взвода. С 1970 по 1975 г. работал начальником отряда в тресте «РостовДонтизис», участковым геологом на руднике «Октябрьский» Норильского горно-обогатительного комбината, с 1975 по 1980 г. – в РГУ в должности старшего научного сотрудника, совмещая работу с учебой в аспирантуре. В 1981 г. защитил кандидатскую диссертацию в РГУ по специальности «геохимия» на тему «Геохимия рассолов,

Юрий Александрович Федоров – географ, геолог, кандидат геолого-минералогических наук (1981), доктор географических наук (1992), профессор (1995), председатель Ростовского областного отделения Всероссийской общественной организации «Русское географическое общество» (РГО), председатель Экологического общества Южного федерального университета.

Родился 14 октября 1945 г. в г. Ростове-на-Дону. В 1963 г. поступил на первый курс геолого-географического факультета Ростовского государственного университета (РГУ), а в 1968 г. окончил горно-геологический факультет Новочеркасского политехнического института по специальности «геоло-

органического вещества и углеводородов верхнеюрских эвапоритовых отложений Северного Кавказа», а в 1992 г. – докторскую диссертацию в Гидрохимическом институте Росгидромета по специальности «гидрология, водные ресурсы, гидрохимия» на тему «Изотопный состав поверхностных и подземных вод и его формирование под влиянием естественных и антропогенных процессов». В 1995 г. ему было присвоено ученое звание профессора. С 1980 по 2003 г. работал в Гидрохимическом институте (Росгидромет) в должности главного научного сотрудника и заведующего созданной им лабораторией изотопного мониторинга качества вод. С 2003 г. по настоящее время – заведующий кафедрой физи-

ческой географии, экологии и охраны природы Южного федерального университета (бывший РГУ). Руководитель НОЦ «Глобальные и региональные географо-экологические исследования и инновационные технологии», Международной российско-французской ассоциированной лабораторией «Трансформация нефтяного загрязнения в экосистемах поверхностных водных объектов суши, морей, побережий и оценка их устойчивости».

Юрий Александрович – известный исследователь в области гидрохимии, океанологии, географии и изотопной геохимии подземных вод, автор и соавтор более 500 статей, монографий, справочников, учебников и учебных пособий, изданных в РФ и за рубежом, и патентов на изобретение. Его публикации представляют большой интерес для мировой науки и цитируются в зарубежных базах данных (индекс Хирша по базе данных Scopus – 10, WoS – 8). Руководил грантом Президента РФ «Ведущие научные школы» (с 1996 по 2015 г.). Подготовил 27 кандидатов и 2 докторов наук по географическим, геолого-минералогическим, биологическим и техническим наукам. Его ученики работают в России и странах дальнего и ближнего зарубежья.

Ю.А. Федоров описал эволюцию химического и изотопного состава седиментационных подземных вод и рассолов на различных стадиях литогенеза, доказав, что главным источником их солевого состава является Мировой океан. По его представлениям, трансформация изотопного и солевого состава подземных водных флюидов во времени и пространстве совершается в системе вода – порода – органическое вещество – газы под влиянием термобарических факторов. Им впервые экспериментально изучено и подтверждено на фактическом материале, на примере верхнеюрских соленосных отложений Северного Кавказа, поведение жидких и газожидких включений на различных стадиях литогенеза. Он исследовал изотопный состав водорода и кислорода подземных вод и литологический состав коллекторов (на примере Северного Кавказа). Им рассчитаны регрессионные модели поведения стабильных изотопов водорода и кислорода в воде различных коллекторов в зависимости от температуры и глубины их залегания и обосновано использование изотопного состава кислорода подземных вод в качестве «геотермометра». Это дало возможность рассчитать глубину заложения корней грязевых вулканов и вод нефтяных месторождений.

Юрий Александрович разработал новое научное направление – изотопно-химический мониторинг морских и пресноводных экосистем. Руководил экспедициями и применил пионерскую методику и методологию масштабных изотопно-химических исследований пресноводных водоемов, водотоков,

эстуариев и внутренних морей, расположенных на территории бывшего СССР (реки Дон, Кубань, Волга, Селенга и др., озера Байкал, Ладожское и др., моря Аральское, Азовское, Каспийское, Черное и др.), побережий Средиземного моря и Атлантического океана. Впервые оконтурил зоны антропогенного влияния крупных промышленных объектов (Байкальский целлюлозно-бумажный комбинат, Астраханский газоконденсатный комплекс и др.) на воду и донные отложения и сделал количественный расчет их вклада в загрязнение водоемов и водотоков. Разработал и апробировал методику идентификации разливов нефти и нефтепродуктов с использованием метода стабильных изотопов и модели трансформации нефти во времени и пространстве. Выдвинул и теоретически обосновал криогенную гипотезу происхождения и эволюции гидросферы, в основе которой лежат представления об изначальном присутствии на нашей планете воды в газогидратном состоянии. Обнаружил изотопный эффект, связанный с синхронным фракционированием стабильных изотопов серы сульфатных и углерода гидрокарбонатных ионов в воде оз. Байкал, вызванным мощным антропогенным воздействием на экосистему озера. Создал изотопно-химические модели, адекватно иллюстрирующие то, что формирование кислых шахтных вод происходит при смешении сульфатов, образовавшихся при бактериальном и химическом окислении пирита, подземных вод, поровых растворов и атмосферных осадков. Сделал количественную оценку выноса ртути рекой Северная Двина в Белое море. Выявил скачкообразный характер изменения концентраций валовой ртути с общей тенденцией к уменьшению их с глубиной. Установил природные вариации концентраций ртути и её фоновое значение для бассейна Белого моря. Показал, что на распределение концентраций ртути по разрезу донных осадков оказывают влияние как антропогенные, так и природные факторы и процессы. По мере удаления от морской границы устьевой области реки Северная Двина её роль в поставке ртути в Белое море снижается, а глобального и регионального атмосферного массопереноса элемента – возрастает. Содержание ртути использовано им в качестве индикатора проявления оползневых процессов в Кандалакшском заливе Белого моря. Была изучена хронология накопления элемента в донных осадках Белого моря и рассчитана доля ртути антропогенного происхождения. Впервые в мире Юрий Александрович разработал модели, адекватно описывающие связи между эмиссионными потоками и содержаниями метана, с одной стороны, и температурой в мелководных водных объектах – с другой. На основании комплексного анализа гидрохимических, изотопных и гидрологических показате-

лей уточнил параметры зон смешения река – эстуарий – море. Установил важные пространственно-временные закономерности формирования и трансформации потоков биогенных элементов, органического углерода, внеклеточных ферментов, метана, ртути, тяжелых металлов, нефтяных компонентов и других веществ в системе атмосфера – вода – донные отложения в Азовском море. Разработал и реализовал на практике методику изотопно-химической идентификации источников загрязнения окружающей среды при разливах нефти и нефтепродуктов; отследил многолетнюю динамику трансформации нефтяных slicks в зонах разливов нефти на малых реках бассейна р. Дон, побережьях Черного моря, Керченского пролива, Атлантическом побережья Франции и Испании. Для Азовского моря по результатам послонных радиологических исследований (удельной активности америция-241 и цезия-137) колонок донных отложений и суточных экспериментов с использованием седиментационных ловушек установил закономерности пространственного распределения техногенных радионуклидов и многолетнюю динамику скорости осадконакопления. Для экосистемы Азовского моря обнаружил прямую гиперболическую связь между содер-

жанием взвешенного вещества в воде и объемным содержанием тяжелых металлов во взвеси, с одной стороны, и обратной связью с удельной концентрацией – с другой. Рассчитал регрессионные зависимости между численностью сульфитредуцирующих клостридий и концентрациями метана и сероводорода и поставил эксперименты по их генерации *in vitro*, которые подтвердили вовлеченность сульфитредуцирующих клостридий в процессы образования метана и сероводорода в донных отложениях морских и пресноводных объектов.

Награжден Правительством СССР юбилейной медалью «За воинскую доблесть» (1970), орденом правительства «Кавалер Ордена Академических пальм Французской Республики», нагрудным знаком «Почетный работник Гидрометеослужбы России», почетными грамотами руководства Росгидромета, Минобрнауки и ректора ЮФУ, почетным дипломом РФФИ, дипломом первого вице-президента РГО, академика РАН Н.С. Касимова за организацию и проведение образовательной акции «Всероссийский географический диктант».

Сердечно поздравляем Юрия Александровича с юбилеем и желаем ему здоровья и новых творческих успехов в научной и педагогической деятельности.

И.В. Доценко, кандидат географических наук, доцент, Южный федеральный университет

А.В. Михайленко, кандидат географических наук, старший преподаватель, Южный федеральный университет

А.Н. Кузнецов, кандидат географических наук, доцент, Южный федеральный университет

О.В. Назаренко, кандидат географических наук, доцент, Южный федеральный университет

Редакция и редколлегия журнала «Известия вузов. Северо-Кавказский регион» серии «Естественные науки» присоединяются ко всем поздравлениям и желают юбиляру дальнейших творческих успехов, здоровья, благополучия и уюта в доме, продолжать плодотворно трудиться, сохраняя запас прочности, устойчивости и жизнелюбия!

**Указатель материалов, опубликованных в журнале
«Известия высших учебных заведений.
Северо-Кавказский регион. Естественные науки» в 2020 г.**

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

<i>Абдулрахман Х., Скороходов В.А.</i> Двухресурсные сети с магнитной достижимостью	3
<i>Акопян В.Н., Григорян А.А.</i> Антиплоская деформация равномерно кусочно-однородного пространства с периодической системой полубесконечных внутренних трещин	2
<i>Бабешко В.А., Ватульян А.О., Карякин М.И., Чебаков М.И.</i> Иосиф Израилевич Ворович (1920–2001): к столетию со дня рождения	2
<i>Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.</i> Об упрощении сложных уравнений применением блочных элементов	2
<i>Белявский Г.И., Данилова Н.В., Логунов А.Д.</i> Обучение без учителя и робастная оптимизация в задаче о портфеле	4
<i>Бондарчук А.А., Казаков Е.А., Сумбатян М.А.</i> Идентификация режима работы пропеллера беспилотного летательного аппарата по акустическому сигналу	2
<i>Букушева А.В.</i> Многообразия Кенмоцу с нулевым тензором Риччи – Схоутена	4
<i>Васильев А.С., Волков С.С., Садырин Е.В., Кисляков Е.А., Айзикович С.М.</i> Упрощенное аналитическое решение контактной задачи о вдавливании конического штампа в полупространство с покрытием	2
<i>Говорухин В.Н.</i> Алгоритм идентификации вихревых пятен на основе моделей точечных вихрей	3
<i>Головешкина Е.В.</i> Влияние распределенных дислокаций на устойчивость полого нелинейно-упругого шара	4
<i>Ерофеев В.И., Леонтьева А.В., Мальханов А.О., Павлов И.С.</i> Методы структурного моделирования и альтернативной континуализации при анализе нелинейных локализованных волн в градиентно-упругой среде	2
<i>Жуков М.Ю., Полякова Н.М., Ширяева Е.В.</i> Квазистационарное турбулентное течение в цилиндрическом канале с неровными стенками	1
<i>Зубчанинов В.Г.</i> К вопросу об определяющих законах связи общей математической теории пластичности	2
<i>Карякин М.И., Обрезков Л.П.</i> Растяжение и раздувание нелинейно-упругого неоднородного полого цилиндра	2
<i>Костоглотов А.А., Пеньков А.С., Лазаренко С.В.</i> Метод синтеза адаптивных алгоритмов оценки параметров динамических систем на основе принципа декомпозиции и методологии объединенного принципа максимума	4
<i>Куракин Л.Г., Курдоглыан А.В.</i> О применении критериев устойчивости равновесия для систем дифференциальных уравнений с двумя косимметриями в критических случаях	1
<i>Лазаренко С.В., Костоглотов А.А., Агапов А.А., Лященко З.В.</i> Синтез квазиоптимального многорежимного закона управления на основе условия максимума функции обобщенной мощности и принципа освобожденности	4
<i>Мехтиев М.Ф., Ахмедов Н.К., Юсубова С.М.</i> Асимптотическое поведение решения осесимметричной динамической задачи теории упругости для трансверсально-изотропного сферического слоя малой толщины	2
<i>Моргулис А.Б., Ильин К.И.</i> Дрейф, стабилизация и дестабилизация систем Патлака – Келлера – Сегеля с коротковолновым внешним сигналом	4
<i>Мусатова Н.К., Сумбатян М.А.</i> Излучение звука точечным источником вблизи поверхности летательного аппарата	1
<i>Мхитарян С.М.</i> О применении метода гиперсингулярных интегральных уравнений к решению задач для упругой плоскости с коллинеарной системой трещин	2
<i>Пухначев В.В., Петрова А.Г., Фроловская О.А.</i> Растворы полимеров и их математические модели	2
<i>Рустанов А.Р., Полькина Е.А., Харитоновна С.В.</i> О некоторых аспектах геометрии почти $C(\lambda)$ -многообразий ...	3
<i>Рустанов А.Р., Полькина Е.А., Харитоновна С.В.</i> Тожества тензора римановой кривизны почти $C(\lambda)$ -многообразий	4

Саакян А.В. Квадратурная формула для гиперсингулярного интеграла, содержащего весовую функцию много- членов Якоби с комплексными показателями	2
Тюриков Е.В. О некоторых классах корректных задач мембранной теории выпуклых оболочек.....	3
Чеголин А.П. О применении метода коллокации в пространствах p -суммируемых функций к интегральному уравнению Фредгольма второго рода	4

НАУКИ О ЗЕМЛЕ

Battsetseg D., Lkhagvasuren Ch., Batkhishig O., Zoljargal Kh. Soils of Buyant River Basin: Types, Properties, and Relation to Other Environmental Parameters	1
Аджиев А.Х., Куповых Г.В., Гятов Р.А., Керефова З.М. Взаимосвязь числа дней с грозой и продолжительно- сти гроз по данным визуальных и инструментальных наблюдений	3
Аджиев А.Х., Лесев В.Н., Куповых Г.В. Аналитические оценки процесса растекания капли воды с эффектом перколяции.....	4
Асварова Т.А., Гасанов Г.Н., Гимбатова К.Б., Гаджиев К.М., Баширов Р.Р., Абдулаева А.С., Ахмедова З.Н. Концентрация и запасы азота в почвах полупустынных ландшафтов Кизлярских пастбищ.....	4
Брель О.А., Зайцева А.И., Кайзер Ф.Ю. Кемеровская область в Национальном туристическом рейтинге: срав- нительный анализ	3
Гибков Е.В., Закруткин В.Е., Решетняк В.Н., Решетняк О.С. Эколого-геохимические особенности донных отложений рек Восточного Донбасса.....	1
Дахова О.О., Каирова Л.Л., Хучунаев Б.М., Куповых Г.В. Геоэкологическое картографирование Кабардино- Балкарской Республики	1
Закиров И.В., Боголюбов А.В. Географические аспекты демографических методов прогнозирования.....	4
Ивасенко Р.Н., Попов Ю.В., Фомина М.И., Михалицына Т.И., Скильская Е.Д. Минеральные ассоциации золоторудных проявлений Берентальского рудного поля (Северо-Восток России).....	1
Куклина Е.Э., Калашиников К.И., Балданов Н.Д., Бешенцев А.Н. Геоинформационная оценка и картографиро- вание динамики урбанизированной территории г. Улан-Удэ.....	3
Кушнир К.В. Параметрическая оценка туристско-рекреационного потенциала муниципальных территорий.....	4
Мансуров М.И., Каландаров Б.Г., Керимли У.И., Гусейнов А.И. Распределение золота и сопутствующих ру- догенных элементов в золото-медноколчеданных рудах Кызылбулагского месторождения (Малый Кавказ, Азербайджан).....	3
Маргарян В.Г. О вопросах закономерностей пространственно-временного распределения климатических ха- рактеристик максимального ветра (марз Сюник, Армения)	3
Назаренко О.В. Изменение некоторых метеорологических показателей в бассейне Азовского моря.....	1
Панов Б.Н., Спиридонова Е.О., Пятинский М.М., Арутюнян А.С. Результаты мониторинга температурных условий миграции и промысла азовской хамсы	1
Погорелов А.В., Лагута А.А. О циркуляции вод в долинном водохранилище (Краснодарское водохранилище)	4
Радионов А.А. О малых колебаниях магмы в питающей системе вулкана	1
Решетняк О.С. Оценка уровня экологического риска в речных экосистемах арктической зоны России.....	3
Романов Р.В., Вараксин Г.С. Анализ кадастровой оценки земель с учетом зонирования земель по престижно- сти в городе Красноярске	1
Соболева О.Н., Колошина Г.В. Анализ понятия и способов образования земельных участков	4
Солдатов В.П., Шхапацев А.К., Казеев К.Ш., Харитонова Т.Д., Казеев Д.К., Колесников С.И. Динамика из- менения активности ферментов в почвах Адыгеи с разной степенью нарушения после сведения леса	4
Сытник Н.А. Гидрометеорологические условия в южной части Керченского пролива и предпроливной зоне Черного моря как потенциальном районе промышленного культивирования моллюсков.....	4
Тагивердиев С.С., Скрипников П.Н., Безуглова О.С., Горбов С.Н., Козырев Д.А. Содержание и распределение органического и неорганического углерода в городских почвах Ростовской агломерации	4
Ткаченко Ю.Ю., Денисов В.И., Перов Е.А. Роль склоновых стоков в подтоплении населенных пунктов в пред- горной части Краснодарского края при выпадении локальных ливневых осадков (на примере станицы Багов- ской 20 мая 2019 г.).....	3

БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

<i>Алещукина А.В., Голошва Е.В., Твердохлебова Т.И.</i> Исследование влияния дезинфицирующих средств на биопленкообразующие неферментирующие бактерии.....	1
<i>Гобарова А.А., Жадобин А.В., Казеев К.Ш., Федоренко А.Н., Колесников С.И.</i> Сравнительная оценка методов при мониторинге почв в вольерах Ростовского-на-Дону зоопарка.....	3
<i>Исламмагомедова Э.А., Халилова Э.А., Котенко С.Ц., Абакарова А.А., Аливердиева Д.А.</i> Морфологические особенности дрожжей рода <i>Saccharomyces</i> в процессе адаптации к экстремальным значениям глюкозы и этанола.....	1
<i>Малиновская Ю.В., Миноранский В.А., Колесников С.И., Даньков В.И.</i> Мониторинг пресмыкающихся (Reptilia) на территории заповедника «Ростовский» с середины XX в. до 2020 года.....	3
<i>Самбыла Ч.Н.</i> Распределение запасов фитомассы кустарниковых тундр Алтае-Саянской горной области в связи с экспозицией склонов.....	1
<i>Соколова Т.А., Ермолаева О.Ю.</i> Редкие виды растений естественных лесов Ростовской области.....	1
<i>Халилова Э.А., Исламмагомедова Э.А., Котенко С.Ц., Абакарова А.А., Аливердиева Д.А.</i> Адаптация дрожжей <i>S. cerevisiae</i> Y-503, <i>S. cerevisiae</i> DAW-3a и <i>S. oviformis</i> M-12X. к различным значениям этанола. Твердые питательные среды.....	4
<i>Цепина Н.И., Минникова Т.В., Колесников С.И., Казеев К.Ш.</i> Оценка фитотоксичности серебра на почвах разной устойчивости: бурых лесных, черноземах, серопесках.....	3

НАШИ ЮБИЛЯРЫ

<i>Абанин А.В., Ватульян А.О., Карякин М.И., Климентов С.Б., Кусраев А.Г., Устинов Ю.А.</i> Юрий Федорович Коробейник (к 90-летию со дня рождения).....	3
<i>Гежа Е.Г.</i> Любовь Семеновна Ворович (к 90-летию со дня рождения).....	3
<i>Доценко И.В., Михайленко А.В., Кузнецов А.Н., Назаренко О.В.</i> Юрий Александрович Федоров: к юбилею наставника, ученого, исследователя.....	4
<i>Казеев К.Ш.</i> Сергей Ильич Колесников – ученый, педагог, наставник (к 50-летию со дня рождения).....	3
<i>Карякин М.И.</i> Михаил Иванович Чебаков (к 75-летию со дня рождения).....	3
<i>Карякин М.И., Ерусалимский Я.М., Кряквин В.Д., Грудский С.М., Карапетянц А.Н., Козак А.В., Пилиди В.С., Самко С.Г.</i> Неутомимость и активность (к 80-летию со дня рождения В.С. Рабиновича).....	3
<i>Михайлов И.Е., Калинин В.В.</i> Владимир Исаакович Минкин (85 лет со дня рождения).....	1

НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

<i>Ватульян А.О., Жуков М.Ю., Карякин М.И., Наседкин А.В.</i> XX Международная конференция «Современные проблемы механики сплошной среды» к 100-летию со дня рождения академика РАН И.И. Воровича.....	3
<i>Миноранский В.А.</i> Государственному природному биосферному заповеднику «Ростовский» – 25 лет.....	3

ПАМЯТИ УЧЕНОГО

<i>Назаренко О.В.</i> Никаноров Анатолий Максимович (22.05.1935–28.12.2019).....	1
--	---

**НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
«ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ.
СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ РЕГИОН. ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ»**

Рецензируемый журнал «Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки» продолжает приём работ. Он имеет статус центрального издания и включён в перечень ВАК по следующим отраслям:

- физико-математические науки (математика, механика);
- науки о Земле.

Принимаются работы и по другим отраслям науки. Также печатаются материалы в разделах «Заметки о книгах», «Научная жизнь», «Штрихи к портрету».

Журнал издается с периодичностью 4 номера в год. С электронной версией можно ознакомиться на сайте Научной электронной библиотеки http://elibrary.ru/title_about.asp?id=7362. Опубликованные статьи индексируются в российских и международных электронных библиотеках и наукометрических базах данных: РИНЦ (RSCI), РУКОНТ, «Киберленинка», ЭБС «Университетская библиотека онлайн», Ulrich, EBSCO, Chemical Abstracts. Журнал включен в Russian Science Citation Index на платформе Web of Science.

Авторы, сохраняя за собой авторские права на работу и передавая журналу «Известия вузов. Северо-Кавказский регион» право первой публикации, автоматически принимают на себя обязательство не печатать её ни полностью, ни частично в каком-либо издании без указания ссылки на оригинальную публикацию в этом журнале.

Издательские услуги оплачиваются организацией или автором после утверждения статьи на редколлегии.

Оформление работ осуществляется согласно правилам:

1. Представляется статья в электронном виде. Перед заголовком указать индекс УДК.
2. Текст должен быть набран в редакторе Microsoft Office Word 2000, 2003, 2007, 2010, 2016 через 1,5 интервала, шрифтом Times New Roman, размером 14 пт, страницы пронумерованы.
3. Сопроводительное или рекомендательное письмо, если статья представляется от организации. Экспертное заключение.
4. Полное название организации и ее адрес на русском и английском языках.
5. Сведения об авторах с указанием адреса, по которому будет вестись переписка, на русском и английском языках.
6. Название статьи и фамилии авторов на русском и английском языках.
7. Аннотация на русском и английском языках (1000–1500 знаков / 150–200 слов).
8. Ключевые слова на русском и английском языках (8–10 слов).

Журнал распространяется по подписке – через ОАО «Роспечать». Подписной индекс – 70415 (подписка на полугодие). В неподписной период отдельные номера журнала за нынешний и прошлые годы можно приобрести в редакции.

Адрес для переписки: 344006, г. Ростов-на-Дону, ул. Б. Садовая, 105/42, ЮФУ, редакция журнала «Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки».

Тел./факс главной редакции (863) 218-40-00, добавочный 11-093, 11-094.

E-mail: izvestiya@sfedu.ru

Адрес в Интернете: www.izvestiya.sfedu.ru

ISSN 1026-2237. Doi 10.18522/1026-2237-2020-4. Известия высших учебных заведений.
Северо-Кавказский регион. Естественные науки.

2020. № 4